



# *Le journal*

N° 7, 2020

المغرب رياضيات  
MATH  MAROC



# *Le Journal*

**N° 7, 2020**

---

**Rédacteur en chef :** Mouad Moutaoukil

**Rédacteurs de ce numéro :**

- Amine Natic
- Anass Beqqali
- Meriem Bahda
- Mohamed Hibat Allah
- Mouad Moutaoukil
- Rachad El Moutaouaffiq
- Réda Nabil
- Yassir Lairgi
- Youssef Irhboula

**Design :** Abdelkader Benaissat

---

[Math&Maroc](#) est une revue mathématique publiée par l'association du même nom. Elle vise la promotion des mathématiques, surtout olympiques, au Maroc.

Le Journal est ouvert à des propositions de nouveaux articles. Les articles doivent être soigneusement rédigés et raisonnablement courts. Nous sommes également intéressés par de nouveaux problèmes pour la rubrique « Défis ». Tout problème proposé devrait s'accompagner d'une solution, ou au moins d'informations suffisantes pour indiquer qu'une solution est possible. Veuillez inclure toute référence ou réflexion qui pourrait aider les rédacteurs et rédactrices. Nous vous invitons particulièrement à envoyer des problèmes originaux. Toutefois, tout problème intéressant quoique non original est le bienvenu pour autant qu'il soit accompagné des références nécessaires. Dans ce cas-là, il faut obtenir la permission de l'auteur avant de publier le problème.

Nous vous invitons à nous envoyer tous vos commentaires, remarques, problèmes, solutions et suggestions en contactant notre VP publications à l'adresse suivante :

[abdelkaderbenaissat@gmail.com](mailto:abdelkaderbenaissat@gmail.com)

N'hésitez pas à contacter nos VP (liste ci-contre) pour toute autre proposition de projet ou de partenariat.

Nom	VP pôle	Email
Mohammed-Younes Gueddari	Formation	<a href="mailto:gueddari.mohammedyounes98@gmail.com">gueddari.mohammedyounes98@gmail.com</a>
Reda Nabil	Communication	<a href="mailto:nabil.reda.99@gmail.com">nabil.reda.99@gmail.com</a>
Meriem Bahda	Conférence	<a href="mailto:meriembahda@gmail.com">meriembahda@gmail.com</a>
Abdelkader Benaissat	Publications	<a href="mailto:abdelkaderbenaissat@gmail.com">abdelkaderbenaissat@gmail.com</a>
Omar Bennouna	Orientation	<a href="mailto:omar.bennouna.x19@polytechnique.edu">omar.bennouna.x19@polytechnique.edu</a>
Nouamane Tazi	Informatique	<a href="mailto:nouamane98@gmail.com">nouamane98@gmail.com</a>
Younes Driouiche	Informatique	<a href="mailto:driouiche.younes@gmail.com">driouiche.younes@gmail.com</a>
Youssef Irhboula	Physique	<a href="mailto:y.irhboula@gmail.com">y.irhboula@gmail.com</a>

# Éditorial

**M**ath&maroc a aujourd'hui 4 ans d'existence ! Il y a 4 ans, des jeunes étudiants marocains, dont la plupart sont des ex-participants aux Olympiades Internationales de Mathématiques, ont décidé d'agir en consacrant leur temps et leur énergie dans le but d'offrir aux nouvelles générations une formation olympique de qualité et ouvrir aux élèves qui excellent en mathématiques de nouveaux horizons. C'est ainsi que Math&maroc a vu le jour. Depuis sa création, l'association n'a cessé de grandir et d'élargir ses champs d'action. Nous sommes actuellement plus de 70 membres, dispersés à travers le monde, mais partageant tous cette même motivation et volonté de faire rayonner les mathématiques dans notre pays.

Le début de cette année a été marqué par la fin du mandat de l'équipe fondatrice de Math&maroc, que nous remercions vivement pour tous leurs efforts. Un nouveau bureau a été élu, présidé par Amine Natik, que vous pouvez découvrir dans la rubrique « Coin des anciens ». La structure de l'association a été mise à jour, nos membres s'organisent désormais en 7 pôles : Pôle formation, communication, publications, informatique, physique, conférence et orientation.

Et finalement, le Journal revient ! Votre revue mathématique préférée s'est également offerte une mise à jour. Ce numéro se promet d'être captivant, à travers différentes rubriques que les passionnés des maths peuvent déguster l'une après l'autre. De la vie inspirante de Ramanujan, à la découverte du nombre imaginaire  $i$  qui a bouleversé le monde de la science, en passant par une modélisation mathématique de la pandémie que nous sommes en train de vivre, cette édition est à lire et partager sans modération !

*Mouad Moutaoukil*

# Sommaire

---

## Actualités

---

Quoi de neuf à Math&Maroc ?	2
- <i>Réda Nabil</i> .....	
Actualités des mathématiques	5
- <i>Anass Beqqali</i> .....	

---

## Autour des mathématiques

---

Beauté des mathématiques : La Révolution des Nombres Imaginaires	10
- <i>Mohamed Hibat Allah</i> .....	
Utilité des mathématiques : approche de la propagation du Covid-19	14
- <i>Yassir Lairgi</i> .....	

---

## Mathématiciens d'hier et d'aujourd'hui

---

Le coin des anciens : Amine Natic (IMO 2014)	22
- <i>Amine Natic et Meriem Bahda</i> .....	
Portrait d'un mathématicien : Srivinasa Ramanujan	26
- <i>Mouad Moutaoukil</i> .....	

---

## IOI & IPhO

---

Olympiades internationales d'informatique : Généralités	30
- <i>Rachad El Moutaouaffiq</i> .....	
Olympiades internationales de physique : Généralités	32
- <i>Youssef Irhboula</i> .....	

---

Défis olympiques	36
------------------	----

---



---

## ACTUALITÉS

---

[www.mathemaroc.com](http://www.mathemaroc.com)

Numéro 7, 2020

# QUOI DE NEUF À MATH&MAROC ?

RÉDA NABIL



Cette année 2019/2020 a été une année très mouvementée. Durant le mois d'Octobre dernier, le second mandat de l'association Math&Maroc a commencé. Ce renouvellement a été l'occasion d'agrandir nos rangs et d'accueillir de nouveaux membres brillants et motivés. Il a fallu ainsi restructurer l'association pour répondre au mieux aux besoins croissants des jeunes élèves et étudiants marocains. Toujours en concertation avec les membres les plus anciens de Maths&Maroc, la nouvelle équipe a pris ses marques et a tout mis en œuvre pour que la transition se passe sans accroc.

## Mais que gère au fait Math&Maroc ?

Parmi les actions entreprises, on compte bien évidemment les stages de préparation aux IMO (Olympiades Internationales de Mathématiques) qui coïncident généralement avec les vacances scolaires et qui nécessitent un grand investissement de la part des membres de l'association, surtout ceux faisant partie du pôle formation. Dans ce cadre, s'inscrit la

convention signée avec le Ministère de l'éducation, qui organise les stages olympiques et encadre le partenariat de Math&maroc avec le ministère, qui date plus de 3 ans. Après tout, cette volonté d'aider et de former les élèves sélectionnés pour représenter notre pays dans des compétitions olympiques très exigeantes, a été l'une des premières motivations à l'origine de la création de l'association il y a de cela quatre ans. Outre notre contribution à l'encadrement des jeunes matheux, Math&maroc s'est fixé plusieurs objectifs visant l'amélioration du niveau de notre pays en matière de sciences et d'olympiades.

## Qu'a fait l'association face à la crise sanitaire ?

Le début de l'année 2020 a été marqué par une des crises les plus importantes de l'ère contemporaine : la pandémie du Covid-19 qui a imposé l'arrêt des activités de plusieurs institutions, notamment celles des écoles. Notre équipe a instantanément réagi en vue d'apporter une solution viable à des milliers d'étudiants qui ont été privés du contact direct avec leurs professeurs et se sont trouvés en face d'outils pédagogiques qu'ils n'avaient pas l'habitude d'utiliser. Il fallait trouver un moyen de toucher un maximum d'élèves afin de leur apporter le soutien scolaire dont ils ont extrêmement besoin en cette période. C'est ainsi que nos membres ont travaillé diligemment pour mettre au point une plateforme capable de servir d'intermédiaire entre les élèves et des tuteurs bénévoles qui se sont portés volontaires lors de cette initiative. Peu de temps après le lancement de la plateforme, 2258 élèves intéressés se sont inscrits à travers le Maroc. Voici leur répartition :



Et c'est grâce au soutien de pas moins de 500 tuteurs motivés que nous avons pu prendre en charge plus de 1800 élèves. Nous joignons notre reconnaissance à celle des élèves bénéficiaires, et espérons voir ces chiffres augmenter encore plus dans les jours à venir afin de réduire le nombre d'étudiants toujours en liste d'attente.

## Menez-vous d'autres projets actuellement ?

Malgré tout le travail qui a déjà été fait, nos membres ne s'arrêtent pas là. Le pôle orientation se penche actuellement sur le meilleur moyen d'accompagner les jeunes dans leur choix d'études scientifiques. On pense notamment à interviewer des étudiants de différentes filières afin d'avoir des témoignages qui seront mis à disposition des futurs bacheliers par exemple. Nous avons également commencé à mettre à la disposition des préparateurs des ressources de travail sur le site [www.cpge-paradise.com](http://www.cpge-paradise.com).

Un autre projet qui nous tient à cœur est de renforcer la préparation des élèves marocains en physique. Il est clair que les étudiants marocains rayonnent à l'étranger par leur savoir-faire en mathématiques ; nous aimerions à présent les encourager à participer également aux compétitions de physique, notamment les IPhOs (Olympiades Internationales de Physique) qui est l'équivalent en physique des IMO. C'est la mission principale du pôle physique de Math&Maroc, qui est en train d'étudier les possibilités de partenariat avec des grandes écoles pour améliorer la préparation à ces compétitions.

Il existe plusieurs autres initiatives auxquelles nous réfléchissons, notamment l'organisation d'événements et de conférences lorsque la période de confinement sera levée. Je vous invite à vous tenir informé en visitant régulièrement notre site internet [www.mathemaroc.com](http://www.mathemaroc.com) et en vous abonnant à nos pages sur les réseaux sociaux : [Facebook](#), [LinkedIn](#).

Quoi qu'il en soit, sachez que les membres motivés de Math&Maroc continuent sur leur lancée pour planifier au mieux les événements à venir et tenter d'anticiper les besoins des élèves et étudiants marocains. Nous essayons de nous adapter à la situation qui évolue sans cesse pour que la jeunesse prometteuse de notre pays trouve toujours un soutien à la hauteur de ses ambitions !

# ACTUALITÉS DES MATHÉMATIQUES

ANASS BEQQALI

## Le prix Abel 2020



THE  
ABEL  
PRIZE  
2020

Certes, le prix international Abel pour les mathématiques est considéré comme l'une des plus prestigieuses distinctions dans cette science, et représente l'équivalent du prix Nobel inexistant pour cette discipline. Le prix est décerné annuellement, depuis 2003, à des célèbres mathématiciens par l'Académie Norvégienne des Sciences et des Lettres, qui a été créée par le gouvernement norvégien en 2001. Plusieurs mathématiciens ont eu l'honneur de remporter ce prix, commençant par JEAN-PIERRE SERRE en 2003, jusqu'à KAREN UHLENBECK en 2019.

Contrairement à la toute aussi prestigieuse médaille Fields qui est réservée aux mathématiciens de moins de quarante ans, le prix Abel n'impose pas de limite d'âge, mais vise à honorer toute la carrière mathématique des lauréats. Cette année, l'Académie norvégienne des sciences et des lettres a décerné cette distinction à l'israélo-américain HILLEL FURSTENBERG et au russo-américain GREGORI MARGULIS pour l'ensemble de leurs travaux,

qui ont tissé des liens novateurs entre la théorie des probabilités et des systèmes dynamiques tout en ayant recours à d'autres domaines des mathématiques fondamentales. Plus explicitement, ces deux mathématiciens ont développé de nouvelles méthodes en théorie ergodique – une branche des probabilités – et découvert des ponts entre ce domaine et d'autres champs des mathématiques, comme la géométrie, la combinatoire, la théorie des groupes et la théorie des nombres. Leurs résultats et leurs idées, en plus d'inspirer de nombreux mathématiciens, ont rapidement trouvé des applications en traitement du signal et en électronique, contredisant encore une fois l'idée reçue d'un cloisonnement entre mathématiques fondamentales et appliquées.



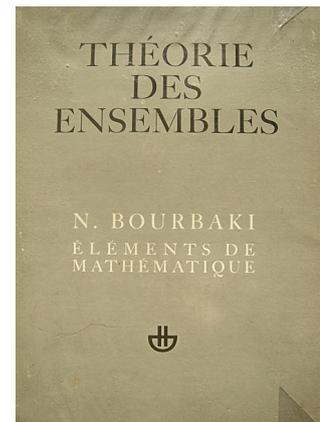
Hillel Furstenberg et Gregory Margulis

## Séminaire N. Bourbaki

Par ailleurs, cette année a connu l'organisation du séminaire NICOLAS BOURBAKI : il s'agit d'une série de lectures publiques avec des notes distribuées directement. C'est l'une des plus grandes institutions contemporaines de mathématiques, et un baromètre de l'avancée et de la réputation des mathématiques. La première édition de cette année a eu lieu le 25 Janvier à l'institut HENRI POINCARÉ, et la deuxième édition était prévue pour le 28 Mars 2020, elle a malheureusement été reportée à cause du Covid-19. La prochaine édition est prévue pour le 13 Juin 2020.

Historiquement parlant, NICOLAS BOURBAKI est un mathématicien imaginaire, sous le nom duquel un groupe de mathématiciens francophones, formé en 1935 à Besse, Auvergne sous l'impulsion d'ANDRÉ WEIL, a commencé à écrire et éditer des textes mathématiques à la fin des années 1930. L'objectif premier était la rédaction d'un traité d'analyse. Le groupe s'est constitué en association, l'Association des Collaborateurs de NICOLAS BOURBAKI, le 30 août 1952. Sa composition a évolué avec un renouvellement constant au fil des générations.

Sous le nom N. BOURBAKI fut publiée une présentation cohérente des mathématiques, appuyée sur la notion de structure, dans une série d'ouvrages sous le titre *Éléments de mathématique*. Cette œuvre est à ce jour inachevée. Elle a eu une influence notable sur l'enseignement des mathématiques et sur l'évolution des mathématiques du XXe siècle. Toutefois, elle connaît de nombreuses critiques : incompatibilité entre le formalisme retenu et la théorie des catégories, style trop formel, rejet de la théorie des probabilités, manque d'exemples, incompréhension des étudiants, etc. À ces critiques, on peut opposer l'enthousiasme du grand mathématicien EMIL ARTIN : " Notre époque assiste à la création d'un ouvrage monumental : un exposé de la totalité des mathématiques d'aujourd'hui. De plus, cet exposé est fait de telle manière que les liens entre les diverses branches des mathématiques deviennent clairement visibles". A cet égard, l'activité du groupe a cependant dépassé la seule rédaction d'ouvrages, par exemple avec l'organisation des séminaires Bourbaki.



Lors de cette édition, une multitude de problématiques ont été mises en lumière. Au tout début, c'est la théorie de Hodge et  $\alpha$ -minimalité JAVIER FRESAN qui a été exposée. Ensuite, le tour de NICOLAS THOLOZAN est venu avec le thème des phénomènes de type Ratner dans les variétés hyperboliques de volume infini. Et pour terminer cette fameuse journée, PIERRE-ANTOINE GUIHENEUF a introduit la théorie de forçage des homéomorphismes de surfaces. Il a principalement parlé du théorème de translation publié par BROWER en 1912 qui implique, entre autres, qu'un homéomorphisme du plan préservant l'orientation et ayant un point périodique possède aussi un point fixe.

## Plateforme de mathématiques au profit des élèves marocains



La Start-up « Math scan » est une plateforme sur internet dédiée à l'excellence en

mathématiques par le biais de l'intelligence artificielle, a décidé de donner accès à sa nouvelle plateforme de ressources didactiques à tous les élèves marocains.

L'évolution de la pandémie du Covid-19 a eu des répercussions négatives sur le rendement scolaire et mis le système éducationnel sous pression. C'est pourquoi la start-up a décidé donc de mettre à disposition de tous les élèves sa plateforme pour la médiation et le renforcement des lacunes en mathématiques en utilisant l'intelligence artificielle. Elle offre aux élèves des vidéos de haute qualité conformes à l'architecture du programme marocain.



---

AUTOUR DES MATHÉMATIQUES

---

[www.mathemaroc.com](http://www.mathemaroc.com)

Numéro 7, 2020

# Beauté des mathématiques : LA RÉVOLUTION DES NOMBRES IMAGINAIRES

MOHAMED HIBAT ALLAH

Ne t'es-tu jamais demandé comment les astrophysiciens arrivent à explorer des planètes qui sont loin de plusieurs années lumières de nous ? Et n'as-tu jamais essayé de comprendre comment on est arrivé à construire des ordinateurs de plus en plus puissants ? Ne sois pas surpris si je te dis que tout cela est basé sur l'invention d'un nombre imaginaire dont le carré est négatif ! En effet, les nombres imaginaires ont pu révolutionner plusieurs domaines scientifiques. Dans cet article, on va voir une motivation historique derrière l'invention des nombres imaginaires et quelques exemples de révolutions scientifiques qui ont eu lieu grâce à l'invention du nombre imaginaire " $i$ ".

## 1 Histoire des Nombres Imaginaires

Avant le seizième siècle, les mathématiciens croyaient que les seuls nombres qui ont un sens sont les nombres réels. On croyait aussi que l'équation  $x^2 = -1$  n'a pas de solutions vu que le registre mathématique contemporain n'acceptait pas l'existence d'un nombre dont le carré est négatif.

Gerolamo Cardano (1501-1576) était le premier mathématicien à admettre l'existence d'un nombre imaginaire  $i$  qui vérifie  $i^2 = -1$  sans pouvoir comprendre ses propriétés en totalité. Il a particulièrement beaucoup travaillé sur la résolution des équations algébriques de la forme  $ax^3 + bx + c = 0$  où il a commencé à trouver des solutions qui utilisaient le nombre  $i$ . Au début, les mathématiciens croyaient que ces solutions n'avaient pas de sens. Heureusement, grâce aux contributions du mathématicien Raphael Bombelli (1526-1572), on a pu donner une définition mathématique aux nombres imaginaires. C'était la naissance du nombre imaginaire " $i$ ".

Les nombres imaginaires (ou complexes) ont rencontré beaucoup de critiques des mathématiciens contemporains. En particulier, René Descartes (1596-1650) pensait que les nombres imaginaires ne peuvent pas être visualisés dans la réalité étant donné qu'ils n'existent pas sur la droite des nombres réelles (voir figure 1). A peu près un siècle plus tard, Friedrich Gauss (1777-1855) a suggéré que le nombre imaginaire " $i$ " a bien un sens et peut être visualisé comme on va le voir dans la section suivante.

## 2 C'est Quoi $i$ ?

Pour donner un sens aux nombres imaginaires, Gauss a introduit une droite verticale qui contient des multiples du nombre imaginaire " $i$ " (voir figure 2). Avec cette nouvelle convention, il a pu donner un sens au nombre imaginaire " $i$ " de la façon suivante :

- La multiplication d'un nombre réel par le nombre imaginaire " $i$ " lui fait tourner de 90 degrés dans le sens trigonométrique. En particulier, si on multiplie le numéro  $+2$  par  $i$ , on obtient le nombre  $2i$  par une rotation de 2 par 90 degrés dans le plan (voir figure 3).
- Si on multiplie  $2i$  par  $i$ , on fait de même une rotation de 90 degrés dans le sens trigonométrique pour obtenir un nombre égale à  $-2$  (voir figure 4). Ceci veut dire qu'une multiplication par un signe  $-$  peut être interprété comme une double multiplication par le nombre imaginaire  $i$ , d'où la propriété  $i^2 = -1$ .

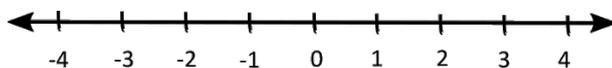


FIGURE 1 –

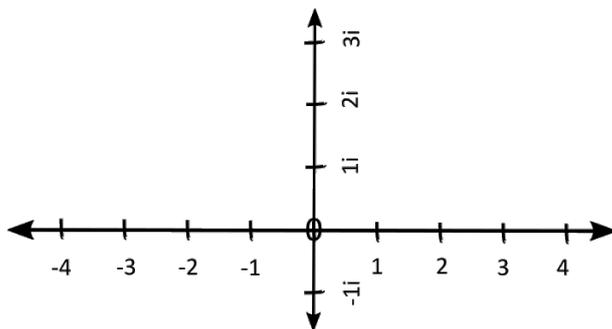


FIGURE 2 –

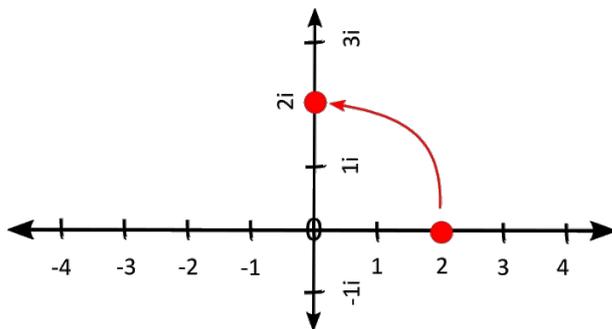


FIGURE 3 –

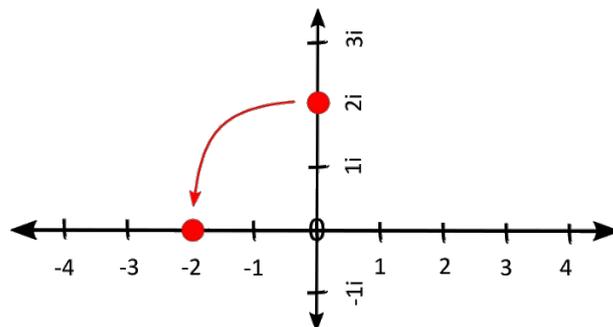


FIGURE 4 –

### 3 Première Révolution : Théorème Fondamental de l'Algèbre

En utilisant juste des nombres réels, une solution à l'équation algébrique de la forme

$$a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0 = 0, \quad (1)$$

n'est pas nécessairement existante. En particulier, l'équation  $x^2 + 1 = 0$  n'a pas de solutions réelles. Néanmoins, en introduisant le nombre imaginaire "i", cette équation admet deux solutions :  $x_1 = i$  et  $x_2 = -i$ . D'une manière analogue, les mathématiciens ont montré que l'équation (1) admet toujours des solutions dans le domaine des nombres complexes. C'est ce qu'on appelle le théorème fondamental de l'algèbre qui est à la base de la résolution des équations algébriques et qui est très utile dans plusieurs branches de mathématiques.

### 4 Deuxième Révolution : Transformée de Fourier

La transformée de Fourier est un outil mathématique incontournable pour l'analyse des sons et des images, il permet de produire de la musique de haute qualité, de classifier les images médicales pour pouvoir les identifier, de traiter les images d'exoplanètes prises par les télescopes pour déterminer leur propriétés et si elles sont habitables ou pas, et aussi d'analyser les images des observations de notre univers pour déduire ce qui s'est passé depuis les premiers moments de l'existence de notre cosmos. En conclusion, cet outil a ouvert la porte à plusieurs applications intéressantes dans plusieurs domaines scientifiques.

Mathématiquement, cette transformée consiste à prendre un signal  $f(t)$ , qui peut représenter une image ou un son et à faire la transformation suivante (que le lecteur n'est pas obligé de comprendre pour pouvoir suivre!) :

$$\mathcal{F}(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) e^{-i\omega t} dt,$$

pour obtenir un signal  $\mathcal{F}(\omega)$  qui contient des informations plus faciles à extraire ou à manipuler. Au cœur de cette transformée, on trouve le nombre imaginaire "i" soulignant le rôle important des nombres imaginaires dans cette transformation qui a plusieurs applications dans différents domaines scientifiques.

## 5 Troisième Révolution : Mécanique Quantique

La physique du 20ème siècle a connu un grand développement après la découverte de la mécanique quantique. C'est une théorie qui a permis d'expliquer pourquoi certains matériaux sont isolants ou conducteurs et aussi de mieux comprendre l'attraction ou la répulsion des aimants. Elle a aussi permis de développer des ordinateurs de plus en plus puissants et de fabriquer les Lasers qui sont très utiles en médecine et en industrie.

La mécanique quantique a aussi changé notre vision du monde infinitésimal des molécules et des atomes. Du point de vue de cette théorie, la position d'un atome n'a pas de sens, on a seulement droit de parler de la probabilité de trouver un atome dans une certaine position, cette probabilité est encodée par une fonction qui prend des valeurs imaginaires. Aussi étrange que cela puisse paraître, la mécanique quantique a connu un grand succès après avoir été confirmée par l'expérience à plusieurs reprises.

Ce qui est intéressant à noter ici, c'est que cette théorie donne un sens plus concret aux nombres imaginaires, puisqu'elle suggère que le nombre imaginaire " $i$ " n'est pas simplement une astuce mathématique pour trouver des solutions aux équations algébriques mais plutôt un objet qui existe bel et bien dans notre nature !

### Conclusion

C'est intéressant de voir qu'un simple nombre imaginaire  $i$  a pu révolutionner la science dans plusieurs domaines comme la médecine et la physique. Cet exemple montre le pouvoir de l'imagination dans le but de faire avancer la science et met en exergue le fait que les mathématiques sont incontournables pour la physique et pour expliquer comment notre monde marche.

# Utilité des mathématiques :

## UNE APPROCHE MATHÉMATIQUE DE LA PROPAGATION DU VIRUS SARS-COV-2

YASSIR LAIRGI

**ABSTRACT** - Cet article est une approche mathématique simplifiée pour modéliser la propagation du CoronaVirus à l'aide d'une suite géométrique. Nous discuterons par la suite les mesures nécessaires afin d'arrêter sa propagation dans deux périodes, sans et avec guérison journalière.

### 1 Phase initiale *sans guérison journalière*

#### 1.1 Modélisation

On commence notre modélisation par définir les variables suivantes, et on rappelle qu'on ne considérera pas les cas qui guérissent dans cette première phase.

- $N_i$  : Le nombre des cas le jour  $i$ .
- $M$  : Le nombre des individus, non contaminés, qui ont été en contact avec un cas parmi  $N_i$  le jour  $i$ .
- $p$  : La probabilité pour que la maladie soit transmise d'un cas parmi  $N_i$  vers un individu parmi  $M$  le jour  $i$ .
- $\delta N_{disease}$  : Les nouveaux cas qui émergent le jour  $i+1$ .

*Pour des raisons de simplicité, on suppose que  $p$  et  $M$  sont identiques pour chaque cas parmi  $N_i$  et sont constantes durant  $n$  jours,  $n \in N$ . On aura donc, le nombre des cas le jour  $i+1$ ,*

$$N_{i+1} = N_i + \delta N_{disease}$$

Avec  $\delta N_{disease} = N_i \times M \times p$ . Alors, on trouve,

$$\boxed{N_{i+1} = N_i(1 + Mp)} \quad (2)$$

On peut voir clairement que le nombre des cas est une suite géométrique, de terme général,

$$\boxed{N_n = N_0 k^n, n \in \mathbb{N}} \quad (3)$$

Avec,  $k = 1 + Mp$  est la raison de la suite géométrique.

## 1.2 Le taux de propagation du Virus

On pose  $RVP_n$ , le taux de propagation du Virus au jour  $n$ . Elle n'est que la pente de la droite tangente de la courbe (nombre des cas en fonction du temps) au point d'abscisse  $n$ .

$$RVP_n = \frac{N_{n+1} - N_n}{n+1 - n} = N_0(k^{n+1} - k^n) = N_0 k^n (k - 1)$$

D'où,

$$\boxed{RVP_n = N_0 Mp (1 + Mp)^n} \quad (4)$$

## 1.3 Interprétation

- $k > 1$  : Ceci implique que la suite géométrique (2) diverge.
- $RVP_n = RVP_n(M, p)$  : le taux de propagation du Virus croît exponentiellement lorsque  $M$ , le nombre des individus qui ont été en contact avec un cas contaminé, augmente (cf. figure 1) ou lorsque  $p$ , la probabilité de transmission de la maladie, augmente (cf. figures 2,3 et l'équation (3)).

Nous pourrions ralentir le taux de propagation du Virus en **minimisant  $M$  (option 1) ou en minimisant  $p$  (option 2)**.

$$M \rightarrow 0 \text{ (option 1) or } p \rightarrow 0 \text{ (option 2)}$$

Pour **(option 1)**, nous devons restreindre les mouvements des individus (infectés ou non) d'une zone à autre. Pour **(option 2)**, nous devons rappeler les gens de prendre les précautions nécessaires pour la désinfection : lavage des mains avec du savon liquide, nettoyage des vêtements, de la chambre etc...

On peut constater l'importance de l'éloignement sociale, **option 1**, comme il est illustré dans le graphique de Wuhan (cf. figure 4). Les barres grises représentent les cas réels journaliers de coronavirus, lorsque les symptômes ont commencé à

apparaître. Les barres en orange représente les mêmes cas mais après avoir effectué le test.

Le nombre de cas a augmenté de façon exponentielle jusqu'à 23 janvier (*date de l'annonce du confinement*). Le 26 janvier, le nombre des cas réels a atteint son maximum. Ensuite, il a diminué de façon significative.

- Les pays doivent agir rapidement afin de surmonter la propagation du Virus. ***Ils auront  $M$  et  $p$  plus petits et donc, un taux de propagation plus faible*** (cf. équation (3)).

Nous pourrions illustrer cette idée à partir de la pandémie grippale de 1918 (*ou grippe espagnole*). Nous remarquons dans la figure 5 que le taux de mortalité à Philadelphie, qui a sous-estimé les précautions, est beaucoup plus élevé que celui de St. Louis, qui a agi promptement.

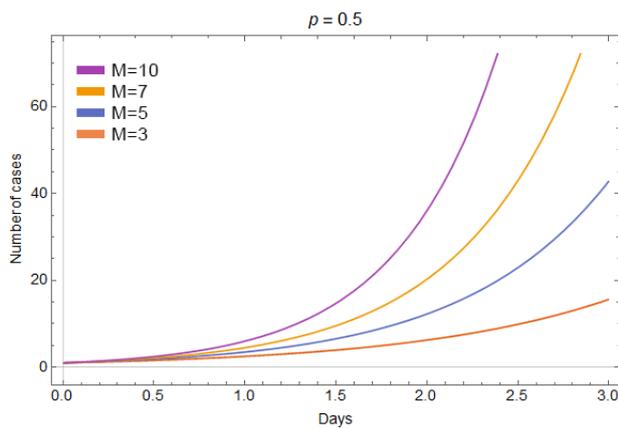


FIGURE 5 – Le nombre de cas est en fonction du temps, de  $p$  et de  $M$ . Nous maintenons  $p$  constant ( $p=0.5$  par exemple). Nous observons alors que le taux de propagation du Virus en un jour donné, qui est la pente de la droite tangente de la courbe à un jour donné, augmente de manière exponentielle lorsque nous passons de  $M=3$  à  $M=10$ .

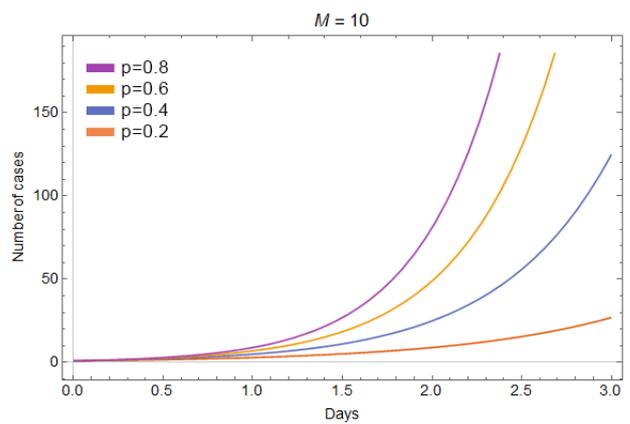


FIGURE 6 – Le nombre de cas est en fonction du temps, de  $p$  et de  $M$ . Dans cette courbe, nous maintenons  $M$  constant ( $M=10$  par exemple). Nous observons que le taux de propagation du Virus en un jour donné, qui est la pente de tangente de la courbe à un jour donné, augmente de façon exponentielle lorsque nous passons de  $p=0,2$  à  $p=0.8$ .

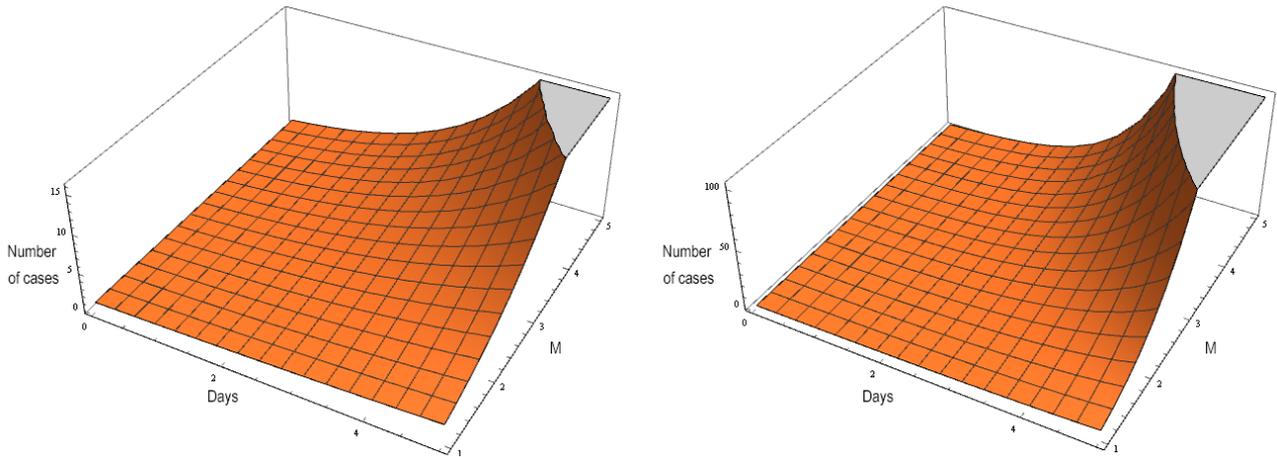


FIGURE 7 – Le nombre de cas est fonction du temps et de M. Nous constatons que le taux de propagation du Virus augmente lorsque nous passons de  $p=0.2$  (courbe à gauche) à  $p=0.5$  (courbe à droite).

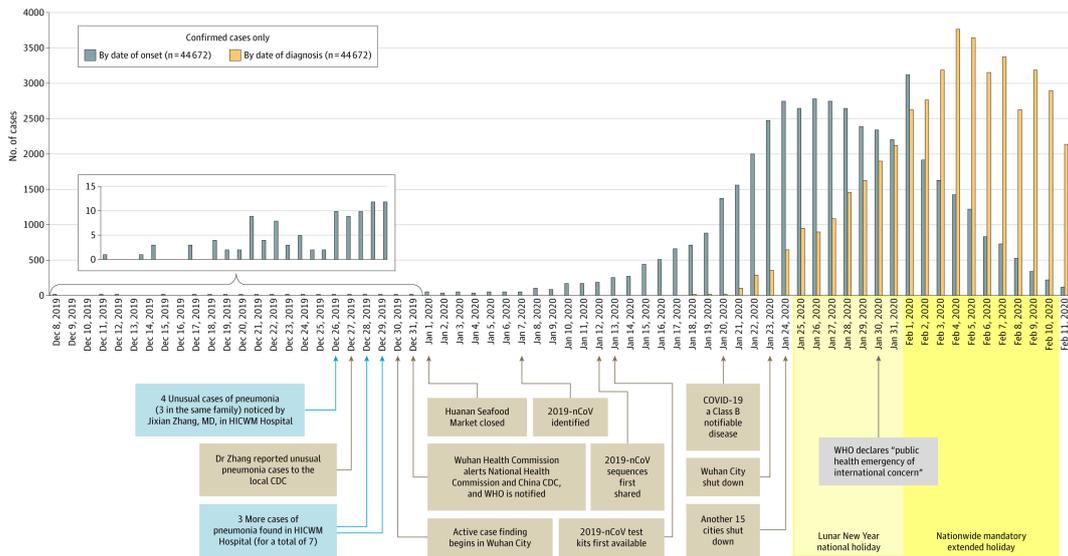


FIGURE 8 – Courbe épidémique des cas confirmés de Coronavirus 2019 (COVID-19). Source [1]

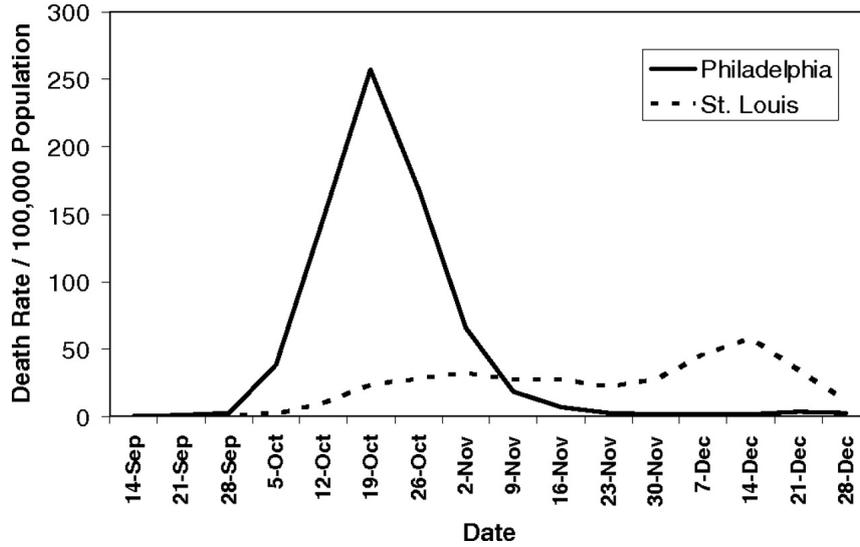


FIGURE 9 – Taux de mortalité de la pandémie grippale de 1918 à Philadelphie et à Saint-Louis où différentes mesures d'éloignement sociale ont été adoptées [2]. "Les premiers cas parmi les citoyens de Philadelphie ont été déclarés le 17 septembre 1918, mais les autorités ont sous-estimé leur ampleur et ont autorisé la tenue de grands rassemblements publics [...] En revanche, les premiers cas parmi les citoyens de St.Louis ont été déclarés le 5 octobre, et les autorités ont rapidement mis en place une vaste série de mesures destinées à promouvoir l'éloignement sociale, qu'elles ont appliquées le 17 octobre. [3]

## 2 Phase secondaire avec guérison journalière

### 2.1 Modélisation

Dans cette phase, on ajoute deux variables et on prend en considération les cas qui guérissent.

- $\delta N_{recovery}$  : le nombre de cas qui guérissent le jour  $i+1$ .
- $q$  : la probabilité pour qu'un cas parmi  $N_i$  guérisse le jour  $i+1$ .

On trouve,  $\delta N_{recovery} = qN_i$ . Donc, le nombre des cas le jour  $i+1$  est,

$$N_{i+1} = N_i(1 + Mp) - \delta N_{recovery}$$

D'où

$$\boxed{N_{i+1} = N_i(1 + Mp - q)} \quad (5)$$

Le terme général de la suite géométrique  $(N_n)_{n \in \mathbb{N}}$  est,

$$\boxed{N_n = N_0 k'^n, n \in \mathbb{N}} \quad (6)$$

Avec  $k' = 1 + Mp - q$  la raison de la suite (5).

## 2.2 Le taux de propagation du Virus

$RVP_n$  le taux de propagation du Virus le jour  $n$ ,

$$RVP_n = N_0 k'^n (k' - 1)$$

Donc,

$$RVP_n = N_0 (Mp - q) (1 + Mp - q)^n \quad (7)$$

## 2.3 Interprétation

- $\exists (M_0, p_0, q_0), k' < 1$  : dans ce cas, (5) est une suite convergente. Elle indique que si nous pouvions fixer  $M$  et  $p$  à une certaine valeur ( éloignement social, confinement et le lavage des mains), nous pourrions arrêter le Virus tant que  $q > Mp$ .
- Dans la condition  $Mp < q$ , nous pouvons constater à partir de (6) que le taux de propagation du Virus diminue rapidement lorsque  $q$ , la probabilité qu'un individu de  $N_i$  se rétablisse le jour  $i+1$ , augmente. (cf. figure 6)

**La probabilité  $q$  dépend du système immunitaire et de l'âge des cas.**

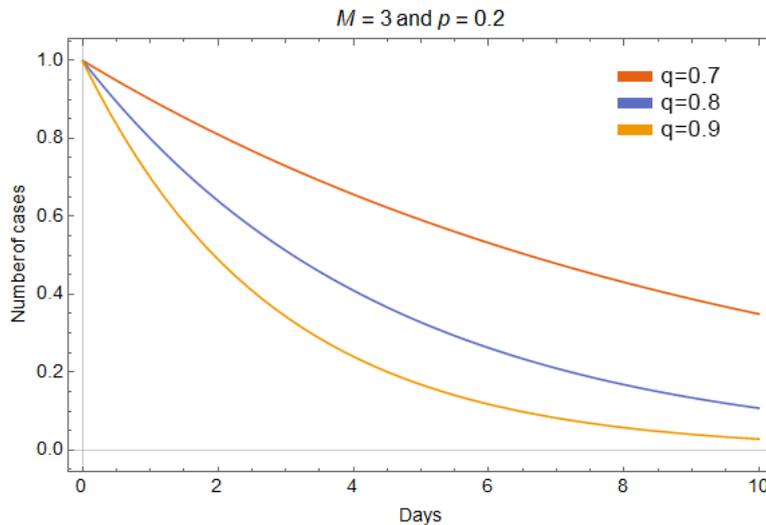


FIGURE 10 – Dans cette courbe, nous gardons  $M$  et  $p$  constantes ( $M=3$  et  $p=0,2$  par exemple). On remarque que le taux de propagation du Virus en un jour donné, diminue exponentiellement lorsque l'on passe de  $q=0.7$  à  $q=0.9$

## Références

- [1] Z. Wu and J. M. McGoogan, “Characteristics of and important lessons from the coronavirus disease 2019 (covid-19) outbreak in china : summary of a report of 72 314 cases from the chinese center for disease control and prevention,” *Jama*, 2020.

- [2] R. J. Hatchett, C. E. Mecher, and M. Lipsitch, “Public health interventions and epidemic intensity during the 1918 influenza pandemic,” *Proceedings of the National Academy of Sciences*, vol. 104, no. 18, pp. 7582–7587, 2007.
- [3] T. Pueyo, “Coronavirus : Why you must act now,” *Medium*, 2020.



---

MATHÉMATIENS, D'HIER ET  
D'AUJOURD'HUI

---

[www.mathemaroc.com](http://www.mathemaroc.com)

Numéro 7, 2020

# LE COIN DES ANCIENS : AMINE NATIK

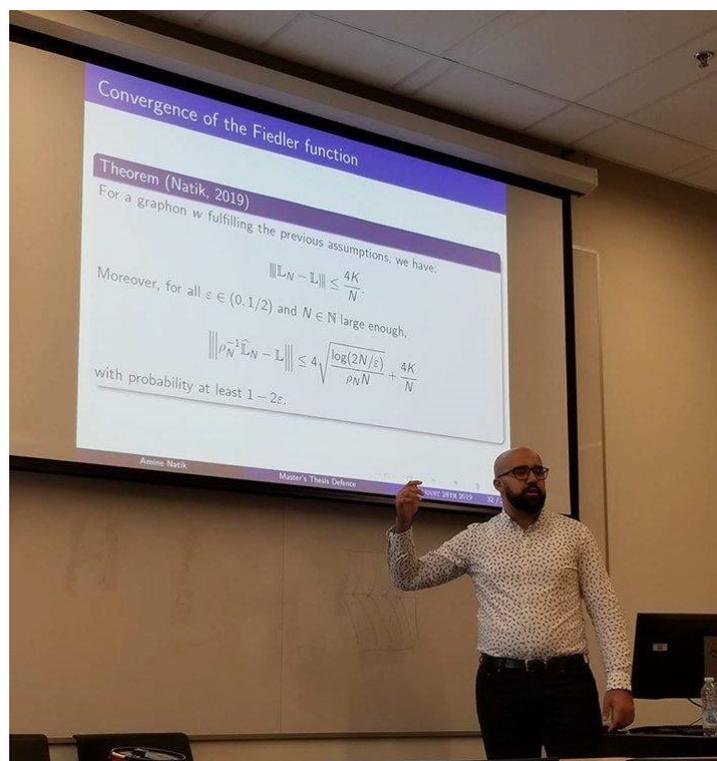
PROPOS RECUEILLIS PAR MERIEM BAHDA



## Qui est Amine Natick ?

Je suis, avant tout, un passionné de mathématiques, de la guitare, des échecs, de la photographie et de la cuisine. Actuellement, âgé de 23 ans, je poursuis un doctorat à l'université de Montréal, où je fais de la recherche dans le domaine de l'intelligence artificielle et des neurosciences computationnelles. Auparavant, j'ai obtenu mon master à l'université d'Ottawa en 2019 et ma licence à la faculté des sciences de Rabat en 2017.

Quand est-ce que s'est révélée ta passion pour les mathématiques ?



Mon récit est loin d'être celui d'un matheux ordinaire. Aussi loin que je me souviens, j'avais toujours été le feignant de la classe, l'enfant complètement désintéressé par les études. A voir mon parcours scolaire, on se dirait que je suis certainement une cause perdue, que je suis destiné à l'échec scolaire. Au brevet, mes notes étaient catastrophiques, surtout dans les matières scientifiques. Lors du conseil de classe, mes enseignants avaient jugé judicieux de m'orienter en filière littéraire. Heureusement, une enseignante de français avait plaidé en ma faveur et je fus accepté en filière scientifique. Mon grand frère m'avait toujours encouragé à choisir la filière des sciences mathématiques. Cependant, mes notes ne s'étaient nullement améliorées en tronc commun. Ainsi, avec mon 11/20 de moyenne au premier semestre, j'étais allé voir la direction pour leur parler de mon souhait de choisir la filière des sciences mathématiques. Vous l'avez peut-être deviné, on m'avait ri au nez, en me disant que c'était peine perdue. Au début de ma première année du baccalauréat, des places vacantes étaient disponibles en sciences mathématiques. Et c'est ainsi que j'ai fait mon entrée dans le monde des matheux. Ça n'avait pas du tout été facile pour moi. J'avais énormément de lacunes en mathématiques, des lacunes qui dataient du collège. Après le premier contrôle qu'on avait passé, qui bien inutile de vous le dire, fut désastreux, je pris la décision de devenir excellent en mathématiques. Depuis ce jour-là, j'avais commencé à travailler sans relâche. Mes efforts se sont par la suite reflétés sur mes notes excellentes. A la surprise de tous, l'adolescent qui ne manifestait aucun intérêt pour les études était devenu un intello passionné de mathématiques. Après cette transition que j'avais vécue durant ma première année du baccalauréat, je cherchais toujours à résoudre les exercices intitulés « défis » que je trouvais dans certains manuels. On organisait, mes amis de classe

et moi, des petites compétitions sur des jeux de réflexion et des problèmes mathématiques. Au fil du temps, ce loisir est devenu plus sérieux.

## **Parle-nous de tes expériences avec les compétitions de mathématiques**

Mon aventure avec les mathématiques a officiellement débuté lors de ma deuxième année du baccalauréat. Mon enseignant de mathématiques avait choisi mon ami, Rida Ait Manssour, et moi pour passer des tests préliminaires qui prenaient place dans notre lycée. J'ai pu résoudre six sur huit des problèmes. Et c'est ainsi que mon ami et moi avons été sélectionnés pour participer aux olympiades nationales, où on a rencontré les 40 meilleurs mathématiciens du Maroc de notre promotion. J'ai réussi les trois stages de sélection avec succès, j'ai été choisi parmi les six premiers au Maroc pour représenter notre pays aux IMO (International Mathematical Olympiad) qui ont eu lieu en Afrique du Sud en 2014, le moment de l'annonce des résultats finaux a marqué ma vie d'une panoplie de moments heureux, de moments forts et joyeux. Savoir que j'étais qualifié pour les IMOs demeure, un souvenir euphorique. Je ressens encore aujourd'hui cette sensation d'accomplissement, de fierté qui s'était emparée de moi. J'ai pu remporter une mention honorable dans les olympiades internationales, et je suis retourné à mon pays, la tête haute, fier d'avoir obtenu de tels résultats. Une semaine plus tard, j'ai participé au concours général des sciences et techniques de l'Académie Hassan II, l'épreuve était très dure, j'ai été classé un des deux meilleurs candidats qui recevront une allocation d'excellence durant leurs études. En 2016, j'ai participé aux IMC (International Mathematics Competition) en Bulgarie au nom de la faculté des sciences de Rabat où j'ai décroché une médaille de Bronze « Third Prize ».

## **Ton expérience au sein de l'association Math&Maroc ?**

Math&Maroc est une association à but non lucratif, fondée en 2016 par de jeunes mathématiciens marocains dont je fais partie. L'objectif de l'association est de promouvoir les mathématiques au Maroc. Son action principale consiste à préparer de brillants élèves marocains pour représenter notre pays dans des compétitions internationales de mathématiques. Durant l'année scolaire 2016/2017, j'ai fait partie des encadrants de l'équipe olympique marocaine qui a représenté le Maroc aux olympiades internationales de mathématiques 2017 au Brésil et puis aux IMOs 2018 en Roumanie. J'ai donc suivi toute l'évolution de la formation en encadrant les élèves sélectionnés durant trois stages. Durant cette période, j'ai essayé de faire preuve de créativité, en inventant mes propres problèmes d'arithmétique. C'est ainsi que m'est venue l'idée de proposer un problème pour les shortlists de l'année 2017. En voici un défi ! A ma connaissance, aucun Marocain n'avait pu réussir le challenge que je m'étais lancé. Il m'a fallu toute une semaine pour enfin créer LE problème d'arithmétique adéquat. J'ai donc proposé mon problème aux shortlists 2017. Quatre mois plus tard, j'ai appris que mon problème a été choisi. Mon œuvre d'art, celle que j'ai réalisée avec délicatesse et amour a été choisie parmi tant d'autres. Quelle fierté pour le Maroc ! Quel honneur pour ma famille ! Je revois encore la joie de ma mère quand je lui avais annoncé la nouvelle. Elle m'avait dit qu'elle n'était pas tellement surprise...

Maman avait toujours cru en moi ! C'est pourquoi je tiens à encourager tous les matheux marocains à inventer et proposer leurs problèmes dans les shortlists. Rien n'est impossible !

## **Quel est le sujet de recherche de ton doctorat ?**

Ma thèse de doctorat sera co-supervisée par Dr. Guy Wolf et Dr. Guillaume Lajoie. Nous prévoyons d'explorer les propriétés spatiales et spectrales de la connectivité des réseaux de neurones et leur impact sur les représentations acquises. Le but de notre projet doctoral est de comprendre comment le cerveau humain arrive à résoudre des tâches compliquées. Il est connu que tout ce que nous faisons, comme marcher, manger, communiquer et apprendre, est fonction du déclenchement de certains neurones selon certains schémas, dans des lieux spécifiques dans notre cerveau. Les progrès récents dans l'apprentissage profond ont proposé plusieurs architectures de réseaux de neurones artificiels pour résoudre des tâches d'apprentissage complexes, en s'inspirant simplement des circuits neuronaux de notre cerveau. Les réseaux biologiques et artificiels s'appuient sur un étalonnage efficace des synapses pour correspondre aux comportements souhaités. Cet ajustement est la façon dont un réseau "apprend", mais c'est une tâche compliquée qui n'est pas bien comprise. Une propriété importante des réseaux après l'apprentissage est la représentation interne de faible dimension trouvée dans l'activité conjointe des populations de neurones qui émergent lors de l'exécution d'une tâche apprise. Dans notre recherche nous visons à explorer et à approfondir ces représentations internes et à aborder la question de l'impact des propriétés structurelles de la connectivité réseau sur la géométrie, la dimensionnalité et les mécanismes d'apprentissage codés par ses caractéristiques internes. Nous prévoyons de répondre à cette question en exploitant des outils d'exploration de données multidisciplinaires comme le traitement du signal, la réduction de la dimensionnalité, l'apprentissage par la représentation et les systèmes dynamiques. Nous espérons que ce projet nous permettra de mieux comprendre la façon dont les réseaux de neurones naturels et artificiels résolvent des tâches compliquées. Ce qui nous aidera également à trouver des moyens méthodiques pour améliorer les structures existantes et construire de nouveaux modèles, à partir d'une compréhension plus profonde plutôt que d'essais et d'erreurs.

## **Un mot de la fin ?**

Je souhaite saisir cette occasion pour m'adresser à vous, cher lecteur. Je ne suis ni un surdoué, ni un génie. Mon histoire n'est autre que celle d'un jeune homme ordinaire, qui a choisi de prendre sa destinée en main. Il fut un temps où tout semblait flou. J'étais désorienté, désemparé, et surtout, malheureux.

Ma passion pour les mathématiques a donné un sens à mon existence. Mon bien-être personnel n'est que l'impact des mathématiques sur ma vie. Je suis aujourd'hui, un homme heureux ! C'est pourquoi je vous invite, cher lecteur, à trouver votre passion, à trouver ce domaine ou cette activité qui vous fascine, qui vous donne un sentiment d'exaltation, qui vous fait sentir plus vivant. Et quand la vie vous donnera mille et une raisons d'abandonner vos rêves, ne succombez point à la tentation. Parce qu'une vie sans ambitions et sans défis est une vie qui ne vaut pas la peine d'être vécue. Bon courage à vous tous !

Portrait d'un mathématicien :  
SRIVINASA RAMANUJAN : le génie mystique

MOUAD MOUTAOUKIL



“Une équation pour moi n’a aucune signification, à moins qu’elle ne représente une pensée de Dieu” –RAMANUJAN

RAMANUJAN est l’une des figures les plus touchantes et humaines de l’histoire des mathématiques modernes. Il est considéré un magicien des nombres, un artiste des équations et un prodige de l’intuition. Riche en vécus, son histoire a marqué le monde et ses travaux mathématiques font l’objet de recherches jusqu’à nos jours.

## Enfance et vie en Inde

SRINIVASA RAMANUJAN est né le 22 décembre 1887 à Erode au sud de l'Inde. Son enfance se passe sans encombre à Kumbakonam où il se fait déjà remarquer pour son excellente scolarité.

Il est autodidacte, faisant toujours preuve d'une pensée indépendante et originale. À l'âge de 16 ans, RAMANUJAN entre en possession du livre décisif de sa vie : *A synopsis of elementary results in pure and applied mathematics*, de G. S. CARR. Dès ce moment, les mathématiques deviennent son unique intérêt. Il inscrit ses recherches, portant notamment sur la théorie des nombres, sur les fractions continues et sur les séries divergentes, dans un carnet de notes qui le suivra dorénavant comme son ombre.

Son intense activité mathématique commence dès lors, mais lui cause une série d'échecs à divers examens, ce qui lui ferme les portes de l'université.

Jugeant son entourage académique dépassé, il commence, vers 1911, à publier des articles dans des journaux mathématiques indiens et tente d'intéresser les mathématiciens européens à son travail par des lettres qu'il leur envoie, suite aux conseils de certains de ses amis mathématiciens.

## Vie en Angleterre



RAMANUJAN rédige en janvier 1913 une lettre à l'attention de GODFREY H. HARDY de l'Université de Cambridge en Angleterre, un mathématicien de grande renommée internationale. Ce dernier reconnaît vite le potentiel du jeune indien et lui arrange, non sans difficulté, un séjour en Angleterre.

Son arrivée à Cambridge marque le début d'une extraordinaire collaboration avec HARDY. Il y obtient son premier diplôme universitaire et publie 21 articles durant 5 ans, souvent avec la participation de HARDY. Ce dernier, qui aimait classer les mathématiciens sur une échelle de 1 à 100, s'attribuera par la suite 25, donnera 30 à Littlewood, 80 à HILBERT et 100 à RAMANUJAN.

RAMANUJAN sera finalement élu membre du Collège de la Trinité, sommet du prestige, membre de la Société royale de Londres. Cependant, sa santé a toujours été fragile et il contracte en 1917 une grave tuberculose. En avril 1919, il retourne à Madras en Inde et y poursuit ses recherches jusqu'à ce que sa maladie l'emporte, le 26 avril 1920, à l'âge de 33 ans.

## Postérité mathématique

Faute de papier, RAMANUJAN a pris en Inde l'habitude d'effectuer ses calculs et ses raisonnements de tête ou sur une ardoise, ne notant que les résultats définitifs ; il conserve cette méthode de travail toute sa vie, remplissant ainsi en tout trois cahiers, contenant près de quatre mille formules sur plus de sept cents pages, sans démonstrations pour la majorité.

Les mathématiciens ont exploré plusieurs des résultats trouvés par RAMANUJAN au cours des années suivantes, et même actuellement, plusieurs études voient le jour grâce aux pistes ouvertes par les carnets du mathématicien indien.

Lors des **Olympiades Internationales des Mathématiques** en 2015, une conférence, à laquelle j'ai eu le plaisir d'assister, a été présentée par le mathématicien KEN ONO, travaillant sur certaines découvertes de RAMANUJAN, surtout en théorie des nombres.

À partir des années 1990, KEN ONO s'appuie sur certains de ces résultats pour obtenir, en 2014, un ensemble spectaculaire de nouvelles formules algébriques.

L'héritage impressionnant qu'a laissé RAMANUJAN explique les qualificatifs de «visionnaire» et «génie» souvent accolés à son nom. Certains propos du mathématicien lui-même (notamment la citation que nous avons mis en exergue au début de ce portrait) ont contribué à entretenir le mystère. Si HARDY a insisté pour qu'on ne voie rien de mystique dans les conjectures qu'il a énoncées, KEN ONO mentionne sa perplexité devant certaines de ses prédictions, précises et détaillées, qui lui paraissent inaccessibles avec les outils dont il disposait.

Lors de cette même conférence, une bande annonce du film "*The man who knew infinity*" a été présentée au public. C'est un film biographique de MATT BROWN, basé sur le livre de ROBERT KANIGEL, que nous conseillons à tous les lecteurs intéressés par plus de détails à propos la vie du mathématicien légendaire.



---

IOI & IPHO

---

[www.mathemaroc.com](http://www.mathemaroc.com)

Numéro 7, 2020

# OLYMPIADES INTERNATIONALES D'INFORMATIQUE

RACHAD EL MOUTAOUAFFIQ



Les Olympiades internationales d'informatique ou IOI (International Olympiad in Informatics) est l'une des six olympiades internationales scientifiques. En effet, il s'agit d'une compétition annuelle en sciences informatiques (algorithmique) qui rassemble des lycéens et collégiens de tous les pays du Monde dans le but de stimuler les efforts des jeunes dans le cadre du développement de l'apprentissage de l'algorithmique et de l'informatique. De surcroît, l'un des buts principaux de cette initiative est de réunir les élèves les plus brillants de tous les pays du monde pour un partage d'expérience enrichissante, des méthodes scientifiques...

Chaque pays a le droit d'envoyer jusqu'à quatre candidats et deux accompagnateurs, un Coach et un Président de l'équipe. Lors des cinq dernières années, le nombre de participants a environné les 300.

## **Epreuves :**

La compétition se déroule sous forme de deux épreuves de cinq heures, regroupant trois problèmes de nature algorithmique chacune. Les programmes des candidats sont ensuite soumis à une succession de tests qui permettent de déterminer le score final de chacun. L'examination se fait de façon individuelle.



## 32<sup>ND</sup> INTERNATIONAL OLYMPIAD IN INFORMATICS SINGAPORE

*logo officiel du IOI 2020*

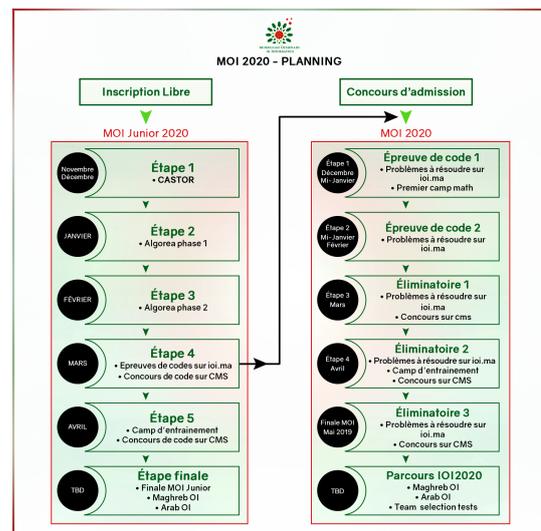
### Récompenses :

A la fin de la compétition, c'est la phase d'attribution des prix, la moitié des participants reçoit des médailles, Or, Silver ou Bronze. Les médaillés, comme pour les autres olympiades internationales, ont des chances d'avoir des bourses d'excellence dans des universités prestigieuses (MIT aux USA/ Waterloo au Canada/ Harvard aux USA/ nus Singapore ...)

### IOI au Maroc :

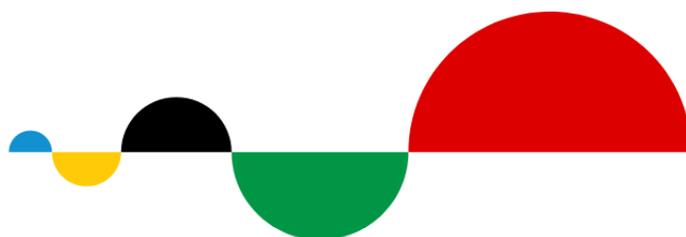
(MOI : Moroccan Olympiad in Informatics)  
MR. ANAS ABOU KALAM a déposé la candidature du Maroc en 2016 (Russie), la première participation du Maroc dans l'IOI était en 2017 à Téhéran. Cela a eu lieu après l'organisation de sa première édition des olympiades nationales d'informatique. Lors de sa première participation en Iran, le Maroc a accumulé un total de 65 points. En 2018 au Japan, le total était de 98 points, et puis 518 points lors de l'édition de 2019 qui a eu lieu en Azerbaïdjan.

En ce qui concerne l'inscription, il existe plusieurs étapes [CASTOR, Algorea ...] avant d'arriver aux épreuves de code sur le fameux site [ioi.ma](http://ioi.ma). Il s'agit de deux épreuves préliminaires de code, sans oublier le concours de code sur CMS qui comporte trois phases éliminatoires avant d'atteindre le stade international et avoir la chance de participer aux IOI 2020. En outre, pour la sélection, il y a deux parcours liste A pour ceux qui savent coder : C++/C/Java (python non autorisé). Et une liste B pour les débutants : ils commencent par des questions de logique, Scratch ... . Puis un autre parcours récemment ajoute "MOI-JUNIOR" surtout dédié à la préparation des élèves qui participeront aux MOI l'année d'après.



# INTERNATIONAL PHYSICS OLYMPIADS : GÉNÉRALITÉS

YOUSSEF IRHBOULA



**IPhO** Lithuania  
2020

Les IPhO (International Physics Olympiads) sont, depuis 1967, une compétition internationale annuelle de haut niveau, se disputant individuellement par des élèves venus du monde entier, en fin de cycle secondaire, non scolarisés en université et âgés de moins de 20 ans.

Au Maroc, la participation à ce concours pourrait donc être ouverte aux élèves de terminale mais aussi en première année de classes préparatoires aux grandes écoles (CPGE). La compétition réunit actuellement une centaine de délégations, mais pas plus de 5 pays africains. Le Maroc ne participe pas encore, envoyer une délégation est l'un des principaux objectifs du pôle physique de Math&Maroc en partenariat avec le MEN. Pour leur 51ème édition, les IPhO se dérouleront cette année du 18 au 26 juillet 2020 à Vilnius (Lituanie).

## Délégations

Chaque pays participant sélectionne une délégation nationale composée de 5 candidats et d'adultes accompagnateurs.

## Épreuves

La compétition comporte une épreuve théorique (30 points) et une épreuve expérimentale (20 points), de 5 heures chacune, abordant la physique classique (mécanique, électricité, thermodynamique ...) et des domaines plus récents (relativité restreinte, initiation à la mécanique quantique ...), l'ensemble formant un tout ambitieux et motivant.

**Toutes les épreuves se disputent individuellement.**

L'esprit de ces épreuves est centré autour du sens physique, de la compréhension des phénomènes et met à l'honneur la prise d'initiative des élèves et leur curiosité. Le syllabus de la compétition reste toutefois très exigeant, même pour des élèves en MPSI ou PCSI. Les sujets, initialement en anglais, sont traduits par les leaders de chaque pays dans leur langue. Ainsi chaque candidat dispose de sujets dans sa langue maternelle.

*La maîtrise de l'anglais reste cependant indispensable pour profiter des échanges avec les candidats des autres pays.*

## Récompenses

Sur l'ensemble des candidats, 67% reçoivent un prix :

- Médaille d'or (8% des participants) ;
- Médaille d'argent (17% des participants) ;
- Médaille de bronze (25% des participants) ;
- Mention honorable (17% des participants).

Des prix spéciaux sont également remis : meilleure candidate fille, meilleure épreuve pratique, meilleur résultat combiné ou encore prix de la solution la plus originale.



*Médaille d'or IPhO 2019*

## La Physique olympique au Maroc

Le MEN organise au Maroc des olympiades nationales de physique de la même manière que les olympiades nationales de mathématiques (stages, formations, tests...). Ces olympiades de physique n'aboutissent malheureusement pas, contrairement à leur pendant mathématique, à la formation d'une équipe pour la compétition internationale.

Math&Maroc essaie, à travers son pôle Physique, de remédier à cette situation. Les élèves marocains ne sont pas pour autant étrangers aux IPhO. Nombreux sont ceux qui ont participé à la formation française que ce soit dans les lycées DESCARTES à Rabat et LYAUTEY à Casablanca, ou dans des classes préparatoires françaises (LOUIS-LE-GRAND, STANISLAS, HENRI POINCARÉ...). Bilan plus qu'honorable (2 qualifiés au stage final à l'ENS Paris-Saclay et une dizaine de mentions honorables en 3 ans), il reste à mettre à profit ces expériences pour la mise en place d'un complément efficace aux olympiades nationales de façon à aboutir, comme en mathématiques, à la formation d'une délégation pour les olympiades internationales.



---

## DÉFIS OLYMPIQUES

---

[www.mathemaroc.com](http://www.mathemaroc.com)

Numéro 7, 2020

**N.B :** Les solutions des problèmes proposés seront publiées dans le prochain numéro. Tous les lecteurs sont invités à nous faire parvenir leurs solutions, via l'adresse : [abdelkaderbenaissat@gmail.com](mailto:abdelkaderbenaissat@gmail.com).

Les élèves qui participent à la sélection des Olympiades sont vivement encouragés à nous envoyer leurs résultats, même incomplets.

Toute proposition doit nous parvenir au plus tard le 20 Juin 2020. Les problèmes et les solutions seront publiés en français, mais vous pouvez soumettre vos solutions dans la langue de votre choix.

# ALGÈBRE

## A.1

Monter l'inégalité suivante :

$$\sum_{i < j} \frac{a_i a_j}{a_i + a_j} \leq \frac{n}{2(a_1 + a_2 + \dots + a_n)} \sum_{i < j} a_i a_j$$

Soient  $a_1, a_2, \dots, a_n$  des réels.

(Serbia)

## A.2

Une suite des nombres réels  $a_0, a_1, a_2, \dots$  est définie par

$$a_0 = -1; \sum_{k=0}^n \frac{a_{n-k}}{k+1} = 0$$

Montrer que  $a_n > 0$  pour  $n \geq 1$ .

(Poland)

---

# COMBINATOIRE

## C.1

Un  $(n, k)$ -tournoi est un concours avec  $n$  joueurs organisés en  $k$  tours tels que :

- Chaque joueur joue à chaque tour, et tous les deux joueurs se rencontrent au plus une fois.
- Si le joueur A rencontre le joueur B au tour  $i$ , le joueur C rencontre le joueur D au tour  $i$  et le joueur A rencontre le joueur C au tour  $j$ , alors le joueur B rencontre le joueur D au tour  $j$ .

Déterminez toutes les paires  $(n, k)$  pour lesquelles il existe un  $(n, k)$ -tournoi.

(Argentina)

## C.2

Soit  $S$  un ensemble fini de points dans le plan tel qu'aucun d'eux ne soit sur une droite. Pour chaque polygone convexe  $P$  dont les sommets sont en  $S$ , soit  $a(P)$  le nombre de sommets de  $P$ , et soit  $b(P)$  est le nombre de points de  $S$  qui sont en dehors de  $P$ .

Prouvez que pour chaque nombre réel  $x$

$$\sum_p x^{a(P)}(1-x)^{b(P)} = 1$$

Où la somme est prise sur tous les polygones convexes avec des sommets en  $S$ . NB : Un segment de ligne, un point et l'ensemble vide sont considérés comme des polygones convexes de 2, 1 et 0 sommets, respectivement.

(Colombie)

# GÉOMÉTRIE

## G.1

Soit  $ABC$  un triangle et  $I$  le centre de sa cercles inscrit et soit  $P$  un point du triangle qui vérifie :

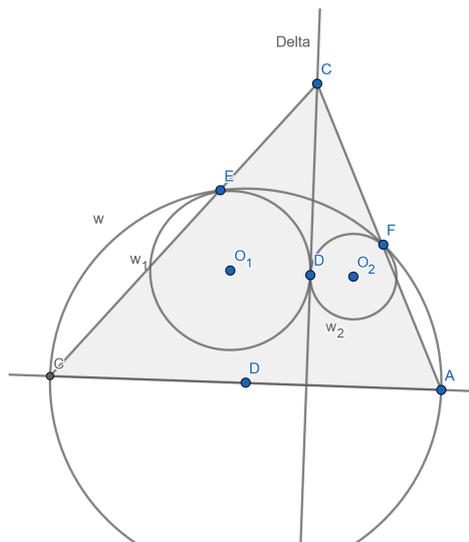
$$\widehat{PBA} + \widehat{PCA} = \widehat{PBC} + \widehat{PCB}$$

Montrer que  $AP \geq AI$  et que l'égalité tient si et seulement si  $P$  coïncide avec  $I$ .

(Corée)

## G.2

Soient les cercles  $\omega_1$  et  $\omega_2$  de centres  $O_1$  et  $O_2$ .  $\omega_1$  et  $\omega_2$  sont respectivement tangents extérieurement au point  $D$  et intérieurement à un cercle  $\omega$  aux points  $E$  et  $F$ . La droite  $(\Delta)$  est la tangente commune de  $\omega_1$  et  $\omega_2$  en  $D$ . Soit  $[AB]$  le diamètre de  $\omega$  perpendiculaire à  $(\Delta)$ , de sorte que  $A, E$  et  $O_1$  soient sur le même côté de  $(\Delta)$ . Démontrer que les lignes  $(AO_1), (BO_2), (EF)$  et  $(\Delta)$  se rencontre dans un seul point.



(Brésil)

## THÉORIE DES NOMBRES

### T.1

Montrer que pour tout entier positif  $n$ , il existe un entier  $m$  tel que le nombre  $2^m + m$  est divisible par  $n$ .

(Estonie)

### T.2

Trouver tous les entier  $x, y$  tel que :

$$\frac{x^7 - 1}{x - 1} = y^5 - 1$$

(Russie)

