Guide d'enseignement efficace des mathématiques

de la 4^{e} à la 6^{e} année

Traitement des données et probabilité

2009

appuyer chaque élève

Ontario

Guide d'enseignement efficace des mathématiques, de la 4e à la 6e année
Traitement des données et probabilité

Le *Guide d'enseignement efficace des mathématiques, de la 4e à la 6e année – Traitement des données et probabilité* comprend notamment une introduction, une description de la grande idée *Traitement des données* et de la grande idée *Probabilité*, ainsi qu'une situation d'apprentissage pour chaque année d'études au cycle moyen.

Guide d'enseignement efficace des mathématiques

de la 4e à la 6e année

Traitement des données et probabilité

TABLE DES MATIÈRES

PRÉFACE 3

INTRODUCTION 5

ENSEIGNEMENT EFFICACE DU TRAITEMENT DES DONNÉES ET DE LA PROBABILITÉ 7

Littératie statistique ... 8
Pensée probabiliste ... 10
Processus d'enquête ... 11
Habiletés liées à la littératie statistique et à la pensée probabiliste ... 12
- Habileté à raisonner ... 12
- Habileté à visualiser ... 13
- Habileté à résoudre une situation-problème ... 16
- Habileté à communiquer ... 17

Rôle de l'enseignant ou de l'enseignante ... 20

GRANDES IDÉES EN TRAITEMENT DES DONNÉES ET PROBABILITÉ 23

Aperçu ... 23

GRANDE IDÉE 1 – TRAITEMENT DES DONNÉES 27

Aperçu ... 27
Énoncé 1 – Cerner la situation ... 30
- Clarifier le problème ... 30
- Formuler des questions statistiques ... 32
- Scénario pédagogique ... 38

Énoncé 2 – Faire une collecte de données ... 44
- Types d'enquêtes ... 44
  - Enquête au moyen d'observations ... 46
  - Enquête au moyen d'un prélèvement de mesures ... 46
  - Enquête au moyen d'une expérience ... 47
  - Enquête au moyen d'un sondage ... 47
  - Enquête au moyen d'une recherche de données existantes ... 48
- Sortes de données ... 49
  - Données qualitatives et données quantitatives ... 49
  - Données primaires et données secondaires ... 50
- Population et échantillon ... 52
- Pistes de questionnement ... 57
- Scénario pédagogique ... 58

Énoncé 3 – Organiser les données ... 62
- Pourquoi organiser les données ... 62
- Comment organiser les données ... 66
  - Tableau des effectifs ... 67
  - Tableau de corrélation ... 70

Diagramme à bandes 71
Diagramme à bandes doubles 75
Diagramme à tiges et à feuilles 77
Diagramme à ligne brisée 79
Autres modes de représentation 82
Diagramme à pictogrammes 82
Ligne de dénombrement 83
Diagramme de Venn 84
Diagramme de Carroll 86
Énoncé 4 – Interpréter les résultats 89
Développement de l'habileté à interpréter des résultats 89
Attribution d'un sens aux données 90
Prise de décision 101
Utilisation de mesures statistiques 107
Étendue 107
Mode 108
Médiane 111
Moyenne 115

GRANDE IDÉE 2 – PROBABILITÉ 127

Aperçu 127
Énoncé 1 – Probabilité et hasard 129
Hasard et chance 130
Sens de la variabilité 132
Concept de probabilité 134
Énoncé 2 – Probabilité théorique 137
Développement du concept de probabilité théorique 138
Probabilité expérimentale 150
Scénario pédagogique 151

ÉTABLIR DES LIENS 157

Liens avec des expériences de la vie quotidienne 157
Liens avec des concepts dans les autres domaines de mathématiques 160
Liens avec des concepts dans les autres matières 162
Liens avec des professions 165

CHEMINEMENT DE L'ÉLÈVE 169

Tableau de progression 1 – Vocabulaire 170
Tableau de progression 2 – Habiletés 171

SITUATIONS D'APPRENTISSAGE 175

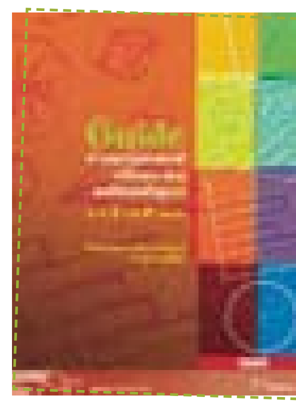
Aperçu 175
Situation d'apprentissage, 4e année 177
Situation d'apprentissage, 5e année 207
Situation d'apprentissage, 6e année 229

RÉFÉRENCES 251

PRÉFACE

Le document intitulé *Enseigner et apprendre les mathématiques* : *Rapport de la Table ronde des experts en mathématiques de la* 4^{e} *à la* 6^{e} *année* souligne que « l’enseignement joue un rôle central dans l’apprentissage et la compréhension des mathématiques chez les élèves du cycle moyen » (Ministère de l’Éducation de l’Ontario, 2004a, p. 35) et il en définit les principales composantes. Pour appuyer la mise en œuvre des recommandations présentées dans ce rapport, le ministère de l’Éducation de l’Ontario a entrepris l’élaboration d’une série de guides pédagogiques composée d’un guide principal et de guides d’accompagnement.

Le **guide principal,** publié en cinq fascicules et intitulé *Guide d’enseignement efficace des mathématiques, de la maternelle à la* 6^{e} *année* (Ministère de l’Éducation de l’Ontario, 2006a), propose des stratégies précises pour l’élaboration d’un programme de mathématiques efficace et la création d’une communauté d’apprenants et d’apprenantes chez qui le raisonnement mathématique est développé et valorisé. Les stratégies portent essentiellement sur les grandes idées inhérentes aux attentes du programme-cadre de mathématiques (Ministère de l’Éducation de l’Ontario, 2005), sur la résolution de problèmes comme principal contexte d’apprentissage des mathématiques et sur la communication comme moyen de développement et d’expression de la pensée mathématique. Ce guide contient également des stratégies d’évaluation, de gestion de classe et de communication avec les parents[1].



Les **guides d’accompagnement,** rédigés par domaine en tenant compte des attentes et des contenus d’apprentissage du programme-cadre de mathématiques, suggèrent des applications pratiques des principes et des fondements présentés dans le guide principal. Ils sont conçus pour aider l’enseignant ou l’enseignante à s’approprier la pédagogie propre à chaque domaine mathématique afin d’améliorer le rendement des élèves en mathématiques.

Le guide principal et les guides d’accompagnement ont été élaborés en conformité avec la *Politique d’aménagement linguistique de l’Ontario pour l’éducation en langue française* (Ministère de l’Éducation de l’Ontario, 2004c) pour soutenir la réussite scolaire des élèves et appuyer le développement durable de la communauté scolaire de langue française de l’Ontario. Ils mettent l’accent, entre autres, sur des stratégies d’enseignement qui favorisent l’acquisition par chaque élève de compétences en communication orale.

1. Dans le présent document, *parents* désigne père, mère, tuteur et tutrice.

INTRODUCTION

> *Il est artificiel de fragmenter l'enseignement du traitement des données et de la probabilité. […] Le défi est de créer des liens entre ces deux domaines.*
>
> (Shaughnessy, 2003, p. 216, traduction libre)

L'application de concepts de traitement des données et de probabilité est très fréquente dans notre quotidien. En effet, les journaux, les revues, la radio, la télévision et Internet ont régulièrement recours aux diagrammes et aux données statistiques pour communiquer une information ou pour véhiculer un message (p. ex., réclame publicitaire, résultats sportifs, sondages d'opinion, tendances démographiques, évaluation des risques pour la santé, prévisions météorologiques).

Selon Burns (2000, p. 59-61), une connaissance appropriée des concepts de traitement des données et de probabilité est un atout dans la vie des élèves. Elle leur permet :

- de se préparer à vivre dans une société de plus en plus axée sur les statistiques;
- d'éviter d'être induits en erreur par les statistiques;
- de développer leur habileté à raisonner;
- de réduire l'incertitude;
- de rapporter la réalité fidèlement;
- de dissiper certains préjugés;
- de formuler convenablement leurs arguments;
- de justifier leurs résultats à l'aide de données quantitatives.

Dans le programme-cadre de mathématiques, le traitement des données et la probabilité font partie d'un même domaine. Ces deux sujets sont en effet indissociables puisque dans les deux cas, on recueille des données, on les organise, on les analyse et on en tire des conclusions. S'il est possible de traiter des données sans avoir recours aux probabilités, le contraire ne l'est pas toujours puisque les données sont essentielles au calcul des probabilités. L'enseignant ou l'enseignante devrait donc privilégier une approche intégrée dans l'enseignement des concepts de traitement des données et de probabilité.

Par exemple, il ou elle peut demander aux élèves :

- de représenter les données recueillies lors d'une enquête ou d'une expérience de probabilité par un tableau ou un diagramme et de les analyser;
- de communiquer leur interprétation de diagrammes en utilisant la terminologie appropriée;
- d'utiliser des données primaires ou secondaires pour répondre à une question statistique, de formuler une conclusion ou de déterminer la probabilité d'un événement;
- d'exercer un jugement critique par rapport aux données recueillies, à leur représentation par un diagramme et aux conclusions proposées.

Le traitement des données et la probabilité font généralement partie de la branche des mathématiques appelée statistique. Un des principaux objectifs de l'enseignement en statistique est d'aider les élèves à analyser des données quantifiables et à prendre des décisions dans des situations impliquant la variabilité.

Domaine de la statistique

Traite de l'analyse et de l'interprétation de données quantifiables

Statistique en mathématiques

Traitement des données
- Enquêtes
- Mesures statistiques
  - étendue
  - mode
  - médiane
  - moyenne

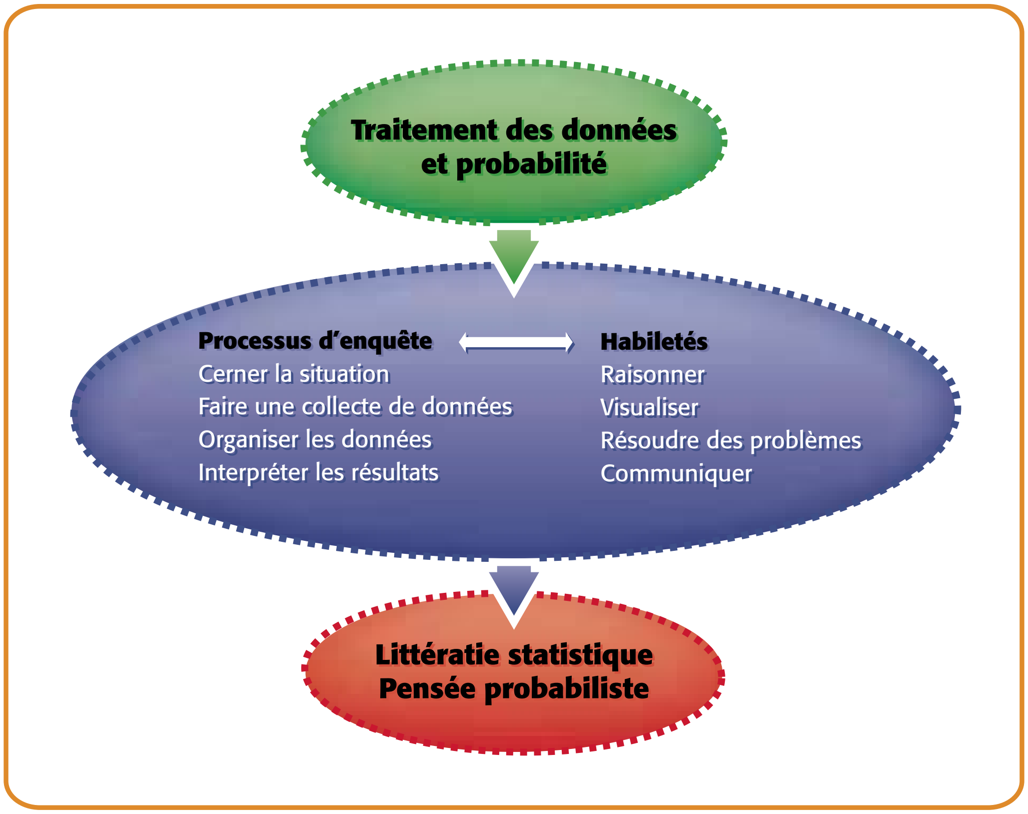
Probabilité
- Probabilité théorique
- Probabilité expérimentale

Statistique appliquée aux autres matières

Sciences sociales
Sciences économiques
Sciences humaines
Éducation physique
Psychologie
Sociologie
Mécanique
Physique
Biologie

ENSEIGNEMENT EFFICACE DU TRAITEMENT DES DONNÉES ET DE LA PROBABILITÉ

L'enseignement du domaine Traitement des données et probabilité au cycle moyen vise à accroître les compétences des élèves en matière de **littératie statistique** et à développer leur **pensée probabiliste.** Pour atteindre cet objectif, l'enseignant ou l'enseignante doit présenter aux élèves des situations authentiques d'apprentissage qui font appel au **processus d'enquête** et qui favorisent l'acquisition de certaines **habiletés** essentielles. Le schéma suivant illustre l'interaction entre chacun des éléments en caractères gras dans ce paragraphe.



Dans ce qui suit, on explique chaque élément plus en détail. On présente ensuite le rôle de l'enseignant ou de l'enseignante dans le contexte d'un enseignement efficace du traitement des données et de la probabilité.

Littératie statistique

> *La littératie au XXI^e^ siècle est en pleine évolution. Les percées technologiques et la mondialisation de la société, par la migration, les voyages, le commerce et les arts, continuent d'accroître notre volonté et notre capacité de produire et d'échanger des textes, et représentent un enjeu grandissant pour qui cherche à être informé et à s'investir dans la collectivité mondiale. Les enseignantes et enseignants d'aujourd'hui doivent aller au-delà de la littératie traditionnelle afin de préparer les élèves à des formes de littératie et à des rôles qui n'existent peut-être pas encore dans la conjoncture culturelle, sociale et économique actuelle.*
>
> (Ministère de l'Éducation de l'Ontario, 2004b, p. 5)

La littératie statistique constitue sans aucun doute l'une des nouvelles formes de littératie auxquelles on fait référence dans la citation précédente. Elle est autant une composante de la littératie que de la numératie. Selon les recherches de Schield (2004, p. 6-11) ainsi que celles de Jones et de ses collaborateurs (2000, p. 269-307), il y a un lien étroit entre la littératie et le niveau de compréhension en traitement des données. Quoiqu'il existe différentes définitions de la littératie statistique, la plupart font référence d'une façon ou d'une autre à un ensemble de compétences essentielles à toute personne désirant travailler efficacement dans un monde où les technologies de la communication rendent l'information omniprésente et facile d'accès.

Gal (2002, p. 2-3) précise que les compétences d'une personne en matière de littératie statistique sont liées à sa capacité « … à interpréter et à évaluer, de façon critique, l'information statistique et les arguments liés aux données qu'elle peut rencontrer dans divers contextes, et à sa capacité à communiquer sa compréhension de cette information et ses préoccupations par rapport aux conclusions proposées ». Dans la pratique, ceci signifie, par exemple, qu'une personne qui a acquis ces compétences est en mesure :

- de comprendre de quelle façon des données statistiques peuvent être utilisées pour résoudre une situation-problème donnée;
- de reconnaître certaines pratiques de collecte de données;
- de lire, de comprendre et d'interpréter des données présentées dans un tableau ou un diagramme;

- de formuler des conclusions ou des inférences fondées sur des données;
- d’analyser de façon critique la source des données présentées et les conclusions proposées;
- de comprendre le sens de certaines mesures statistiques (p. ex., médiane, moyenne).

Il incombe aux enseignants et aux enseignantes d’aider les élèves à acquérir ces compétences, et ce, dès les premières années d’études. Freebody et Luke (1990, p. 7-16) ont conçu un « modèle des quatre ressources » (*Four Resources Model*) dans lequel ils ont réuni quatre familles de pratiques dont il faut tenir compte en matière de littératie. La figure suivante est une version adaptée de ce modèle. Elle met en évidence, pour chaque famille de pratiques, certains comportements observables de l’élève dans le cadre d’activités qui font appel aux compétences en matière de littératie statistique.

Créer du sens	Décoder et créer des diagrammes
• Utiliser ses connaissances factuelles et conceptuelles et ses expériences antérieures pour attribuer un sens à des données. **Exemple** L’élève examine des données recueillies et peut s’en faire une idée générale.	• Reconnaître et utiliser les caractéristiques et les composantes des diagrammes pour bien interpréter ou représenter des données. **Exemple** L’élève utilise les composantes d’un diagramme (p. ex., titre, échelle) pour décoder l’information qui y est présentée.
Utiliser de façon fonctionnelle des diagrammes et des tableaux	**Analyser des diagrammes et les critiquer**
• Comprendre la raison d’être des diagrammes et des tableaux. • Comprendre que l’intention du diagramme et le destinataire ciblé servent à préciser le type de diagramme qui doit être utilisé. • Associer le diagramme à des faits ou à des réalités tangibles. **Exemple** L’élève utilise un tableau des effectifs et un diagramme à bandes pour représenter la sorte et la quantité de matières recyclées dans la classe.	• Comprendre que les diagrammes expriment des points de vue qui peuvent être critiqués ou modifiés et que des points de vue qui diffèrent n’y sont pas nécessairement exprimés. • Établir des liens entre les données. • Lire au-delà des données, lire le dit et le non-dit des diagrammes et des tableaux. **Exemple** L’élève formule des conclusions ou des inférences fondées sur les données présentées dans un diagramme.

Pensée probabiliste

> *Tout programme-cadre, de la maternelle à la 12e année, devrait permettre aux élèves […] de comprendre et d'appliquer les concepts fondamentaux de probabilité.*
>
> (National Council of Teachers of Mathematics, 2000, p. 48, traduction libre)

La pensée probabiliste, ou le sens de la probabilité, est associée à la capacité de résoudre des situations dont l'issue est aléatoire et donc, imprévisible. Elle permet, dans une situation donnée :

- de reconnaître l'importance de la variabilité des résultats;
- de tenir compte de l'ensemble des résultats possibles;
- de juger du niveau d'incertitude présent;
- de décrire la probabilité d'un résultat ou d'un événement;
- de comprendre le sens d'un énoncé de probabilité;
- de faire des prédictions ou de prendre des décisions fondées sur une évaluation des probabilités.

Déjà, les notions de probabilité étaient présentées dans les cours de mathématiques seulement à partir du palier secondaire. Or, Kuzmak et Gelman (1986, p. 559-566) indiquent que les jeunes enfants comprennent intuitivement certains concepts liés à la probabilité avant même qu'ils ne leur soient présentés formellement. Selon Jones et ses collaborateurs (1999, p. 487-519), la compréhension intuitive qu'ont les enfants de la probabilité leur servira de base pour construire les concepts relatifs à la pensée probabiliste.

Au cycle primaire, les premières manifestations de la pensée probabiliste apparaissent lorsque les élèves réussissent à déterminer s'il est *certain, possible* ou *impossible* qu'un événement donné se produise. Plusieurs élèves ont toutefois de la difficulté à bien saisir le sens de ces mots. L'enseignant ou l'enseignante doit profiter d'une variété d'occasions quotidiennes pour inciter les élèves à les utiliser. Il ou elle doit aussi les initier au concept de probabilité en leur proposant des expériences simples de probabilité.

Au cycle moyen, les élèves poursuivent le processus de développement d'une pensée probabiliste. L'enseignant ou l'enseignante doit leur présenter des situations qui les incitent à utiliser une terminologie appropriée pour évaluer, toujours de façon intuitive, la probabilité d'un événement (p. ex., *peu probable*, *très probable*) et à comparer la probabilité de deux événements (p. ex., *plus probable que*, *moins probable que*, *équiprobables*). Il ou elle doit aussi leur proposer des situations qui les aideront à comprendre la différence entre la probabilité théorique et la probabilité expérimentale. Vers la fin du cycle moyen, les élèves apprennent à assigner une valeur de 0 ou de 1 aux événements impossibles ou certains, et à représenter la probabilité d'un résultat à l'aide d'une fraction, d'un nombre décimal et d'un pourcentage.

Processus d'enquête

Le processus d'enquête est une démarche de résolution de problèmes axée sur la collecte et l'analyse de données. Or, les données sont au cœur de toute réflexion liée à la littératie statistique et à la pensée probabiliste. Les élèves auront donc l'occasion de développer leurs compétences en matière de littératie statistique ainsi que leur pensée probabiliste dans la mesure où ils seront exposés à diverses situations qui font appel au processus d'enquête.

Le tableau suivant résume les quatre étapes du processus d'enquête. Chacune de ces étapes fera l'objet d'un énoncé sous la *Grande idée 1 – Traitement des données* (p. 27).

1. Cerner la situation • Clarifier le problème • Formuler une ou plusieurs questions auxquelles on peut répondre en s'appuyant sur des données
2. Faire une collecte de données • Concevoir un plan pour recueillir des données pertinentes et appropriées • Effectuer la collecte des données et les enregistrer
3. Organiser les données • Choisir un mode de représentation approprié • Présenter les données dans un tableau ou un diagramme
4. Interpréter les résultats • Analyser les données • Établir des liens entre les données • Utiliser une mesure statistique pour résumer un ensemble de données • Prendre une décision en fonction de l'interprétation des résultats • Déterminer la probabilité d'un résultat

Il est important de noter que ces étapes sont très similaires aux étapes du processus de résolution de problèmes (voir *Habileté à résoudre une situation-problème*, p. 16-17). De plus, ces étapes n'impliquent pas nécessairement que le processus est linéaire et séquentiel. En réalité, on va et vient d'une étape à l'autre selon les besoins. Par exemple, lorsqu'on interprète les résultats (étape 4) d'une enquête présentés dans un tableau, on peut envisager qu'une représentation différente de ces résultats pourrait fournir de nouveaux renseignements. On peut alors revenir à l'étape de l'organisation des données (étape 3) et construire le diagramme en question. On peut même retourner à la question statistique (étape 1) si on se rend compte qu'elle était imprécise ou que les résultats ne correspondent pas à l'intention initiale.

Habiletés liées à la littératie statistique et à la pensée probabiliste

> *L'utilisation de données authentiques liées au vécu des élèves les motive à apprendre, minimise les conceptions erronées, fonde la formulation d'inférences porteuses de sens et conséquemment, assure une prise de décision réfléchie.*
>
> (Connor, Davies et Holmes, 2006, p. 185, traduction libre)

Raisonner, visualiser, résoudre une situation-problème et communiquer sont des habiletés étroitement liées au développement des compétences en matière de littératie statistique et au développement de la pensée probabiliste. Elles permettent aux élèves non seulement de recueillir et d'organiser efficacement des données ou de déterminer des probabilités, mais également de les comprendre et de les utiliser à bon escient. L'enseignant ou l'enseignante doit donc continuellement chercher des occasions pour inciter les élèves à développer et à utiliser ces habiletés.

HABILETÉ À RAISONNER

L'habileté à raisonner permet aux élèves d'organiser leur pensée. « En mathématique, organiser signifie effectuer des activités mentales telles qu'abstraire, coordonner, différencier, intégrer, construire et structurer. » (Ministère de l'Éducation du Québec, 2001, p. 128).

En traitement des données, l'habileté à raisonner joue un rôle prépondérant à toutes les étapes du processus d'enquête. L'enseignant ou l'enseignante peut, par son choix de questions, aider les élèves à développer cette habileté. Par exemple, lorsque les élèves cherchent à cerner une situation donnée (étape 1), il ou elle peut les inciter à clarifier la situation et à réfléchir à la formulation d'une question statistique appropriée (voir *Scénario pédagogique* dans *Énoncé 1 – Cerner la situation*, p. 38-43). Ou encore, lors de l'étape de l'interprétation des résultats, il ou elle peut les inciter à établir des liens entre les données et à lire au-delà des données (voir l'exemple dans *Énoncé 4 – Interpréter les résultats*, p. 99-100).

L'habileté à raisonner est aussi très utilisée en probabilité. En effet, pour prendre des décisions réfléchies dans toute situation où les résultats varient de façon aléatoire, il est important de faire appel à la raison plutôt qu'à l'intuition. C'est là un des fondements de la pensée probabiliste. Par exemple, si on obtient trois fois de suite un nombre pair lors de lancers d'un dé, notre intuition pourrait nous porter à croire que le prochain lancer donnera presque assurément un nombre impair. Or, en faisant appel à la raison, on constate que la probabilité d'obtenir un nombre pair lors du quatrième lancer est égale à la probabilité d'obtenir un nombre impair. De telles méprises dues à l'intuition sont très courantes en probabilité, et chez certains adultes, elles sont très ancrées. L'enseignant ou l'enseignante doit donc recourir à plusieurs situations variées pour aider les élèves à fonder leur évaluation de la probabilité d'un événement ou d'un résultat sur la raison plutôt que sur l'intuition.

HABILETÉ À VISUALISER

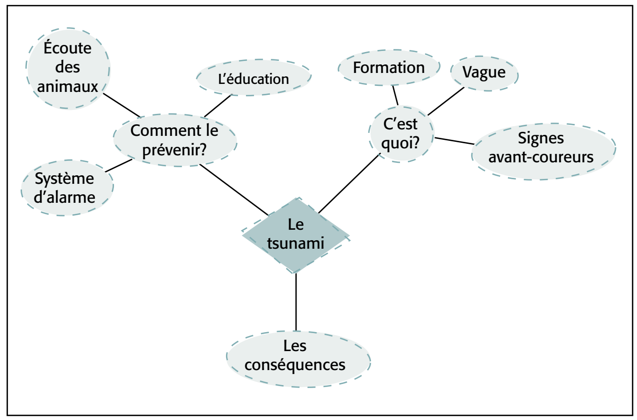
> *L'habileté à visualiser est un processus qui permet à l'élève de se représenter des concepts abstraits sous forme d'images mentales. Ces images lui permettent de manipuler les concepts, de les rendre signifiants et de se les approprier.*
>
> (Small, 2006, p. 132, traduction libre)

L'habileté à visualiser correspond à la capacité de rendre visible un phénomène ou un concept qui ne l'est pas. La visualisation permet aux élèves :

- d'organiser une foule de renseignements sous la forme d'une image mentale;
- d'utiliser un réseau d'images mentales pour résoudre des problèmes;
- de comprendre des concepts et des procédures mathématiques en se référant à leur représentation visuelle.

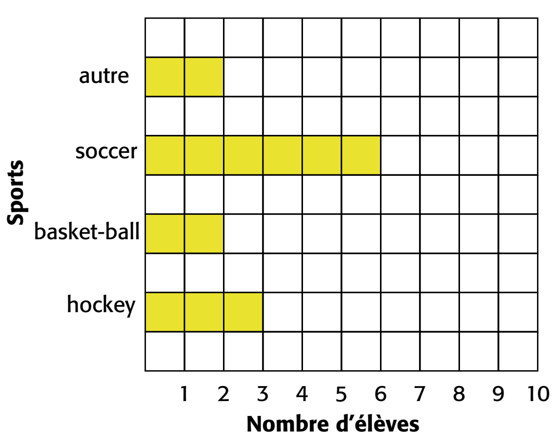
Pour développer l'habileté à créer ces images mentales, les élèves doivent d'abord avoir eu l'occasion de voir, de créer et d'utiliser différentes représentations (p. ex., concrète, semi-concrète, symbolique) d'un même concept. L'enseignant ou l'enseignante doit donc s'assurer de les intégrer régulièrement dans le cadre de diverses situations d'apprentissage.

En traitement des données, l'habileté à visualiser est fort utile lors du processus d'enquête. Par exemple, pour bien cerner une situation donnée (étape 1), les élèves peuvent d'abord organiser leurs idées à l'aide d'une carte conceptuelle (voir *Clarifier le problème* dans *Énoncé 1 – Cerner la situation*, p. 30-31). L'image mentale qu'ils se font de cette carte leur permet ensuite d'avoir en mémoire un résumé de la situation qui leur servira à toutes les étapes du processus d'enquête. Ils peuvent aussi construire un diagramme (p. ex., diagramme à bandes, diagramme à ligne brisée) pour représenter des données, ce qui leur permet de mieux en visualiser la distribution (voir *Comment organiser les données* dans *Énoncé 3 – Organiser les données*, p. 66-82).

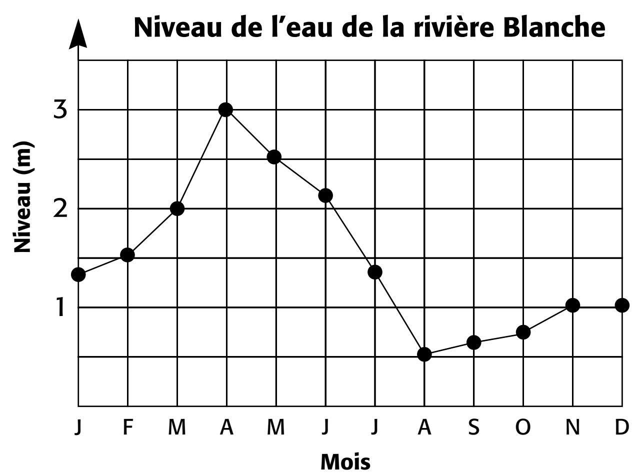


Exemples

Sports préférés des filles de la classe



Niveau de l'eau de la rivière Blanche

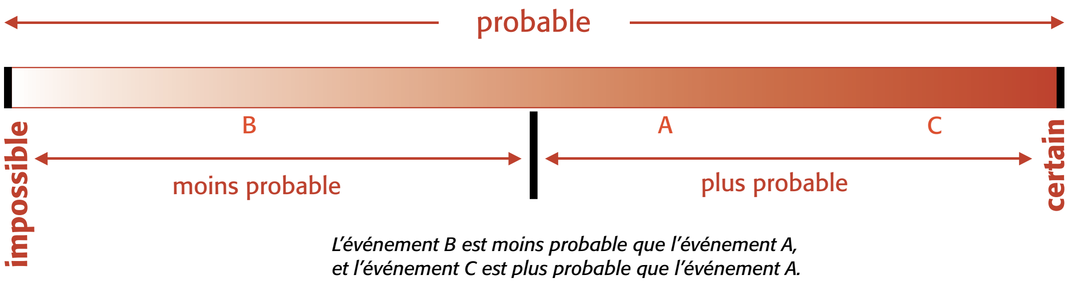


Le modèle de partage équitable (voir *Partage équitable* dans *Énoncé 4 – Interpréter les résultats*, p. 116-121), utilisé pour déterminer une moyenne, illustre aussi comment l'habileté à visualiser permet de mieux comprendre un concept abstrait.

En probabilité, la ligne de probabilité constitue un moyen visuel efficace pour comprendre le concept de probabilité et pour comparer la probabilité de deux événements (voir *Concept de probabilité* dans *Énoncé 1 – Probabilité et hasard*, p. 134-136).

Exemple

Ligne de probabilité

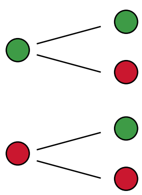


L'événement B est moins probable que l'événement A, et l'événement C est plus probable que l'événement A.

De même, le diagramme en arbre constitue un moyen efficace pour visualiser l'ensemble des résultats possibles d'une expérience (voir *Scénario pédagogique* dans *Énoncé 2 – Probabilité théorique*, p. 151-155).

Exemple

1er jeton 2e jeton



HABILETÉ À RÉSOUDRE UNE SITUATION-PROBLÈME

En traitement des données et probabilité, la démarche privilégiée pour résoudre une situation-problème est celle généralement associée au processus d'enquête. Comme en témoigne le tableau suivant, cette démarche suit pratiquement les mêmes étapes que celles utilisées en résolution de problèmes dans les autres domaines d'étude en mathématiques. L'enseignant ou l'enseignante doit aider les élèves à faire le lien entre ces étapes.

Étapes de résolution de problèmes	Étapes du processus d'enquête
Comprendre le problème	**Cerner la situation** • Clarifier le problème • Formuler une ou plusieurs questions auxquelles on peut répondre en s'appuyant sur des données
Élaborer le plan	**Faire une collecte de données** • Concevoir un plan pour recueillir des données • Effectuer la collecte des données et les enregistrer
Mettre le plan en œuvre	**Organiser les données** • Choisir un mode de représentation approprié • Présenter les données dans un tableau ou un diagramme
Vérifier les résultats	**Interpréter les résultats** • Analyser les données • Établir des liens entre les données • Utiliser une mesure statistique pour résumer un ensemble de données • Prendre une décision en fonction de l'interprétation des résultats • Déterminer la probabilité d'un résultat

Comme dans les autres domaines en mathématiques, l'apprentissage des concepts en traitement des données et probabilité doit se faire en situation de résolution de problèmes. L'enseignant ou l'enseignante doit donc présenter aux élèves des situations engageantes qui les incitent à recourir au processus d'enquête. Il importe de souligner l'importance accrue du contexte en traitement des données et probabilité. En effet, dans ce domaine, il est pratiquement impossible de résoudre un problème sans tenir compte du contexte.

Par exemple, les données brutes obtenues à la suite d'une enquête menée par une tierce personne n'ont aucun sens si on ne sait rien au sujet de l'enquête elle-même. De même, il est impossible d'interpréter un diagramme à bandes ou un diagramme à ligne brisée si on ne sait pas à quoi les données représentées font référence parce que les axes sur le diagramme en question n'ont pas d'étiquettes.

Note : Pour d'autres renseignements au sujet du rôle de la résolution de problèmes en mathématiques, consulter le *Guide d'enseignement efficace des mathématiques*, *de la maternelle à la 6e année*, fascicule 2 (Ministère de l'Éducation de l'Ontario, 2006a, p. 1-75).

HABILETÉ À COMMUNIQUER

> *La communication, sous ses multiples formes, est une fenêtre ouverte sur la pensée de l'élève; d'abord, pour comprendre ce qu'il ou elle pense, puis pour évaluer sa compréhension afin de bien orienter l'enseignement.*
>
> (Small, 2006, p. 178, traduction libre)

L'habileté à communiquer en traitement des données et probabilité, ainsi que dans tous les autres domaines de mathématiques, est un moyen d'apprentissage incontournable. Elle permet, entre autres, aux élèves d'exprimer leur compréhension et de clarifier leur pensée. Radford et Demers (2004) soulignent que la communication sous tous ses aspects est un moyen de transformation du savoir et qu'apprendre revient à s'approprier ce savoir.

L'enseignant ou l'enseignante doit favoriser l'émergence d'un climat d'engagement au dialogue au sein de la classe. Pour ce faire, il ou elle doit présenter des situations d'apprentissage d'envergure qui font en sorte que les échanges entre les élèves soient nécessaires pour qu'ils arrivent à comprendre le problème et à obtenir une solution. La communication, qu'elle soit orale ou écrite, doit faire appel aux symboles, à la terminologie et aux représentations graphiques appropriés, ainsi qu'à des raisonnements et des arguments mathématiques qui mettent en évidence les concepts visés. Aux cycles primaire et moyen, la communication orale est un préalable à la communication écrite.

Communication orale

Les élèves doivent apprendre à utiliser la communication orale pour répondre à divers objectifs. Par son questionnement, l'enseignant ou l'enseignante peut susciter des discussions qui visent un objectif en particulier. Le tableau suivant en présente quelques exemples.

Objectif de la communication orale	Pistes de questionnement
Relater des expériences antérieures pertinentes	– « Aviez-vous déjà entendu parler du smog avant de lire ce texte? » – « Pouvez-vous décrire une expérience de probabilité qui comprend deux résultats équiprobables? »
Formuler et expliquer une prédiction	– « Croyez-vous qu'il va y avoir une différence entre les réponses des filles et des garçons? Pourquoi? » – « Quelle couleur de jeton penses-tu piger? Sur quoi te bases-tu pour faire cette prédiction? »
Comparer différentes stratégies ou idées	– « Quel diagramme représenterait le mieux ces données? Pourquoi? » – « Laquelle de ces trois façons de compiler les résultats de l'expérience de probabilité est la plus pratique? »
Partager une tâche	– « Quel est le rôle de chacun des membres de votre équipe? »
Discuter des relations, des ressemblances ou des différences	– « Quelles sont les ressemblances et les différences entre ces ensembles de données? » – « Quelle est la différence entre une probabilité expérimentale et une probabilité théorique? Y a-t-il un lien entre les deux? »
Justifier	– « Pourquoi avez-vous choisi ce type d'enquête? » – « Pourquoi considérez-vous que l'événement B est moins probable que l'événement A? »
Expliquer	– « Quelle démarche avez-vous suivie pour recueillir et enregistrer vos données? » – « Comment allez-vous procéder pour déterminer la probabilité de ce résultat? »

Communication écrite

Consigner ses idées par écrit est généralement plus difficile que de les exprimer oralement. Par contre, il y a des situations où le contraire est vrai. Par exemple, les élèves peuvent représenter un ensemble de données statistiques de façon beaucoup plus succincte et efficace à l'aide d'un diagramme à bandes qu'à l'aide d'une description orale. Ils doivent cependant apprendre à utiliser correctement les diverses représentations usuelles des données (p. ex., tableau des effectifs, diagramme à bandes doubles, diagramme en arbre) afin de s'assurer que le message transmis sera le bon et qu'il sera bien compris par les autres. Ils peuvent ensuite utiliser ces représentations pour justifier un raisonnement ou appuyer un argument lors d'un échange mathématique avec le groupe classe.

En traitement des données et probabilité, les élèves ont de multiples occasions d'utiliser la communication écrite. Ils peuvent, par exemple :

- organiser des idées à l'aide d'une carte conceptuelle;
- formuler une question statistique;
- formuler des questions de sondage;
- noter une prédiction, une observation ou une réflexion;
- compiler des données dans un tableau;
- présenter un ensemble de données dans un diagramme;
- exprimer une conclusion ou une décision;
- décrire la probabilité d'un événement.

Note : Pour d'autres renseignements au sujet du rôle de la communication orale et de la communication écrite en mathématiques, consulter le *Guide d'enseignement efficace des mathématiques*, *de la maternelle à la 6e année*, fascicule 2 (Ministère de l'Éducation de l'Ontario, 2006a, p. 77-114).

Rôle de l'enseignant ou de l'enseignante

> *Les élèves ne peuvent pas nécessairement améliorer par eux-mêmes la formulation de leurs questions, identifier différentes méthodes de collecte de données ou choisir la façon la plus appropriée pour organiser et représenter des données; ces habiletés s'acquièrent grâce à la pratique, aux échanges mathématiques et aux interventions de l'enseignant ou de l'enseignante.*
>
> (National Council of Teachers of Mathematics, 2000, p. 110, traduction libre)

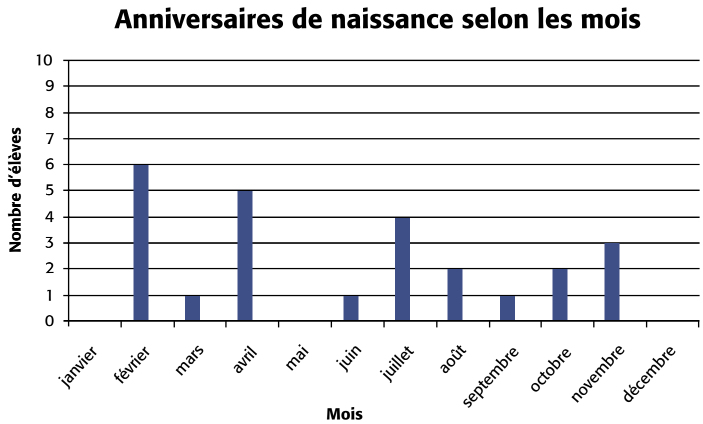
Les élèves ont besoin de direction et d'encadrement pour apprendre à résoudre des problèmes reliés au traitement des données et à la probabilité. L'enseignant ou l'enseignante doit avoir une vue d'ensemble du parcours que les élèves doivent suivre et planifier les activités d'apprentissage en conséquence. Il ou elle doit identifier les situations où il est important de recourir à l'enseignement explicite en s'assurant de modeler sa démarche, ses interrogations et son raisonnement. De plus, l'enseignant ou l'enseignante doit :

- proposer aux élèves une variété de situations d'apprentissage engageantes et à un niveau de difficulté approprié;
- encourager les élèves à utiliser du matériel concret et semi-concret;
- s'assurer que les élèves utilisent la terminologie relative au traitement des données et à la probabilité de façon appropriée;
- mettre l'accent sur la compréhension des concepts;
- utiliser un questionnement qui aide les élèves à franchir une certaine étape ou qui les incite à réfléchir et à clarifier leur pensée.

Un enseignement efficace en traitement des données et probabilité implique aussi le développement simultané chez les élèves de la pensée probabiliste et des compétences en matière de littératie statistique. Il importe donc d'aider les élèves à établir des liens entre les concepts relatifs au traitement des données et ceux relatifs à la probabilité. Pour ce faire, l'enseignant ou l'enseignante doit choisir des situations d'apprentissage qui leur permettront d'établir ces liens. Par exemple, il ou elle peut leur demander de déterminer la probabilité d'un événement à partir de données issues d’une enquête (exemple 1) ou d’effectuer certaines des étapes du processus d’enquête à partir de données issues d’une expérience de probabilité (exemple 2).

Exemple 1

Chacun des élèves de la classe révèle le mois de son anniversaire de naissance. Ils construisent ensuite un diagramme à bandes pour représenter ces données. L’enseignant ou l’enseignante met les noms dans un sac et demande aux élèves d’utiliser ce diagramme pour déterminer la probabilité de piger le nom d’un ou d’une élève dont l’anniversaire est en novembre. (*La probabilité est de* $\frac{3}{25}$.)



Exemple 2

L’enseignant ou l’enseignante remet à chaque groupe de deux élèves un sac contenant 50 jetons dont certains sont rouges et les autres bleus. Il ou elle leur propose de mener une expérience de probabilité afin de déterminer le nombre probable de jetons de chaque couleur. Chaque équipe doit piger 100 fois un jeton du sac, noter sa couleur et remettre le jeton dans le sac. Pour compiler les données, ils doivent utiliser un tableau des effectifs.

À titre d’exemple, une équipe a construit le tableau suivant.

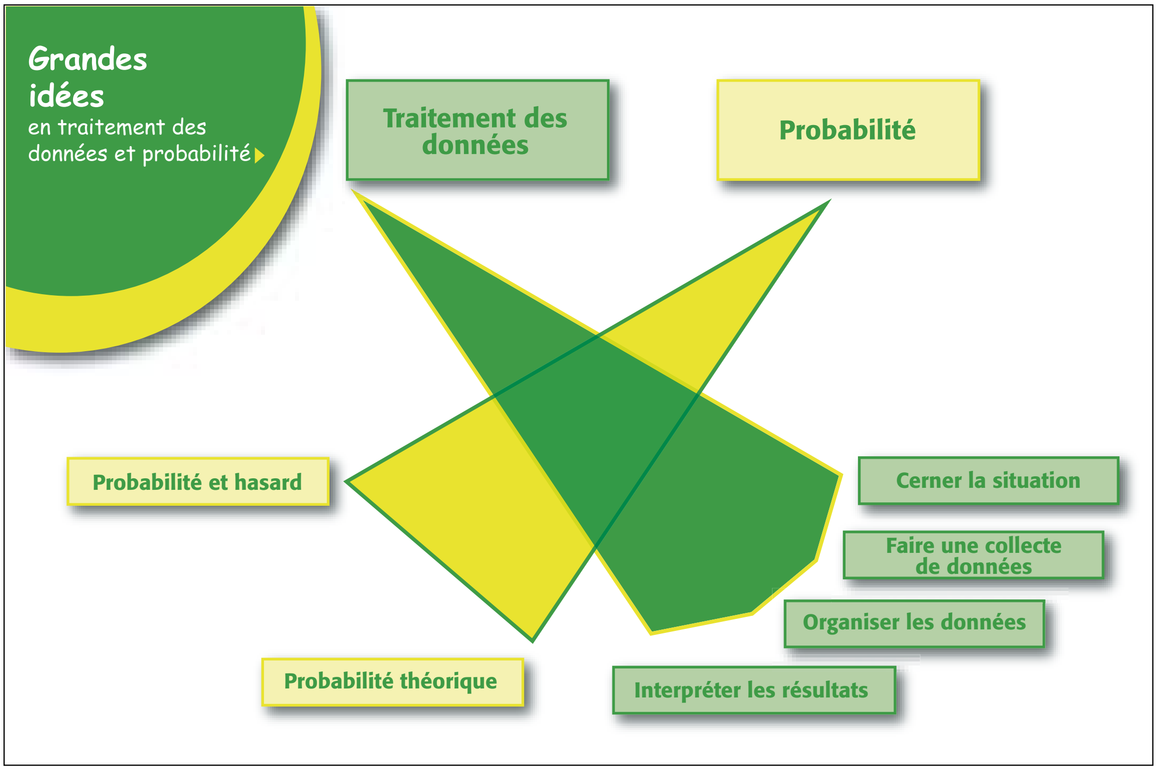
Tableau des effectifs

Couleur	Dénombrement	Effectif
R	𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 ||	37
B	𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 |||	63

D’après les données dans ce tableau, les élèves pourraient conclure que dans leur sac, il y a environ 20 jetons rouges et 30 jetons bleus.

GRANDES IDÉES EN TRAITEMENT DES DONNÉES ET PROBABILITÉ

> *Notre monde est de plus en plus centré sur la circulation de l'information, d'où l'importance croissante du domaine Traitement des données et probabilité. Dès leur jeune âge, les enfants doivent savoir comment faire une collecte de données, utiliser ces renseignements pour comprendre leur monde et prendre des décisions qui ont des répercussions sur leur vie.*
>
> (Small, 2006, p. 1, traduction libre)



Aperçu

En mathématiques, le traitement des données et la probabilité sont regroupés dans un même domaine parce que leurs concepts sont reliés et font appel aux mêmes habiletés. Par exemple, les normes statistiques qui guident le choix de l'échantillon lors d'un sondage sont fondées sur la probabilité, tout comme les modèles de probabilité théorique sont validés par les expériences de probabilité qui font appel à la collecte et au traitement des données.

Afin d'aider les enseignants et les enseignantes à définir et à prioriser les concepts clés de ce domaine ainsi qu'à mettre en œuvre des stratégies d'enseignement efficaces, deux grandes idées sont proposées. Ces grandes idées renvoient directement aux deux principaux ensembles qui composent le domaine abordé dans le présent fascicule, soit le **traitement des données** et la **probabilité.**

Grande idée 1 – Traitement des données

Le traitement des données permet de développer les compétences en matière de littératie statistique.

Énoncé 1 – Cerner la situation
Bien cerner une situation permet de concevoir et de formuler des questions statistiques pertinentes auxquelles on peut répondre par une collecte et une analyse de données.

Énoncé 2 – Faire une collecte de données
La planification et la réalisation d'une collecte de données permettent de recueillir des données significatives.

Énoncé 3 – Organiser les données
L'organisation des données et leur représentation par des tableaux et des diagrammes permettent de communiquer des renseignements en vue de leur interprétation.

Énoncé 4 – Interpréter les résultats
L'interprétation des résultats permet de tirer des conclusions pertinentes afin de répondre à des questions statistiques et de prendre des décisions réfléchies.

Grande idée 2 – Probabilité

La pensée probabiliste aide à prendre des décisions en tenant compte de l'incertitude découlant du hasard.

Énoncé 1 – Probabilité et hasard
La compréhension de la probabilité permet de traiter des situations liées au hasard.

Énoncé 2 – Probabilité théorique
L'analyse de données recueillies lors d'expériences aléatoires permet de mieux comprendre le concept de probabilité théorique.

Dans ce qui suit, on présente :

- une description des énoncés qui sous-tendent chacune des deux grandes idées;
- des exemples d'activités qui permettent aux élèves d'établir des liens entre les concepts en traitement des données et probabilité et des expériences de la vie quotidienne, des concepts dans les autres domaines de mathématiques et des concepts dans les autres matières;

- des exemples de professions qui nécessitent une bonne connaissance des concepts en traitement des données et probabilité;
- le cheminement de l'élève en matière de vocabulaire et d'habiletés relatifs aux concepts en traitement des données et probabilité;
- une situation d'apprentissage pour chaque année d'études au cycle moyen.

GRANDE IDÉE 1 - TRAITEMENT DES DONNÉES

> *… nos stratégies d'enseignement doivent être guidées par une bonne compréhension des concepts clés en traitement des données. Sinon, nous risquons de nous retrouver dans une situation où nos élèves maîtrisent la collecte et la représentation de données, mais sont incapables de s'en servir pour raisonner.*
>
> (Konold et Higgins, 2003, p. 194, traduction libre)

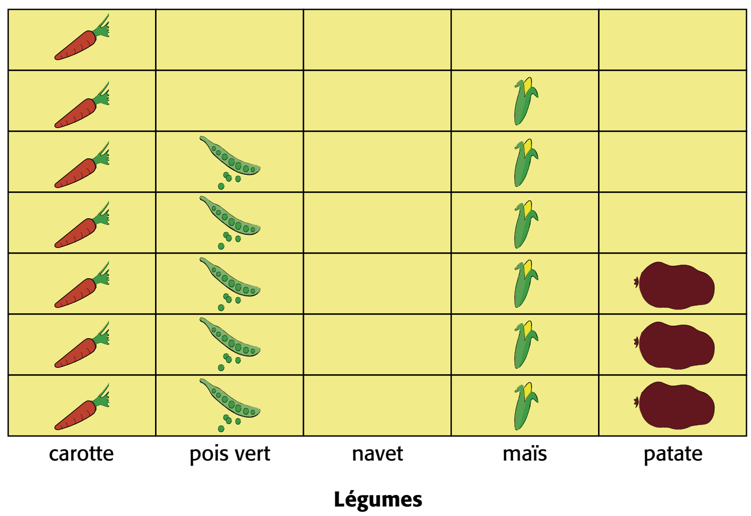
Aperçu

Les situations contextualisées qui font appel au processus d'enquête (voir p. 11-12) permettent aux élèves d'acquérir des habiletés nécessaires pour traiter des données de façon efficace, ainsi que des compétences en matière de littératie statistique (voir p. 8-9). Les quatre étapes du processus d'enquête constituent les quatre énoncés de la grande idée de traitement des données, comme le démontre le tableau suivant.

Grande idée 1 – Traitement des données
Le traitement des données permet de développer les compétences en matière de littératie statistique.
Énoncé 1 – Cerner la situation Bien cerner une situation permet de concevoir et de formuler des questions statistiques pertinentes auxquelles on peut répondre par une collecte et une analyse de données.
Énoncé 2 – Faire une collecte de données La planification et la réalisation d'une collecte de données permettent de recueillir des données significatives.
Énoncé 3 – Organiser les données L'organisation des données et leur représentation par des tableaux et des diagrammes permettent de communiquer des renseignements en vue de leur interprétation.
Énoncé 4 – Interpréter les résultats L'interprétation des résultats permet de tirer des conclusions pertinentes afin de répondre à des questions statistiques et de prendre des décisions réfléchies.

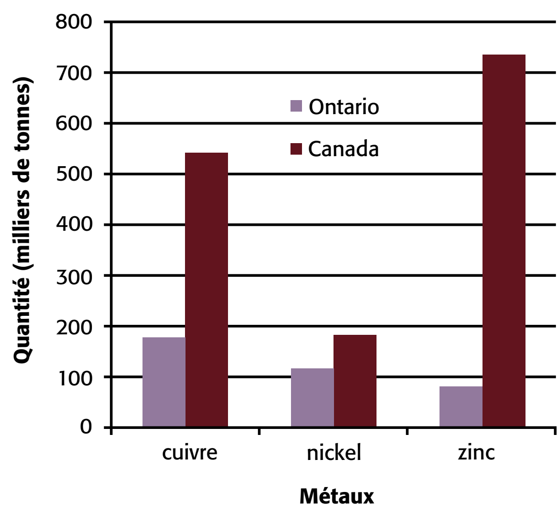
Au cycle primaire, les élèves traitent principalement des données obtenues à la suite d'enquêtes menées dans leur milieu (p. ex., la taille des élèves de la classe, les sports qu'ils pratiquent, leurs légumes préférés). À partir de situations simples, ils apprennent progressivement à formuler des questions de sondage, à recueillir des données, à les organiser et à les représenter. Enfin, avec l'aide de l'enseignant ou de l'enseignante, ils abordent l'interprétation des résultats. Chez les élèves plus jeunes, l'interprétation se limite souvent à certains aspects des données, comme la comparaison entre leurs données personnelles et celles des autres (p. ex., « Mon légume préféré est la carotte et c'est le légume préféré du plus grand nombre d'amis dans la classe. »).

Les légumes préférés des élèves de 3e année



Au cycle moyen, les élèves abordent des situations plus complexes qui font appel à différents types d'enquêtes et à des données de diverses provenances (p. ex., données provenant d'un sondage publié dans un journal, d'une expérience, du site Internet de Statistique Canada). Dans certaines situations d'enquête, ils ont recours à un échantillon et utilisent les résultats pour tirer des conclusions au sujet de toute une population. Ils exploitent

Production de métaux en Ontario et au Canada en 2004



divers modes de représentation qui favorisent une comparaison des données (p. ex., tableau de corrélation, diagramme à bandes doubles). Enfin, ils utilisent certaines mesures statistiques (p. ex., mode, médiane) pour représenter et interpréter un ensemble de données.

Aux cycles primaire et moyen, les stratégies d'enseignement en traitement des données ne doivent pas mettre l'accent sur la maîtrise des techniques de sondage ou sur les règles de construction de divers diagrammes. Ce qui importe, c'est d'aider les élèves à développer une compréhension du processus d'enquête qui leur permettra d'acquérir certaines compétences en matière de littératie statistique.

L'apprentissage par la résolution de problèmes est au cœur du processus d'enquête. L'enseignant ou l'enseignante doit donc présenter aux élèves des situations qui leur permettront d'utiliser toutes les étapes de ce processus. Pour favoriser l'acquisition de certains concepts ou d'habiletés particulières, il ou elle peut toutefois proposer une activité et axer ses interventions de façon à cibler une étape en particulier. Par exemple, il ou elle peut présenter des diagrammes ou des tableaux déjà construits afin de mettre l'accent sur l'interprétation des résultats (étape 4). Il importe cependant de toujours présenter ces données ou ces diagrammes en contexte (p. ex., préciser l'objectif de l'enquête, la méthode de collecte des données, la population visée).

Énoncé 1 - Cerner la situation

Bien cerner une situation permet de concevoir et de formuler des questions statistiques pertinentes auxquelles on peut répondre par une collecte et une analyse de données.

> *La formulation d'un problème est beaucoup plus importante que sa solution, laquelle peut être simplement reliée à l'application de procédures mathématiques. Soulever de nouvelles questions et des possibilités inédites, porter un regard neuf sur un problème connu, tout cela requiert une imagination créatrice et témoigne de véritables progrès en sciences.*
>
> (Albert Einstein, [www.quoteworld.org/quotes/4087], traduction libre)

Le processus d'enquête est une démarche globale qui comprend quatre étapes résumées dans les quatre énoncés de la grande idée 1, soit cerner la situation, faire une collecte de données, organiser les données et interpréter les résultats (voir *Processus d'enquête* dans *Enseignement efficace du traitement des données et de la probabilité*, p. 11-12).

Question statistique : Une question qui prévoit une réponse fondée sur des données variables.

L'énoncé 1, qui correspond à la première étape du processus d'enquête, fait l'objet de la présente section. On y explique comment, pour **cerner la situation,** les élèves doivent la clarifier et formuler des questions statistiques pertinentes. On présente ensuite un scénario pédagogique d'une activité qui amène les élèves à bien cerner une situation donnée.

CLARIFIER LE PROBLÈME

Lorsqu'une situation (p. ex., les effets du smog sur la santé, les blessures et les accidents survenus dans la cour d'école) est proposée par l'enseignant ou l'enseignante ou encore par un ou une élève, il faut d'abord faire en sorte que le problème soit bien compris. Ce n'est qu'après avoir franchi cette première étape que les élèves pourront, au cours d'un échange d'idées, formuler des questions qui serviront de point de départ à une collecte de données.

Afin d'aider les élèves à clarifier la situation proposée, l'enseignant ou l'enseignante peut d'abord animer un remue-méninges au cours duquel les élèves expriment spontanément et de façon créative ce que la situation leur suggère. L'enseignant ou l'enseignante peut aussi proposer, au besoin, des outils organisationnels qui facilitent l'échange et permettent de passer des idées divergentes à des idées convergentes. Par exemple, si la situation présentée porte sur les tsunamis, il ou elle peut modeler l'utilisation d'une liste ou d'un schéma pour consigner les idées soulevées.

Liste

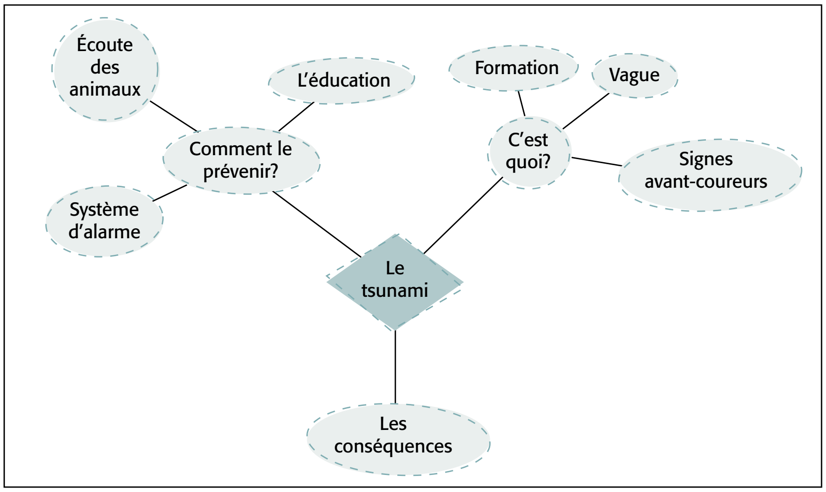
Une liste comme celle ci-dessous se prête bien à l'amorce de l'examen d'une situation. Pour certains élèves, la catégorie *Ce que je sais* prend plutôt l'allure de *Ce que je pense*. Ainsi, on peut les guider en leur demandant : « Est-ce que tu le *sais* ou est-ce que tu le *penses*? ». Habituellement, la liste est plus longue dans la catégorie *Ce que je veux savoir* que dans la catégorie *Ce que je sais.*

Ce que je sais	Ce que je veux savoir
– Grosses vagues – Dangereux – Causent beaucoup de dégâts	– Causes – Comment les prévenir – Comment ils se forment – Fréquence – Où ils ont lieu

Schéma

Pour générer et organiser les idées, on peut aussi placer les différents éléments d'une situation-problème dans un schéma, analyser les relations entre eux et proposer des liens analogiques ou d'opposition. La carte conceptuelle présentée ci-dessous est un exemple d'un tel schéma. Plusieurs logiciels permettent de créer une carte conceptuelle ou d'organiser des idées dans un schéma.

Exemple d'une carte conceptuelle



FORMULER DES QUESTIONS STATISTIQUES

> *Lorsque vous avez appris à poser des questions appropriées, vous avez appris comment apprendre, et nul ne peut vous empêcher d'apprendre ce que vous voulez ou avez besoin de savoir.*
>
> (Postman et Weingartner, 1969, p. 23, traduction libre)

À partir des idées colligées à l'étape précédente, on aide les élèves à choisir un élément à préciser ou une orientation à prendre, ce qui mènera à la formulation de différents types de questions statistiques. Cette démarche permet aux élèves de reconnaître l'importance de poser de bonnes questions qui ciblent bien la situation proposée.

Konold et Higgins (2001) soutiennent que le premier défi des élèves est de transformer une interrogation en une **question statistique.** Selon le *Guidelines for Assessment and Instruction in Statistics Education (GAISE) Report* (Franklin et coll., 2005, p. 11), la formulation d'une question statistique requiert une compréhension de la différence entre une question qui prévoit une réponse déterministe et une autre qui prévoit une réponse fondée sur des données variables. Par exemple, la question « Quelle est la couleur de tes cheveux? » n'est pas une question statistique puisqu'elle prévoit une réponse précise. Par contre, la question « Quelle est la couleur des cheveux des élèves de la classe? » est une question statistique puisqu'elle prévoit une réponse qui variera selon les données obtenues. Une question statistique doit donc mener à une collecte de données pertinentes, à l'enregistrement de ces données et à la création d'outils pour les interpréter.

La formulation de questions statistiques aide à préciser l'intention de l'enquête et le type d'enquête qui suivra (voir *Types d'enquêtes* dans *Énoncé 2 – Faire une collecte de données*, p. 44-48). Dans le cas d'une enquête au moyen d'un sondage, elle aide aussi à élaborer la ou les questions précises et objectives qui seront posées.

Intention de l'enquête

L'intention de l'enquête ressort généralement du processus de formulation des questions statistiques. De fait, les questions statistiques et l'intention de l'enquête se précisent parallèlement, car les questions sont le reflet de l'intention.

Chapin et ses collaborateurs (2002, p. 14) décrivent quatre intentions possibles d'une enquête, soit :

- décrire ou résumer un ensemble de données;
- déterminer les préférences ou les opinions à partir d'un ensemble de données;
- comparer deux ensembles de données;
- généraliser à partir des données recueillies et faire des prédictions.

Le tableau suivant présente des exemples de mots clés et de questions statistiques compatibles avec chacune de ces intentions.

Décrire ou résumer un ensemble de données	Déterminer les préférences ou les opinions à partir d'un ensemble de données
Mots clés Quelle…? Combien…? Lequel ou laquelle…? **Exemples de questions statistiques** – Quelle taille de police de caractères est utilisée dans les livres du centre de lecture de la classe de 2e année? (Voir la situation d'apprentissage *Des livres bien classés*, p. 177-205.) – Combien de voitures font un arrêt complet au coin de la rue? – Laquelle des classes de 5e année a lu le plus de livres le mois dernier?	**Mots clés** Quels sont… préférés? Quelle est la pire…? la meilleure…? **Exemples de questions statistiques** – Quels sont les groupes musicaux préférés des élèves du cycle moyen? – Quelles sont les qualités que les élèves recherchent chez un ami ou une amie? – Quelle est la meilleure façon d'améliorer ses résultats en mathématiques?

Comparer deux ensembles de données	Généraliser à partir des données recueillies et faire des prédictions
Mots clés Quelles sont les ressemblances entre…? Y a-t-il une relation entre… et…? Quel … le mieux? le plus? le moins? **Exemples de questions statistiques** – Quelles sont les ressemblances et les différences entre les sports pratiqués par les garçons et ceux pratiqués par les filles de la classe de 4e année? – Y a-t-il une relation entre le nombre d'heures d'ensoleillement et la croissance d'un plant de tomates? – Quelle balle rebondit le mieux, la Bondiballe ou la balle de tennis de table? (Voir la situation d'apprentissage *Une activité pleine de rebondissements*, p. 207-227.)	**Mots clés** Peut-on prédire…? Quel sera…? **Exemples de questions statistiques** – À partir d'une comparaison de la longueur des bras et de la taille des élèves, peut-on prédire la taille d'un élève de 5e année en mesurant la longueur de ses bras? – Quelle sera la population de notre ville dans cinq ans?

L'exemple suivant présente une activité qui permet aux élèves d'examiner diverses formulations de questions statistiques et de réfléchir sur l'intention que chacune sous-tend.

Exemple

L'enseignant ou l'enseignante présente un large éventail de journaux, de revues et de magazines, et demande aux élèves de chercher et de découper des exemples de questions qui pourraient faire l'objet d'une collecte de données. Les élèves peuvent aussi utiliser des documents apportés de la maison.

L'enseignant ou l'enseignante rassemble ces questions et en choisit un certain nombre (p. ex., 20) de façon à avoir une bonne répartition de questions correspondant à chacune des intentions possibles d'une enquête présentées dans le tableau précédent. Il ou elle demande aux élèves de transcrire les questions choisies sur des bandes de papier et d'afficher les bandes au tableau.

L’enseignant ou l’enseignante anime ensuite une discussion pour faire ressortir les ressemblances et les différences entre les diverses formulations en posant des questions telles que :

– « Remarquez-vous que certains mots reviennent dans les questions? Lesquels? »

– « Quels renseignements pouvons-nous aller chercher avec ces questions? »

– « Quelles sont certaines des réponses possibles à ces questions? »

– « Dans quelle mesure les réponses peuvent-elles varier? »

L’enseignant ou l’enseignante suggère ensuite aux élèves des façons de trier ou de classer les questions (p. ex., selon les mots clés *qui, quoi, quand, pourquoi, comment, combien*; selon le temps, l’endroit, un événement, des personnes, des opinions) afin de faire ressortir l’intention que chacune sous-tend.

Questions de sondage

Lorsque la question statistique suggère une enquête au moyen d’un sondage, les élèves doivent formuler la ou les questions du sondage de façon à en assurer la précision et l’objectivité. Le programme-cadre de mathématiques précise qu’en 1re année, les élèves doivent rédiger des questions de sondage qui exigent un oui ou un non comme réponse (p. ex., « Aimes-tu les chats? »). Puis, jusqu’en 4e année, les élèves doivent formuler des questions de sondage ayant un nombre limité de réponses (p. ex., « Combien de frères et de sœurs as-tu? »). En 5e et 6e année, les contenus d’apprentissage sous-entendent que les élèves doivent formuler des questions d’une plus grande envergure.

Selon l’expérience et l’année d’études des élèves, l’enseignant ou l’enseignante devrait fournir une aide plus ou moins grande dans la formulation des questions de sondage. Il ou elle doit amener les élèves à comprendre l’importance de faire en sorte que ces questions soient compatibles avec la question statistique et l’intention du sondage. Par exemple, une question de sondage comme « Combien de sports pratiques-tu? » est incompatible avec la question statistique « Quelles sont les ressemblances et les différences entre les sports pratiqués par les garçons et ceux pratiqués par les filles de la classe de 4e année? ».

Les élèves doivent reconnaître qu’une question de sondage peut générer un grand nombre de réponses différentes, rendant ainsi la collecte, l’enregistrement et l’interprétation des données plus difficiles. Dans de tels cas, ils doivent apprendre à formuler la question de façon à proposer un nombre limité de réponses (p. ex., question à choix multiple ou question avec échelle).

Exemples

Dans quel pays tes parents sont-ils nés?	Cette question peut générer une grande diversité de réponses. Dans certains milieux, il risque même d'y avoir autant de réponses que de participants au sondage. *Note* : On pourrait toutefois choisir de conserver la question, mais d'enregistrer les réponses sous un nombre limité de catégories (p. ex., selon les continents).
Parmi les activités sportives suivantes, laquelle préfères-tu? ☐ Gymnastique ☐ Badminton ☐ Soccer ☐ Hockey ☐ Aucune	Cette **question à choix multiple** présente un nombre limité de réponses parmi lesquelles les participants doivent choisir, ce qui facilite par la suite l'organisation et l'analyse des données.
Aimerais-tu visiter un pays autre que le Canada? ☐ Pas du tout ☐ Un peu ☐ Beaucoup	Cette **question avec échelle** permet aux participants de situer leur préférence ou leur évaluation sur un continuum selon des catégories déjà établies, ce qui facilite aussi l'organisation et l'analyse des données.

Lorsque les élèves formulent des questions à choix multiple, il arrive que certains des choix qu'ils proposent se chevauchent. Par exemple :

– « Quel est ton jeu préféré? »

☐ Jeu de chance

☐ Monopoly

☐ Jeu de société

Dans de tels cas, il faut les encourager à revoir le choix de réponses.

Lors de la formulation de questions de sondage, il est important d'inciter les élèves à puiser au sein de leurs expériences personnelles afin de réfléchir à l'étendue des interprétations et des réponses possibles de leur question, et à l'importance des mots utilisés. Dans certains cas, l'enseignant ou l'enseignante peut leur suggérer de tester leur question auprès d'un groupe de répondants et répondantes pour obtenir un échantillon de réponses. Cette expérience leur permettra de vérifier si la question génère le genre de réponses attendu et si celles-ci sont telles qu'il leur sera relativement simple de les organiser et de les interpréter. Selon les résultats, ils pourront alors décider soit de procéder au sondage, soit de reformuler la question pour corriger une lacune que l'expérience leur a permis d'identifier.

Dans certaines situations, on doit amener les élèves à concevoir un questionnaire de sondage comprenant plus d'une question, ce qui leur permettra d'obtenir des données qu'ils pourront par la suite analyser, regrouper, comparer et interpréter (voir *Scénario pédagogique* dans cet énoncé, p. 38-43).

Qu'est-ce qu'un biais?
Un biais dans un sondage est un type d'erreur qui favorise ou défavorise une réponse en particulier et qui fait en sorte que les résultats du sondage ne sont pas fiables.

La formulation d'une question de sondage et le choix des réponses suggérées peuvent influer indûment sur les données recueillies et les résultats de l'enquête. C'est ce qui s'appelle un **biais.** Une question biaisée est dépourvue de l'objectivité requise pour assurer la fiabilité des résultats.

L'enseignant ou l'enseignante doit aider les élèves à comprendre le concept de biais et à le reconnaître dans la formulation d'une question. Par exemple, toutes les questions suivantes sont plus ou moins biaisées parce qu'elles disent clairement ou laissent sous-entendre qu'il n'y a pas assez de ballons pour les activités à la récréation.

Exemples de questions de sondage biaisées

– « Ne croyez-vous pas qu'il manque des ballons pour jouer pendant la récréation? »

– « Plusieurs élèves du cycle moyen croient qu'il n'y a pas assez de ballons pour les activités durant la récréation. Êtes-vous d'accord? »

– « Croyez-vous qu'il manque de ballons pour les activités durant la récréation et que la direction de l'école devrait agir pour régler le problème? »

– « L'école achètera 15 ballons pour les activités pendant la récréation. Combien de ballons l'école devrait-elle acheter pour qu'il y en ait assez? »

Dans cette situation, une question objective ou non biaisée pourrait être :

– « Le nombre de ballons disponibles lors des activités de la récréation est-il suffisant? »

SCÉNARIO PÉDAGOGIQUE

Dans cette activité, à partir d'une situation contextualisée, on démontre comment un enseignant ou une enseignante amène les élèves à **clarifier le problème** et à **formuler des questions statistiques.** De plus, puisque le choix de la question statistique suggère le recours à une enquête au moyen d'un sondage, on présente aussi l'étape de la formulation des questions du sondage.

Note : Ce scénario peut être adapté à une multitude de contextes, à la dynamique de chaque classe et à une situation-problème qui porte sur l'actualité du moment.

Le Jour de la Terre

Dans le cadre de la planification d'activités en traitement des données, Martin Tremblay, un enseignant du cycle moyen, désire faire une enquête avec ses élèves. Voyant que le Jour de la Terre approche, il décide de contextualiser la situation en proposant la lecture d'un texte portant sur la pollution. Il distribue à chaque élève une copie du texte *Respirer c'est mauvais pour la santé* (Annexe A, p. 43).

atelier.on.ca

Note : Ce texte est aussi disponible en ligne sur le site de L'@telier [www.atelier.on.ca/cfmx/edu/pdf/Mod41_respirer_debrouillards.pdf].

M. Tremblay demande aux élèves, en séance de lecture autonome, de lire le texte attentivement. Puis, il les incite à **clarifier le problème** en leur posant des questions telles que :

– « Aviez-vous déjà entendu parler du smog avant de lire ce texte? »

– « Quelles sont certaines des causes de la pollution de l'air? »

– « D'après vous, quelles sont les solutions possibles? »

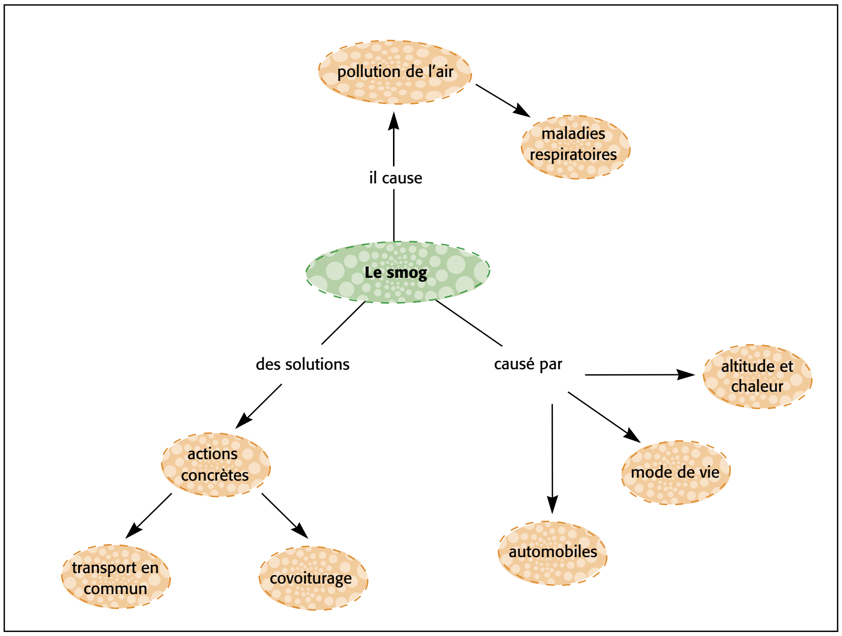
– « Avez-vous déjà été témoin de phénomènes naturels impressionnants? »

– « Connaissez-vous des gens qui ont des problèmes respiratoires comme ceux de Luis? »

– « Pensez-vous que d'autres types de pollutions peuvent avoir un impact sur la santé des gens? »

Toutes les idées émises par les élèves sont inscrites au tableau, puis organisées à l'aide d'une carte conceptuelle.

Exemple



Note : À partir de l'analyse de cette carte conceptuelle, les élèves sont en mesure de mieux cerner l'enjeu que représente la pollution de l'air, puisqu'ils en ont diverses facettes sous les yeux, lesquelles sont le résultat d'un échange d'idées. Les élèves réalisent alors qu'ils ont la possibilité, par leurs questions, d'orienter la direction que pourrait prendre l'enquête.

M. Tremblay anime ensuite une discussion orientée vers la **formulation de questions statistiques** dont voici un extrait.

M. Tremblay	Élèves
– À part les idées inscrites au tableau, y a-t-il autre chose que vous aimeriez savoir sur la pollution?	Élève 1. – Je me demande s'il y a d'autres maladies qui sont causées par la pollution. Élève 2. – Est-ce que le smog est un phénomène récent? Élève 3. – Dans notre ville, combien de gens utilisent le transport en commun pour se rendre au travail? Est-ce que plusieurs parents des élèves de l'école utilisent le transport en commun? Élève 4. – Est-ce que les villes du Canada sont aussi polluées que la ville de Mexico? Quelles sont les villes canadiennes les plus polluées? Élève 5. – Pensez-vous que les parents des élèves de l'école pourraient délaisser leur voiture une fois par semaine comme le font les résidents de Mexico afin de réduire l'émission de polluants nocifs? Quelles seraient les conséquences d'un tel comportement? Élève 6. – Je pense que nous aussi on peut faire une différence. Je me demande à quelles activités les élèves de l'école seraient prêts à participer pour souligner l'importance de la qualité de l'air.

D'un commun accord, la classe décide de se pencher davantage sur le questionnement de l'élève 6. Ils choisissent de mener un sondage auprès de leurs camarades afin d'obtenir des données qui leur permettraient d'y répondre. L'extrait suivant démontre de quelle façon M. Tremblay les aide à formuler les questions du sondage.

M. Tremblay	Élèves
– Si on effectuait un sondage auprès des élèves de l'école au sujet d'activités de sensibilisation à l'importance de la qualité de l'air, quelles questions pourrions-nous leur poser?	Élève 1. – On pourrait leur demander s'ils veulent améliorer la qualité de l'air à l'école.
– Quelles seraient alors les réponses possibles?	Élève 2. – Ce serait *oui* ou *non*… On saurait si la majorité des élèves veulent améliorer la qualité de l'air. Élève 3. – Mais si on veut vraiment que les élèves participent, il faudrait inclure des suggestions d'activités ou d'actions dans notre question. Par exemple, on pourrait leur poser une question à choix multiple telle que : Pour célébrer le Jour de la Terre, voulez-vous : ☐ améliorer la qualité de l'air de la classe? ☐ acheter une nouvelle plante pour la classe? ☐ organiser un festival du vent? ☐ planter des arbres dans la cour d'école?
– On propose ici une série d'actions ou d'activités possibles. Qu'est-ce que la personne qui a choisi l'énoncé *améliorer la qualité de l'air de la classe* vous dit sur l'action qu'elle veut poser?	Élève 4. – C'est vrai que cette personne pourrait aussi vouloir acheter une nouvelle plante verte pour la classe.
– Pouvez-vous reformuler votre question pour qu'elle soit plus précise?	Élève 3. – Si nous voulons vraiment connaître les activités préférées des jeunes, il faudrait peut-être leur demander laquelle ils préfèrent. Élève 5. – Ce serait peut-être utile de savoir si c'est un garçon ou une fille qui répond, car cela peut faire une différence. Souvent, les garçons et les filles n'aiment pas les mêmes choses. Élève 6. – Les élèves plus jeunes n'ont pas les mêmes goûts que nous les plus grands. On pourrait aussi leur demander s'ils sont au cycle primaire ou moyen.

Après cet échange, les élèves conçoivent un questionnaire comprenant quelques questions dont les données traceront un portrait intéressant de la situation. Voici le modèle du questionnaire élaboré par la classe.

Activités du Jour de la Terre

Encercle le choix approprié :

1. Es-tu un garçon ou une fille?	G	F
2. Es-tu au cycle primaire ou moyen?	P	M

Pour célébrer le Jour de la Terre (le 22 avril), les élèves de 6e année organiseront une activité en lien avec la qualité de l'air. Parmi les activités suivantes, indique à l'aide d'un crochet (✓) l'activité à laquelle tu préférerais participer :

- ☐ Faire une présentation au cours de la cérémonie pour le Jour de la Terre (p. ex., planter un arbre, réciter un poème, présenter une saynète).
- ☐ Construire des cerfs-volants pour faire la promotion de l'énergie du vent.
- ☐ Faire une promenade en plein air.
- ☐ Participer à la création d'une œuvre murale collective qui illustrerait des éléments liés à la qualité de l'air.
- ☐ Rédiger de courts textes (p. ex., poèmes, articles) au sujet de l'importance de la qualité de l'air. Ces articles seront affichés sur le site Web de l'école.

Les élèves sont maintenant prêts à entreprendre les prochaines étapes du processus d'enquête, soit faire la collecte de données, organiser les données et interpréter les résultats.

TERRE DES DÉBROUILLARDS

Respirer c'est mauvais pour la santé

Ce matin, un voile gris bleuté recouvre la ville de Mexico. « Encore du smog ! » se dit Luis, qui n'en finit plus de tousser.

Texte : Johanne Lauzon
Illustration : Jacques Goldstyn
Photos : ACDI

Luis vit dans un immeuble de cinq étages à Santa Maria la Rivera, un quartier modeste près du centre historique de Mexico. Il est un bon baromètre de la qualité de l'air de la ville : quand la pollution est à son comble, il tousse beaucoup.

Luis n'est pas le seul à subir les effets de la pollution de Mexico. Beaucoup d'habitants de cette mégapole souffrent de problèmes respiratoires. Les urgences des hôpitaux et des cliniques se remplissent les jours de smog*.

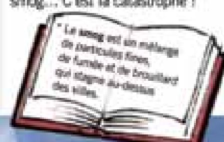
Respirer l'air de Mexico équivaudrait à fumer deux paquets de cigarettes par jour !

Dans ses poumons, les gaz de millions de voitures

Avec ses 23 millions d'habitants, Mexico et ses environs sont sales et pollués… La ville a une superficie de 30 kilomètres sur 40. Elle est six fois plus étendue que Montréal et dix fois plus populeuse !

En plus, il y a beaucoup de voitures. La ville étouffe sous les gaz d'échappement de plus de trois millions de véhicules et les fumées de 30 000 usines. Ouf ! Les véhicules, à eux seuls, émettent les trois quarts des polluants atmosphériques.

Mais ce n'est pas tout. Entourée de montagnes, la ville est à 2 240 mètres au-dessus du niveau de la mer. À cette altitude, il y a moins d'oxygène dans l'air. Cela nuit à la combustion complète du carburant dans les moteurs. Résultat : les émissions dangereuses sont plus importantes qu'ailleurs. En plus, le chaud soleil transforme ces gaz nocifs en smog… C'est la catastrophe !



De plus en plus de mégapoles

On qualifie de mégapoles les très grandes villes. En 1950, il n'y avait qu'une seule ville de plus de dix millions d'habitants : New York, aux États-Unis. On en comptait 18 en 2000 : Tokyo, Mexico, New York, São Paulo, Bombay, Calcutta, Shangai, Buenos Aires, Delhi, Los Angeles, Osaka-Kobe, Jakarta, Beijing, Rio de Janeiro, Le Caire, Dhaka, Moscou et Karachi.

Aujourd'hui, la plus populeuse est **Tokyo** avec ses **26,5 millions d'habitants**, suivie de Mexico (23 millions). Malgré tout ce monde, plus de 1 500 Mexicains pauvres s'installent chaque jour dans les banlieues à l'entrée de la ville parce qu'ils espèrent y trouver du travail.

Des solutions à la pollution

Heureusement, les Mexicains ont décidé d'agir. Depuis 10 ans, les citadins doivent délaisser leur auto, au moins une fois par semaine. En période de grande pollution, ils ne peuvent l'utiliser qu'une journée sur deux. Ainsi, le plomb, le monoxyde de carbone et l'anhydride sulfureux sont moins présents dans l'air.

Le Centre de recherches pour le développement international du Canada appuie des experts mexicains qui cherchent toutes sortes de moyens pour inciter les gens à utiliser les transports en commun, à assainir leur ville et à protéger l'environnement. Ils font aussi des recherches pour savoir comment la pollution affecte les enfants. Mais les habitants de Mexico, comme nous, ne sont pas toujours prêts à changer leur mode de vie.

Quant à Anna, la mère de Luis, elle a pris les grands moyens. L'an dernier, elle a vendu son auto ! Sous peu, la famille déménagera dans une petite ville où l'air est bon. En attendant, ils font pousser des fleurs sur leur balcon !

Des milliers d'enfants souffrent de la pollution à Mexico

On estime que la pollution de l'air tue deux millions de personnes par an dans le monde. C'est à peu près la population de Montréal !

Cet article est publié avec la collaboration de l'Agence canadienne de développement international (ACDI).

40 LES DÉBROUILLARDS — 41

LAUZON, Johanne. 2005. « Respirer c'est mauvais pour la santé », Les Débrouillards, Montréal, Publication BLD, nº 245, p. 40-41. Reproduit avec permission.

Énoncé 2 - Faire une collecte de données

La planification et la réalisation d'une collecte de données permettent de recueillir des données significatives.

La collecte de données sera plus facile et plus fructueuse si le processus est élaboré avec soin. Une planification rigoureuse vous permettra de voir les faiblesses de votre approche et d'utiliser judicieusement les ressources dont vous disposez pour la collecte de données.

(Lusthaus et coll., 1999, p. 41)

Le processus d'enquête est une démarche globale qui comprend quatre étapes résumées dans les quatre énoncés de la grande idée 1, soit cerner la situation, faire une collecte de données, organiser les données et interpréter les résultats (voir *Processus d'enquête* dans *Enseignement efficace du traitement des données et de la probabilité,* p. 11-12).

L'énoncé 2, qui correspond à la deuxième étape du processus d'enquête, fait l'objet de la présente section. Une fois que les élèves ont clarifié le problème et formulé une ou plusieurs questions statistiques, ils doivent **planifier et réaliser une collecte de données.** Dans cette section, on voit l'importance de tenir compte, lors de la planification de la collecte de données, des différents types d'enquêtes, des différentes sortes de données et de la différence entre la population et l'échantillon. On présente ensuite quelques pistes de questionnement pour guider les élèves à travers l'étape de la planification de la collecte de données, ainsi qu'un scénario pédagogique d'une activité au cours de laquelle une enseignante aide les élèves à planifier et à réaliser une collecte de données.

En faisant participer les élèves activement à la planification de la collecte de données, on les incite à faire des choix réfléchis et à poser un regard critique sur l'ensemble du processus d'enquête.

Planification

Dans leur progression aux cycles primaire et moyen, les élèves devraient participer davantage à la planification de la collecte de données et à l'évaluation des méthodes employées pour obtenir l'information en lien avec les questions posées.

(National Council of Teachers of Mathematics, 2000, p. 49, traduction libre)

TYPES D'ENQUÊTES

Les questions statistiques formulées par les élèves en fonction de l'intention de l'enquête ont une incidence sur le type d'enquête qui peut être menée. En effet, il y a un lien étroit entre la formulation d'une question statistique, l'intention de l'enquête et la façon de procéder pour obtenir les données qui permettent d'y répondre. Certaines questions se prêtent davantage à un type d'enquête qu'à un autre. Par exemple, si la question porte sur les préférences des élèves de la classe par rapport à un sujet quelconque, il y a probablement lieu de privilégier une collecte de données effectuée au moyen d'un sondage.

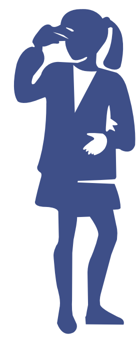
Au cycle moyen, les élèves pourraient choisir de mener une enquête au moyen d'observations, d'un prélèvement de mesures, d'une expérience, d'un sondage ou d'une recherche de données existantes. L'enseignant ou l'enseignante doit, par son questionnement, inciter les élèves à réfléchir à la meilleure façon d'obtenir des données qui les aideront à répondre aux questions statistiques qu'ils ont formulées.

Le tableau suivant présente quelques exemples de questions statistiques et du type d'enquête que chacune suggère. Par la suite, chaque type d'enquête est décrit plus en détail.

Question	Type d'enquête
– Quelle taille de police de caractères est utilisée dans les livres du centre de lecture de la classe de 2e année? – Combien de voitures font un arrêt complet au coin de la rue?	Enquête au moyen d'**observations**
– Y a-t-il une relation entre la longueur des pieds d'une personne et sa taille? – En moyenne, combien de temps les élèves de 6e année prennent-ils pour courir 100 mètres?	Enquête au moyen d'un **prélèvement de mesures**
– Y a-t-il une relation entre le nombre d'heures d'ensoleillement et la croissance d'un plant de tomates? – Quelle balle rebondit le mieux, la Bondiballe ou la balle de tennis de table?	Enquête au moyen d'une **expérience**
– Laquelle des classes de 5e année a lu le plus de livres le mois dernier? – Quels sont les groupes musicaux préférés des élèves du cycle moyen? – Quelles sont les qualités que les élèves recherchent chez un ami ou une amie?	Enquête au moyen d'un **sondage**

Question	Type d'enquête
– Quelle sera la population de notre ville dans 5 ans? – Au Canada, y a-t-il une différence entre les préférences des filles et des garçons par rapport aux matières scolaires? (voir *Processus d'enquête et Internet* dans cet énoncé, p. 52)	Enquête au moyen d'une **recherche de données existantes**

Enquête au moyen d'observations



Dans une enquête au moyen d'observations, on enregistre ce que l'on voit ou ce que l'on fait.

Exemples

- On compte le nombre d'oiseaux que l'on voit dans la cour d'école à des moments précis.
- On note le nombre de voitures qui passent à un carrefour pendant un intervalle de temps donné.
- On compte le nombre de fois qu'on se rend au centre sportif dans un mois.
- On note, à tous les jours pendant une semaine, à quelle heure on se couche et à quelle heure on se lève.

Dans la planification d'une enquête au moyen d'observations, il faut prévoir *où, quand, quoi* et parfois *comment* observer (p. ex., comment on distingue une voiture qui fait un arrêt incomplet à une intersection d'une voiture qui ne fait aucun arrêt). On peut aussi prévoir si toutes les observations seront faites par une même personne ou si elles seront faites par plusieurs personnes en même temps pour assurer une meilleure fiabilité.

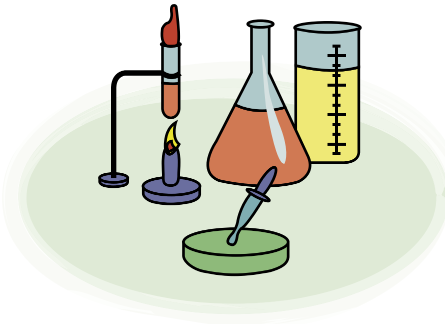
Enquête au moyen d'un prélèvement de mesures

Dans une enquête au moyen d'un prélèvement de mesures, on effectue des mesures simples dans des situations qui ne nécessitent pas une attention spéciale à diverses variables comme c'est le cas lors d'une expérience.

Exemples

- On mesure la taille de personnes et la longueur de leur pied pour déterminer s'il y a un lien entre ces deux variables.
- On mesure le temps requis par les élèves de 4e année pour lire un texte donné.
- On mesure la quantité de pluie (en mm) qui tombe chaque jour du mois de mai.

Dans la planification d'une enquête au moyen d'un prélèvement de mesures, il faut prévoir *où, quand* et *comment* effectuer les prélèvements. On peut aussi prévoir si toutes les mesures seront prélevées par une même personne ou si elles le seront par plusieurs personnes en même temps pour assurer une meilleure fiabilité.



Enquête au moyen d'une expérience

Dans une enquête au moyen d'une expérience, les données proviennent d'une activité de manipulation à caractère scientifique qui nécessite le respect de certains paramètres préétablis et souvent, l'utilisation de techniques et d'outils de mesure précis.

Exemples

- À intervalles précis, on mesure la croissance de plantes dont certaines ont reçu une petite quantité d'éléments nutritifs, certaines en ont reçu une quantité plus importante et d'autres n'en ont reçu aucune, et ce, dans le but de voir si les éléments nutritifs contribuent à la croissance des plantes de façon importante.
- Toutes les 30 secondes, on prélève la température d'un liquide quelconque qui a été chauffé à 100 °C et qu'on laisse refroidir. On répète l'expérience avec divers liquides dans le but de comparer la vitesse à laquelle ils refroidissent.

Dans la planification d'une enquête au moyen d'une expérience, il faut faire appel à la démarche scientifique et assurer la fiabilité de la méthode de collecte de données. Il faut aussi contrôler et neutraliser les variables qui pourraient rendre les résultats non valides.

Enquête au moyen d'un sondage

Dans une enquête au moyen d'un sondage, les données sont recueillies en interrogeant un certain nombre d'individus sur un sujet particulier. Les questions posées prennent souvent la forme d'un questionnaire auquel on peut répondre par écrit ou de vive voix.

Exemples

- On demande aux élèves de la classe le nombre d'heures qu'ils passent devant la télévision chaque semaine.
- On demande aux élèves de 6e année quel genre de musique ils préfèrent.

Dans la planification d'une enquête au moyen d'un sondage, il est important de bien rédiger les questions du sondage pour s'assurer qu'elles sont claires et objectives (voir *Questions de sondage* dans *Énoncé 1 – Cerner la situation,* p. 35-37). Il est aussi important de prévoir les réponses qui peuvent être données et parfois de les regrouper en catégories.

Enquête au moyen d'une recherche de données existantes

Dans une enquête au moyen d'une recherche de données existantes, les données se trouvent habituellement dans une banque de données électronique (p. ex., site Internet) ou dans un document imprimé (p. ex., livre, revue, encyclopédie).

Exemples

- On veut comparer la population des provinces et des territoires canadiens.
- On veut comparer les préférences des filles et des garçons canadiens par rapport aux matières scolaires.

Dans la planification d'une enquête au moyen d'une recherche de données existantes, il faut vérifier si ces données sont disponibles, savoir où et comment les obtenir et s'assurer que leur source est fiable.

Nom géographique	Population 2006
Canada	**31 612 897**
Terre-Neuve-et-Labrador	505 469
Île-du-Prince-Édouard	135 851
Nouvelle-Écosse	913 462
Nouveau-Brunswick	729 997
Québec	7 546 131
Ontario	12 160 282
Manitoba	1 148 401
Saskatchewan	968 157
Alberta	3 290 350
Colombie-Britannique	4 113 487
Territoire du Yukon	30 372
Territoires du Nord-Ouest	41 464
Nunavut	29 474

Source : Statistique Canada, *Recensement de la population de 2006,* [En ligne], [www12.statcan.ca/francais/census06/data/popdwell/Table.cfm?T=101&SR=1&S=0&O=A&RPP=25&PR=0&CMA=0] (Consulté le 12 novembre 2008)

SORTES DE DONNÉES

Il existe plusieurs sortes de données et chaque sorte peut avoir une influence sur la façon de les recueillir et de les organiser. Au cycle moyen, les élèves doivent comprendre la différence entre des données qualitatives et des données quantitatives, de même qu'entre des données primaires et des données secondaires. Cette compréhension leur permet d'identifier la sorte de données qu'ils comptent utiliser pour les besoins de l'enquête et de planifier leur collecte en conséquence.

Données qualitatives et données quantitatives

Les **données qualitatives** sont représentées par des mots. Par exemple, si pour déterminer la répartition des anniversaires de naissance des élèves du cycle moyen selon les saisons, on procède par sondage en posant la question « Dans quelle saison se situe ton anniversaire de naissance? », on s'attend à une de quatre réponses qualitatives, soit *printemps, été, automne* ou *hiver.* De même, à la question « Quels sont tes loisirs préférés? », on s'attend à des réponses qui sont des noms d'activités. Dans ce cas par contre, si on prévoit un trop grand nombre de réponses différentes en raison de la diversité des activités possibles, on peut planifier l'utilisation de catégories (p. ex., activités culturelles, sportives ou de détente) pour leur enregistrement ou leur organisation.

Les données qualitatives sont souvent représentées par un diagramme à bandes (Figure 1) ou, au cycle intermédiaire, par un diagramme circulaire (Figure 2).

Exemples

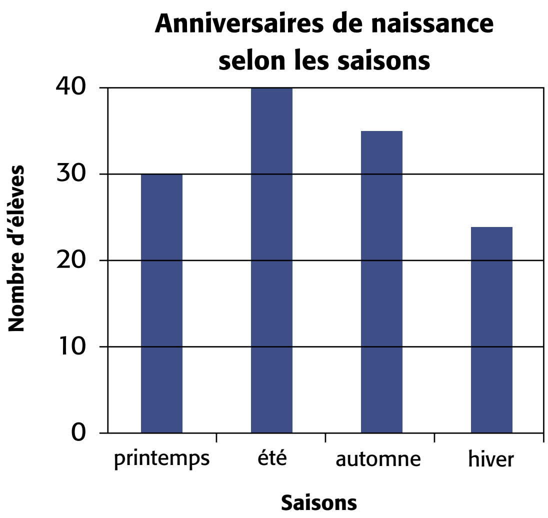


Figure 1

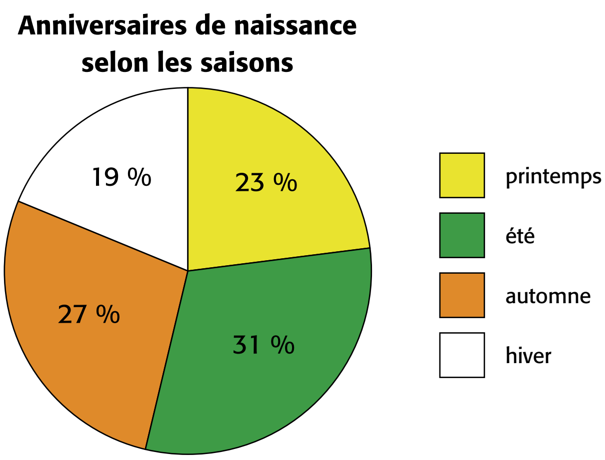


Figure 2

Les **données quantitatives** sont représentées par des nombres. Par exemple, à la question « Quelle est la hauteur de la plante à la fin de chaque semaine? », on s'attend à une réponse quantitative (p. ex., 5 cm, 15 cm). Si on prévoit un trop grand nombre de réponses différentes, on peut planifier l'utilisation d'intervalles pour leur enregistrement ou leur organisation. Par exemple, si on mesure la longueur des pieds des élèves d'une classe, on peut choisir de regrouper les données selon des intervalles (p. ex., de 15,0 à 15,9 cm, de 16,0 à 16,9 cm).

Les données quantitatives sont souvent représentées par un diagramme à ligne brisée (Figure 1) ou un diagramme à tiges et à feuilles (Figure 2).

Exemples

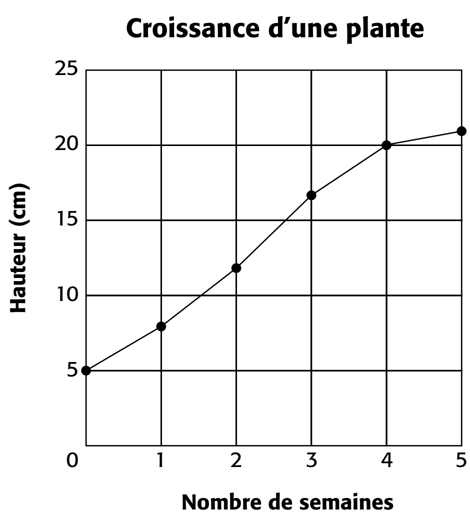


Figure 1

Longueur, en centimètres, des pieds des élèves de 6e année

15,	7 8 8 9
16,	3 5 6 7 7 9
17,	0 3 6 7 8 8 9
18,	0 0 1 3 3 3 5 6 6 9 9
19,	1 2 2 4 4 4 4 5
20,	1 2 4 4 5
21,	1 3

Figure 2

Données primaires et données secondaires

Les **données primaires** sont des données qui sont recueillies par la personne qui mène l'enquête. Elles conviennent bien à l'étude de questions qui touchent des objets et des personnes de l'environnement immédiat des élèves. En effet, elles sont idéales pour initier les élèves au traitement des données puisqu'en général, ceux-ci s'intéressent davantage aux données qu'ils ont recueillies eux-mêmes.

Lorsque les élèves connaissent la gamme de réponses possibles, ils peuvent faciliter l'enregistrement des données en utilisant un tableau des effectifs. Prenons, par exemple, une situation de sondage au cours de laquelle on tente de déterminer la sorte de soupe préférée d'une population déterminée. Les élèves peuvent inscrire, dans un tableau comme celui ci-après, un trait dans la rangée correspondant à chacune des réponses données. Cette stratégie de dénombrement est appelée *pointage.* Chaque cinquième trait est tracé obliquement sur les quatre traits précédents, ce qui permet par la suite de compter plus facilement les résultats. La colonne *Effectif* indique le nombre total de traits dans chaque rangée.

Exemple

Soupes préférées

Sorte	Dénombrement	Effectif
soupe au poulet et aux nouilles	~~||||~~ ||	7
potage au brocoli	||||	4
crème de champignons	~~||||~~ |||	8
soupe aux légumes	|||	3
soupe aux tomates			1

Les **données secondaires** sont des données qui ont été recueillies par une personne ou un organisme (p. ex., chercheur ou chercheuse, entreprise, association) autre que la personne qui mène l'enquête. On retrouve ces données dans des livres, des encyclopédies, des revues, des journaux, ainsi que dans Internet. Elles sont particulièrement utiles pour répondre à des questions statistiques pour lesquelles il est difficile ou impossible de recueillir des données primaires (p. ex., *À travers les années, à combien se chiffrait la population francophone dans les principales grandes villes canadiennes?*). Elles peuvent aussi servir à interpréter d'autres données avec lesquelles elles sont mises en relation. Par exemple, selon le programme-cadre, les élèves de 5e année doivent comparer les données primaires qu'ils ont recueillies dans le cadre d'une enquête à des données secondaires sur le même sujet. En 6e année, les élèves devraient être en mesure de choisir, selon le type d'enquête et la nature de la question statistique posée, s'ils auront recours à des données primaires ou à des données secondaires.

Les diagrammes et les données qui paraissent dans les journaux procurent un contexte authentique et signifiant pour traiter des données.

L'enseignant ou l'enseignante doit aider les élèves à développer leur aptitude à juger de la pertinence des données secondaires auxquelles ils sont exposés quotidiennement. Pour ce faire, il ou elle doit continuellement les sensibiliser à l'importance de vérifier la fiabilité des diverses sources d'information, ainsi qu'à l'importance de faire un usage judicieux des données présentées.

Processus d'enquête et Internet
L'accès au Web donne la chance aux élèves de participer à des projets d'envergure nationale et même internationale qui les placent en situation authentique de collecte et de partage de données, favorisant ainsi la collaboration entre élèves de divers pays.

Par exemple, le projet **Recensement à l'école** « est un projet international en ligne qui permet aux élèves de la 4e année à la 12e année de découvrir le monde des enquêtes et de la statistique. Ce projet a pris naissance au Royaume-Uni en 2000, et des écoles d'Australie, du Canada, de la Nouvelle-Zélande et d'Afrique du Sud y prennent maintenant part. Des jeunes de ces pays remplissent de façon anonyme un questionnaire en classe. Ils fournissent des renseignements non confidentiels comme leur taille, la durée du trajet entre la maison et l'école, et leur matière préférée. Les réponses sont intégrées dans une base de données nationale, qui sera ensuite ajoutée à une base de données internationale maintenue au Royaume-Uni. »*

Puisque les élèves de 5e et 6e année doivent comparer des données primaires à des données secondaires, de tels projets représentent des outils intéressants pour mener une enquête sur un sujet qui les intéresse et les touche plus particulièrement.

*Tiré de Statistique Canada, *Recensement à l'école – Canada!,* [En ligne], [www19.statcan.ca/r000_f.htm] (Consulté le 2 février 2009).

POPULATION ET ÉCHANTILLON

En statistique, l'ensemble des objets, des événements ou des personnes que l'on veut étudier est appelé la **population.** La fraction de la population qui est observée, mesurée ou sondée est appelée l'**échantillon.** Lors de la planification de la collecte de données, il faut d'abord définir la population cible de l'enquête, c'est-à-dire le groupe de personnes ou d'objets visé par l'enquête. Le choix de la population est en partie dicté par l'intention de l'enquête et l'énoncé de la question statistique.

Exemples de populations en statistique

- Les habitants du Canada
- Les amateurs de baseball
- Les élèves de 4e année de l'école
- Les élèves du cycle primaire
- Les parents des élèves du cycle moyen

Au cycle primaire, les élèves effectuent généralement des enquêtes en prenant leurs camarades de classe comme population cible. Par exemple, afin de connaître les couleurs préférées de l'ensemble des élèves de la classe, ils demandent à chaque élève d'indiquer quelle est sa couleur préférée. En 4e année, les élèves continuent de mener des enquêtes auprès d'une population entière. Ils doivent donc s'assurer que la taille de la population en question est telle qu'il sera possible de la sonder au complet. Dans tous ces cas, il n'est donc pas question du choix d'un échantillon et de sa représentativité.

En 5e et en 6e année, les enquêtes peuvent porter sur une population dont la taille est telle qu'il est généralement impossible de l'interroger, de la mesurer ou de l'observer au complet. Les élèves doivent alors mener leur enquête auprès d'une partie seulement de cette population. Ce sous-groupe, appelé l'échantillon, doit être représentatif de la population visée par l'enquête. En mathématiques, le choix d'un échantillon est régi par des normes statistiques complexes, basées sur des concepts de probabilité, qui permettent d'assurer la validité et la fiabilité des résultats. Au cycle moyen, les élèves n'ont pas à se préoccuper de ces normes; il leur suffit de développer une compréhension intuitive de ce qui pourrait être, pour les besoins de l'enquête, un échantillon représentatif de la population cible.

Échantillon : L'échantillon permet de tirer des conclusions et de faire des généralisations concernant la population au complet sans avoir à interroger l'ensemble de celle-ci. Toutefois, ces conclusions sont valides **si et seulement si** l'échantillon est représentatif de l'ensemble de la population cible.

L'idée que les résultats d'une enquête faite auprès d'un groupe restreint puissent refléter la réalité d'une plus grande population n'est pas nécessairement facile à concevoir. Les élèves doivent comprendre que l'échantillon fait partie d'un tout et que même une petite partie de la population, lorsqu'elle est bien sélectionnée, donne une bonne idée du tout. Au cycle moyen, les élèves commencent à assimiler ce concept de façon informelle. Si certains en ont une compréhension intuitive, d'autres ont de fausses conceptions qu'il importe de corriger.

Exemples de fausses conceptions

- L'échantillonnage ne fonctionne pas parce qu'il est impossible de tenir compte de toutes les différentes caractéristiques de la population (variabilité).
- Pour être juste, il faut toujours avoir autant de garçons que de filles.
- Les résultats ne sont pas bons, car nous n'avons pas interrogé tout le monde.

Lors de la planification de la collecte de données, les élèves doivent avoir une compréhension intuitive des liens qui existent entre la représentativité d'un échantillon par rapport à la population et les trois facteurs suivants : la taille de l'échantillon, le processus de sélection et le processus de stratification.

Note : Des questions reliées à la représentativité de l'échantillon sont présentées dans *Pistes de questionnement* (p. 57-58).

Taille de l'échantillon

Pour que les résultats de l'enquête soient représentatifs de la population, il faut tenir compte de la taille de l'échantillon. L'enseignant ou l'enseignante doit aider les élèves à trouver un juste milieu entre un échantillon trop grand et un échantillon trop petit. De plus, en 6e année, les élèves doivent démontrer comment la taille de l'échantillon peut influer sur la nature des résultats d'une enquête (Ministère de l'Éducation de l'Ontario, 2005, p. 75).

Au cycle moyen, le choix de la taille de l'échantillon se fait de façon intuitive. Voici quelques exemples de situations qui illustrent comment l'enseignant ou l'enseignante peut aider les élèves à comprendre le lien entre la taille de l'échantillon et sa représentativité.

Exemple 1

Si la taille de la population est relativement petite (p. ex., les 25 élèves d'une classe), il est difficile de choisir un nombre approprié d'élèves pour représenter l'ensemble. Dans un tel cas, il est préférable d'utiliser la population au complet.

Pour convaincre les élèves de ceci, l'enseignant ou l'enseignante peut leur demander de mener une enquête auprès de tous les élèves de la classe. Ensuite, il ou elle leur demande de prendre un échantillon de 10 réponses choisies au hasard et de comparer les résultats à ceux de la population au complet. Les élèves risquent de constater des différences importantes entre les résultats.

Exemple 2

Si la taille de la population est modérément élevée (p. ex., les 130 élèves de 5e et de 6e année de l'école), on peut concevoir qu'un échantillon de 10 élèves serait trop petit et qu'un échantillon de 100 élèves serait trop grand. Dans ce cas, un échantillon d'environ 50 élèves serait suffisant.

Pour convaincre les élèves qu'un échantillon de 10 élèves est trop petit, l'enseignant ou l'enseignante peut leur demander de mener une enquête auprès des 130 élèves de 5e et de 6e année. Ensuite, il ou elle leur demande de prendre deux échantillons de 10 réponses choisies au hasard et un autre de 50 réponses. En comparant les quatre résultats, les élèves devraient noter que l'échantillon de 50 réponses représente mieux les résultats de la population que les deux échantillons de 10 réponses. L'enseignant ou l'enseignante peut ensuite les amener à reconnaître que de mener une enquête auprès d'un échantillon de 100 élèves nécessite presque autant de travail que de la mener auprès de la population complète des 130 élèves, ce qui n'est, de toute évidence, pas très pratique.

Note : Les élèves pourraient avoir tendance à conclure que plus la taille de la population est grande, plus la taille de l'échantillon doit être grande (p. ex., une population de 300 personnes exige un échantillon de plus grande taille qu'une population de 130 personnes). L'enseignant ou l'enseignante doit alors les aider à reconnaître que pour des populations de très grande taille (p. ex., population d'une ville, d'une province ou du Canada), il n'est pas toujours nécessaire d'augmenter la taille de l'échantillon. Dans la réalité, les sondages menés auprès de la population canadienne utilisent des échantillons de 1 000 à 2 000 personnes, soit moins de un centième de 1 % de la population. Or, ces sondages sont soumis à des règles très strictes pour assurer leur validité. Ces règles relèvent davantage des études statistiques au niveau universitaire.

Processus de sélection

Les élèves doivent comprendre qu'une des meilleures façons d'avoir un bon échantillon libre de biais est de le choisir de façon aléatoire, c'est-à-dire de façon que tous les membres de la population aient les mêmes chances d'en faire partie.

Par son questionnement, l'enseignant ou l'enseignante peut aider les élèves à identifier des possibilités de biais dans le processus de sélection et à mieux comprendre l'importance de choisir leur échantillon de façon aléatoire. Par exemple, si les élèves veulent choisir un échantillon de 40 des 120 élèves de 5^{e} et 6^{e} année pour connaître leurs loisirs préférés, l'enseignant ou l'enseignante peut leur poser des questions telles que :

– « Serait-il juste de choisir tous les amis de Luc et de Pierre pour participer à l'échantillon? On aurait environ 40 noms tout de suite. » (*Non, car Luc et Pierre sont des fanatiques du hockey et il est probable que leurs amis le soient aussi. Cela ne représenterait pas bien la population au complet.*)

– « Serait-il juste de choisir les 40 premiers élèves de 5^{e} et 6^{e} année qui arrivent à l'école le matin? » (*Non, car ces élèves arrivent probablement à pied. Seuls les élèves qui demeurent près de l'école seraient représentés.*)

– « Il y a 42 élèves dans les deux classes de 5e année. Serait-il juste de les choisir comme échantillon? » (*Non, car les élèves de 6e année ne seraient pas représentés dans l'échantillon et les goûts des élèves peuvent varier selon leur âge.*)

L'enseignant ou l'enseignante doit aussi aider les élèves à concevoir différentes stratégies pour choisir un échantillon de façon aléatoire. Ainsi, pour choisir l'échantillon de 40 élèves dans l'exemple précédent, les élèves pourraient écrire les noms des 120 élèves de 5e et 6e année sur des bouts de papier et en choisir ensuite 40 au hasard. Ils pourraient aussi aligner, sans ordre particulier, les 120 bouts de papier sur une table et choisir un nom sur trois (p. ex., le 1er, 4e, 7e, 10e…).

Processus de stratification

Dans certaines enquêtes, on pourrait vouloir s'assurer que certains sous-groupes de la population sont bien représentés dans l'échantillon (p. ex., le sous-groupe des garçons et celui de filles). On dit alors que la population est stratifiée (divisée en groupes mutuellement exclusifs) et on veut que chaque strate (groupe) soit représentée dans l'échantillon. Par exemple, dans une enquête qui porte sur tous les élèves de l'école, on veut que les élèves de chaque année d'études soient représentés dans l'échantillon. Les groupes d'élèves de chaque année d'études forment alors une strate.

L'enseignant ou l'enseignante peut suggérer aux élèves d'utiliser un échantillonnage stratifié lorsque ces derniers constatent qu'un échantillon ne semble pas juste. Par exemple, supposons que l'on mène une enquête auprès des 120 élèves de 5e et 6e année et que 40 % des élèves sont des garçons (et 60 % sont des filles). On a choisi, au hasard, un échantillon de 40 élèves et on constate qu'il contient 35 filles et 5 garçons. Certains garçons protestent qu'ils ne sont pas bien représentés dans l'échantillon et que cela pourrait biaiser les résultats de l'enquête. Une discussion s'ensuit. Une stratification est-elle nécessaire? Si l'enquête porte sur la distance de la maison à l'école, il n'est probablement pas nécessaire de changer l'échantillon, mais si l'enquête porte sur les goûts des élèves, il faudrait probablement un échantillon stratifié. Dans l'échantillon de 40 élèves, on voudrait alors qu'environ 40 % d'entre eux, c'est-à-dire 16 élèves, soient des garçons et qu'environ 60 % d'entre eux, c'est-à-dire 24 élèves, soient des filles. Le choix des 16 garçons et des 24 filles se ferait ensuite de façon aléatoire à l'intérieur du groupe de garçons et du groupe de filles. On dira de cet échantillon stratifié qu'il est proportionnel, car il respecte la proportion de garçons et de filles dans la population. Dans cette même enquête, on pourrait aussi vouloir s'assurer que les élèves de 5e année et ceux de 6e année sont équitablement représentés dans l'échantillon.

Note : Les statisticiens et les statisticiennes utilisent parfois des échantillons stratifiés non proportionnels. Leur choix est dicté par des considérations statistiques qui dépassent la portée des enquêtes menées par les élèves du cycle moyen.

PISTES DE QUESTIONNEMENT

Au cycle moyen, il importe de donner aux élèves différentes occasions de planifier une collecte de données. C'est en interrogeant les élèves tout au long de cette étape que l'enseignant ou l'enseignante les aide à mieux comprendre l'importance de bien choisir le type d'enquête et la sorte de données qui se prêtent le mieux à la question statistique posée, ainsi que de bien identifier la population et, au besoin, l'échantillon qui sont visés par l'enquête. Ce faisant, il ou elle aide les élèves à développer leur sens d'analyse critique, lequel sera très utile lors de la quatrième étape du processus d'enquête.

Le tableau ci-après présente quelques idées de questions que l'enseignant ou l'enseignante peut utiliser pour guider les élèves au cours de la planification de la collecte de données.

Le type d'enquête	– Quel type d'enquête se prête le mieux à votre question statistique? Pourquoi?
La sorte de données	– Quelle sorte de données comptez-vous recueillir? – Cette sorte de données se prête-t-elle bien à votre question statistique? Pourquoi? – Si vous comptez utiliser des données secondaires, d'où proviendront-elles? Cette source est-elle fiable?
La population cible	– Quelle est votre population cible? – Est-ce bien le groupe qui est visé par votre enquête? – Votre enquête sera-t-elle menée auprès de la population en entier ou auprès d'une partie de la population seulement?

La taille de l'échantillon	– Quelle sera la taille de votre échantillon? Comment l'avez-vous déterminée? – Avec un échantillon de cette taille, les résultats seront-ils représentatifs de la population visée? Pourquoi? – D'après vous, les résultats seraient-ils semblables si la taille de l'échantillon était plus petite? plus grande? Pourquoi?
La composition de l'échantillon	– La composition de l'échantillon est-elle exempte de biais? – Comment allez-vous procéder pour choisir votre échantillon de façon aléatoire? – Votre échantillon a-t-il besoin d'être stratifié? Pourquoi? – Quelles strates comptez-vous utiliser dans la composition de votre échantillon et quelle sera la taille de chacune?
Les modalités (où, quand, comment)	– Où allez-vous mener votre enquête? – Quand allez-vous mener votre enquête? Pourquoi est-ce un temps propice? Si elle était menée à un autre temps, les résultats seraient-ils les mêmes? – Comment allez-vous procéder pour obtenir les données recherchées? – De quelle façon allez-vous enregistrer les résultats de votre enquête?

SCÉNARIO PÉDAGOGIQUE

Dans cette activité, à partir d'une situation contextualisée, on démontre comment une enseignante de 6e année aide les élèves à **planifier** et à **faire une collecte de données.**

Note : Ce scénario peut être adapté à une multitude de contextes, à la dynamique de chaque classe et à une situation-problème qui porte sur l'actualité du moment.

Des bracelets de couleur pour une bonne cause

Dans le cadre d'une discussion avec ses élèves de 6e année au sujet de la paix dans le monde, l'enseignante Élyse Montpetit leur présente la situation suivante :

> *J'ai remarqué dernièrement que plusieurs organismes à caractère caritatif vendent des bracelets de couleur pour leur campagne de financement ou pour faire la promotion d'une cause. J'ai pensé que nous pourrions utiliser cette stratégie pour faire la promotion de la paix auprès des élèves de l'école. Qu'en dites-vous?*

Comme il nous faudra d'abord commander les bracelets extensibles, je me demande quelle taille de bracelet nous devrions choisir. Avez-vous une idée de la façon dont on pourrait déterminer quelle taille conviendrait à l'ensemble des élèves de l'école?

Même si M^me^ Montpetit a déjà plus ou moins énoncé la question statistique, elle prend le temps de s'assurer que les élèves ont bien cerné la situation en leur posant des questions telles que :

– « Avez-vous déjà vu quelqu'un qui portait un de ces bracelets extensibles? »

– « Comment ces bracelets peuvent-ils servir à faire la promotion de la paix à l'école? »

– « Avant de commander les bracelets, qu'est-ce que nous devons déterminer? »

– « Qui pourrait nous résumer la question à l'origine de notre enquête? » (*Quelle taille de bracelet devons-nous commander si on veut que les bracelets conviennent à l'ensemble des élèves de l'école?*)

M^me^ Montpetit anime ensuite une discussion orientée vers la **planification de la collecte de données** dont voici un extrait.

M^me^ Montpetit	Élèves
– De quels renseignements avons-nous besoin pour déterminer la taille des bracelets que nous allons commander?	Élève 1. – Nous avons besoin de connaître la mesure du tour de poignet des élèves de l'école.
– De quelle façon peut-on procéder pour avoir ces données?	Élève 2. – On pourrait passer de classe en classe et prendre les mesures.
– Devons-nous mesurer les poignets de tous les élèves de l'école?	Élève 3. – Je crois que ce serait très long de prendre toutes ces mesures. Élève 4. – On pourrait mesurer le tour de poignet d'un petit nombre d'élèves seulement.

Mme Montpetit	Élèves
– Comment allez-vous sélectionner les participants et les participantes?	Élève 5. – Je pense qu'il faudrait les choisir au hasard sinon on va peut-être choisir nos amis et amies, ce qui ne représenterait pas vraiment tous les élèves de l'école. Élève 1. – Il faudrait choisir des élèves dans chacune des classes parce que la mesure du tour de notre poignet change lorsqu'on grandit. Élève 2. – On pourrait demander à chaque enseignant ou enseignante de nous fournir une liste des noms des élèves de sa classe et ensuite choisir au hasard 5 élèves par classe. Élève 3. – Puisqu'il y a 12 classes de la 1re à la 6e année, cela nous ferait 60 mesures à prendre. C'est faisable!
– Est-ce suffisant pour avoir une bonne idée de la taille type du poignet des élèves de l'école?	Élève 4. – Toutes les classes seraient représentées par 5 élèves. Puisqu'il y a 2 classes d'élèves par année d'études, ça veut dire que chaque année serait représentée par 10 élèves. Élève 5. – En choisissant au hasard les 5 participants de chaque classe, tous les élèves de l'école auraient la même chance de participer. C'est juste!
– Comment allez-vous faire pour choisir les élèves au hasard à l'intérieur de chaque classe?	Élève 1. – On pourrait écrire un nombre à côté de chaque nom sur la liste. Ensuite, il suffira d'écrire tous ces nombres sur des bouts de papier, de les placer dans un sac et d'en piger 5 au hasard.
– Comment allez-vous recueillir les données?	Élève 2. – On peut rencontrer les élèves choisis et mesurer leur tour de poignet avec un ruban à mesurer. Élève 3. – De cette façon, nous n'aurons qu'à enregistrer les résultats de notre enquête en les inscrivant sur une feuille. Élève 4. – Je me demande s'il y a une grande différence entre la mesure du tour de poignet des élèves de 1re année et celle des élèves de 6e année. Élève 5. – Moi, je me demande s'il y a une grande différence entre la mesure du tour de poignet des filles et celle des garçons.
– Ce sont deux questions intéressantes, mais comment allez-vous faire pour en tenir compte lors de votre enquête?	Élève 3. – On va devoir préciser si la mesure se rapporte au poignet d'une fille ou à celui d'un garçon et enregistrer aussi leur année d'études. Élève 4. – Il faut donc noter la mesure du poignet, l'année d'études et le sexe de l'élève.

<table>
<tr><th>Mme Montpetit</th><th>Élèves</th></tr>
<tr><td>– De quoi pourrait avoir l’air le tableau dans lequel on enregistrera les données des participants?</td><td>Élève 2. – Je peux en dessiner un.
<table>
<tr><th>Mesure du tour de poignet (en cm)</th><th>Année d’études</th><th>Garçon</th><th>Fille</th></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>
</td></tr>
</table>

Mme Montpetit indique alors aux élèves que la collecte de données se fera le lendemain puisqu’elle doit d’abord informer les autres enseignants et enseignantes de cette enquête et obtenir leur liste de noms d’élèves.

Le lendemain, Mme Montpetit répartit les élèves en 12 équipes et remet à chacune une liste d’élèves d’une classe. Elle demande à chacune d’utiliser la stratégie de leur choix pour choisir au hasard le nom des 5 élèves qui feront partie de l’échantillon. Les équipes se rendent ensuite dans les classes pour mesurer le tour de poignet des élèves choisis et enregistrent les données dans le tableau conçu à cette fin. Lorsque toutes les équipes sont de retour, les élèves transcrivent leurs données dans un tableau commun.

Exemple

Mesure du tour de poignet (en cm)	Année d’études	Garçon	Fille
…	…	…	…
12	4		✓
10	4	✓	
13	5		✓
…	…	…	…

Les élèves sont maintenant prêts à entreprendre les prochaines étapes du processus d’enquête, soit organiser les données et interpréter les résultats.

Énoncé 3 - Organiser les données

L'organisation des données et leur représentation par des tableaux et des diagrammes permettent de communiquer des renseignements en vue de leur interprétation.

> *Une fois recueillies, les données brutes sont généralement inutilisables. Une pile de questionnaires remplis de renseignements est à l'image d'une pièce en désordre; il faut y mettre de l'ordre.*
>
> (Konold et Higgins, 2003, p. 199, traduction libre)

Le processus d'enquête est une démarche globale qui comprend quatre étapes résumées dans les quatre énoncés de la grande idée 1, soit cerner la situation, faire une collecte de données, organiser les données et interpréter les résultats (voir *Processus d'enquête* dans *Enseignement efficace du traitement des données et de la probabilité,* p. 11-12).

L'énoncé 3, qui correspond à la troisième étape du processus d'enquête, fait l'objet de la présente section. Une fois que les élèves ont cerné la situation et qu'ils ont recueilli des données, ils doivent **organiser les données.** Dans cette section, on présente pourquoi et comment organiser les données.

POURQUOI ORGANISER LES DONNÉES

Gal (2002, p. 1-25) indique que l'on organise des données obtenues dans le cadre d'une enquête pour mieux les analyser ou pour communiquer des renseignements. L'objectif de l'enquête étant de trouver une réponse à une ou à plusieurs questions statistiques, il est très difficile de fonder cette réponse sur des données qui sont présentées de façon désordonnée. En organisant les données recueillies, on peut les présenter de façon à les résumer, à mettre en évidence certains renseignements qu'elles recèlent, à communiquer leurs principales caractéristiques et à faciliter leur interprétation.

Par exemple, le tableau ci-contre constitue un moyen élémentaire d'organiser les données obtenues à la suite d'un sondage effectué auprès des élèves d'une classe. Puisqu'on y présente la consommation quotidienne de fruits et de légumes de chaque élève, cette organisation permet, entre autres, à tous les élèves de se comparer aux autres élèves de la classe. Ainsi, Marie peut constater qu'elle mange plus de fruits et de légumes que tous les autres élèves de la classe, alors que Franco peut, pour sa part, constater qu'il mange moins de fruits et de légumes que son ami Léo.

Les mêmes données auraient pu être résumées, comme dans le tableau ci-après, de façon à mettre en évidence le lien entre le nombre de portions de fruits et de légumes consommés en un jour et le nombre d'élèves.

Consommation quotidienne de fruits et de légumes

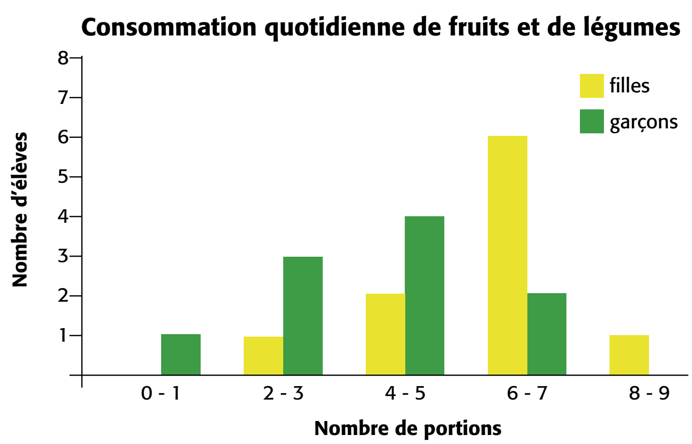
Nombre de portions	Nombre d'élèves
0	0
1	1
2	2
3	2
4	1
5	5
6	6
7	2
8	1
9	0
Total	20

Consommation quotidienne de fruits et de légumes

Nom	Nombre de portions
Jean	5
Marie	8
Abdul	2
Darius	1
Mara	5
Samuel	4
Danielle	5
Franco	3
Élise	6
Joanne	6
Marie	2
Claire	6
Simon	3
Marcus	5
Maude	6
Mélanie	7
Luc	5
Léo	7
Samuel	6
Rachelle	6

Cette organisation permet aux élèves du cycle moyen de **comparer des données individuelles à l'ensemble des données et à des données groupées en catégories.** Par exemple, chaque élève peut facilement comparer sa consommation quotidienne à celle de la majorité des autres élèves de la classe. Puisque ce tableau donne aussi une meilleure vue d'ensemble des données, on peut rapidement noter, par exemple, que la consommation quotidienne de fruits et de légumes des élèves varie entre une et huit portions. On peut aussi utiliser cette façon d'organiser les données pour mieux répondre à une question statistique. Ainsi, si on veut savoir si les élèves respectent la recommandation du *Guide alimentaire canadien* de consommer 6 portions de fruits et de légumes par jour, il est facile de voir d'après les données du tableau que 6 élèves consomment exactement le nombre de portions recommandé et que 3 élèves en consomment davantage.

On peut chercher à organiser des données de façon à pouvoir plus facilement comparer des catégories de données entre elles. Par exemple, si on voulait comparer la consommation quotidienne de fruits et de légumes des garçons et des filles de la classe, on pourrait choisir de résumer les données à l'aide d'un diagramme à bandes doubles.



En observant cette représentation, les élèves peuvent facilement constater, qu'en général, les filles de la classe mangent chaque jour davantage de fruits et de légumes que les garçons. Ils peuvent aussi procéder à une analyse qui mène à une interprétation plus complète des données.

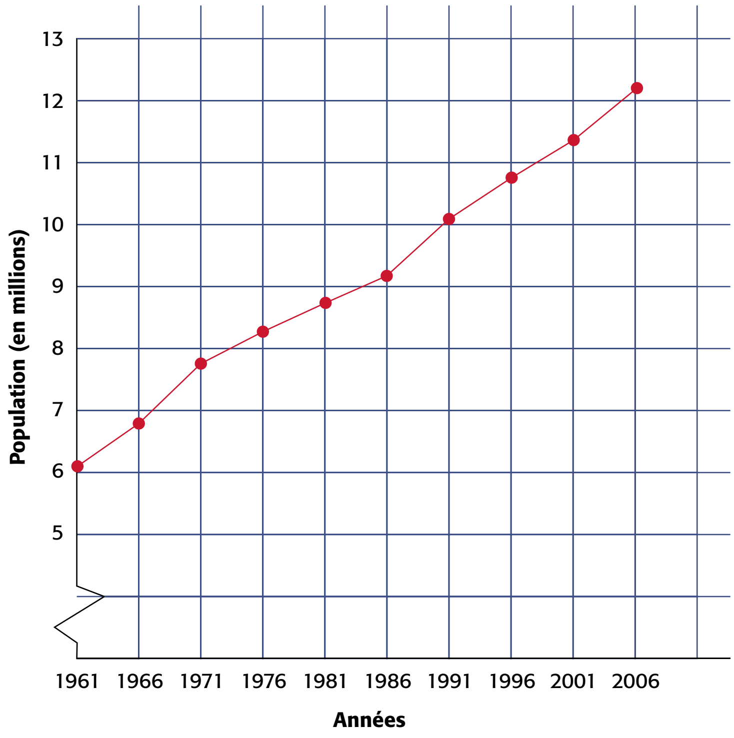
Le tableau suivant présente la population de l'Ontario selon les recensements quinquennaux de 1961 à 2006. Bien que les données soient présentées en ordre chronologique, il est difficile d'en parler ou d'amorcer une analyse, car les 10 données comportent sept ou huit chiffres chacune, ce qui les rend plutôt difficiles à saisir dans leur ensemble.

Population de l'Ontario selon les recensements de 1961 à 2006

Année	Population
1961	6 236 092
1966	6 960 870
1971	7 703 105
1976	8 264 464
1981	8 625 110
1986	9 101 695
1991	10 084 885
1996	10 753 573
2001	11 410 046
2006	12 160 282

Par contre, la représentation de ces données à l'aide d'un diagramme à ligne brisée comme celui ci-contre met en évidence le fait que depuis 1961, la population de l'Ontario augmente de façon presque constante. Si on voulait faire des prédictions quant à la population de l'Ontario en 2011 ou en 2016, ce diagramme nous aiderait davantage que le tableau précédent.

Population de l'Ontario selon les recensements de 1961 à 2006



Une représentation plutôt qu'une autre…

Il n'existe pas de critères préétablis pour comparer la valeur d'une représentation à celle d'une autre. La valeur relative d'une représentation dépend de l'intention de la question statistique. Les diagrammes ne sont pas meilleurs que les tableaux, les diagrammes à bandes ne sont pas meilleurs que les diagrammes à pictogrammes, etc. Tout dépend du but de l'élève en créant la représentation.

(National Council of Teachers of Mathematics, 2003, p. 199, traduction libre)

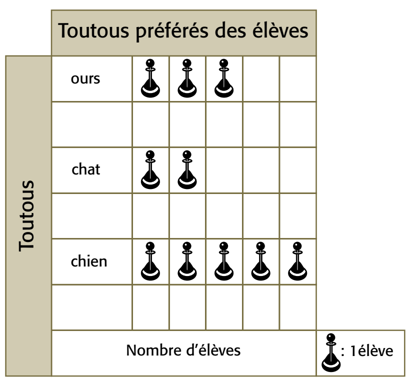
COMMENT ORGANISER LES DONNÉES

Divers tableaux et diagrammes sont couramment utilisés en traitement des données pour représenter des ensembles de données avec clarté et pour en faciliter l'analyse. Chacun a ses avantages ainsi que ses limites comme le démontrent le tableau et le diagramme à ligne brisée précédents. Par exemple, en utilisant le tableau, on peut présenter la population de l'Ontario à chacune des années du recensement à l'aide d'un nombre exact, ce qui est impossible avec le diagramme à ligne brisée. Par contre, le diagramme à ligne brisée présente une vue d'ensemble de la progression de la population de l'Ontario au fil des années qui est beaucoup plus facile à saisir que si on regarde les nombres dans le tableau. Il importe toutefois de noter qu'en général la construction d'un tableau précède la construction d'un diagramme.

Au cycle primaire, les élèves représentent d'abord les données de façon concrète (Figure 1). Ils utilisent ensuite une représentation semi-concrète ou iconique telle qu'un diagramme à pictogrammes (Figure 2), puis une représentation plus abstraite ou symbolique telle qu'un diagramme à bandes (Figure 3).

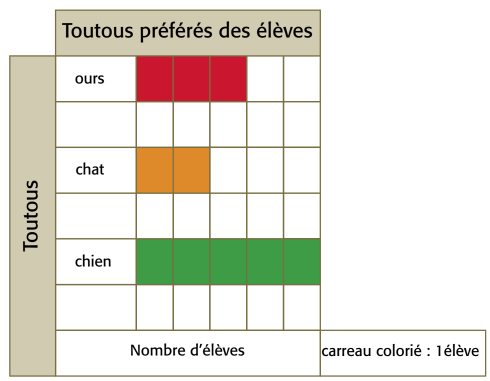
Dans cette représentation concrète, les élèves placent leur toutou préféré dans la catégorie appropriée.

Figure 1



Dans cette représentation iconique, les élèves représentent leur toutou préféré à l'aide d'un pictogramme.

Figure 2



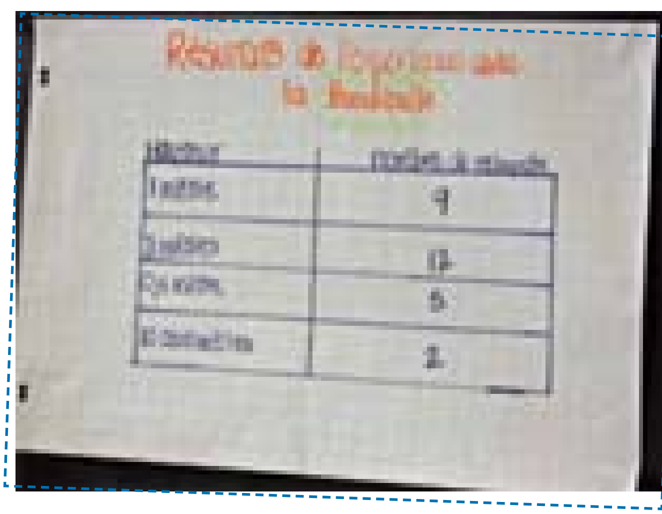
Dans cette représentation symbolique, les élèves représentent leur toutou préféré à l'aide d'un rectangle de couleur.

Figure 3

Au cycle moyen, selon les contenus d'apprentissage du programme-cadre, les élèves devraient pouvoir représenter des données à l'aide d'un tableau des effectifs et d'un tableau de corrélation, ainsi que d'un diagramme à bandes, un diagramme à bandes doubles, un diagramme à tiges et à feuilles et un diagramme à ligne brisée. Chacun de ces modes de représentation est présenté dans ce qui suit. Par contre, les élèves pourraient aussi utiliser les modes de représentation enseignés au cycle primaire (voir p. 82-88).

Note : Les stratégies parfois utilisées par certains enseignants et enseignantes pour montrer aux élèves comment représenter des données par un tableau ou un diagramme mettent trop l'accent sur la stricte application de certaines règles de construction (p. ex., bandes d'égale largeur dans un diagramme à bandes). Il est préférable de laisser les élèves créer leurs propres représentations, puis de les inciter à comparer leurs représentations entre eux afin de faire ressortir les caractéristiques de celles qu'ils jugent être les plus claires. Ce faisant, ils comprendront mieux l'importance de respecter certaines conventions. De plus, il existe plusieurs logiciels qui permettent de représenter des données par un tableau ou un diagramme. Il est important que les élèves apprennent à les utiliser.

Tableau des effectifs



Un tableau des effectifs permet d'organiser les données d'une enquête et de les résumer de façon quantitative, ce qui facilite la construction d'un diagramme à bandes et l'élaboration d'une réponse à la question statistique.

Par exemple, les élèves de la classe font un sondage pour savoir comment chacun s'est réveillé ce matin. Quatre choix de réponses sont prévus : *Un parent m'a réveillé(e), Je me suis réveillé(e) par moi-même, Mon réveille-matin m'a réveillé(e)* et *Autre moyen.* Les élèves répondent au sondage en cochant la réponse appropriée sur une feuille individuelle, puis les réponses sont compilées. On peut représenter le résultat de cette compilation par un tableau des effectifs; la colonne Nombre d'élèves constitue les effectifs.

Comment les élèves se sont réveillés ce matin

Moyen	Nombre d'élèves
Un parent m'a réveillé(e).	7
Je me suis réveillé(e) par moi-même.	4
Mon réveille-matin m'a réveillé(e).	8
Autre moyen	3
Total	22

Dans la situation où les élèves répondent tour à tour au sondage de vive voix, on peut utiliser un tableau des effectifs modifié qui contient une colonne pour enregistrer les données.

Comment les élèves se sont réveillés ce matin

Moyen	Dénombrement	Nombre d'élèves
Un parent m'a réveillé(e).	𝍸 ||	7
Je me suis réveillé(e) par moi-même.	||||	4
Mon réveille-matin m'a réveillé(e).	𝍸 |||	8
Autre moyen	|||	3
Total		22

Dans certaines situations, on peut vouloir regrouper les données dans le tableau des effectifs selon diverses catégories. Par exemple, les données obtenues lors du sondage sur la consommation quotidienne de fruits et de légumes (voir p. 63), peuvent être résumées dans un tableau des effectifs comme suit.

Consommation quotidienne de fruits et de légumes

Nombre de portions	Nombre d'élèves
0	0
1	1
2	2
3	2
4	1
5	5
6	6
7	2
8	1
9	0
Total	20

Ce tableau contient dix choix de réponse, mais l'effectif de plusieurs choix n'est que de 1 ou 2. Il peut donc être plus utile de regrouper les données deux à deux comme dans le tableau suivant.

Consommation quotidienne de fruits et de légumes

Nombre de portions	Nombre d'élèves
0 – 1	1
2 – 3	4
4 – 5	6
6 – 7	8
8 – 9	1
Total	20

On peut considérer que ce tableau est plus utile et plus facile à traiter, car il résume les données en cinq catégories au lieu de dix. Par exemple, il permet de constater rapidement que presque la moitié des élèves mangent quotidiennement 6 portions ou plus de fruits et de légumes. Par contre, si l'objectif de l'enquête est de déterminer combien d'élèves consomment exactement les 6 portions de fruits et de légumes recommandées par le *Guide alimentaire canadien,* ce tableau n'est pas très utile puisqu'il est impossible de dire combien des 8 élèves représentés dans la catégorie *6 – 7 portions* consomment 6 portions et combien en consomment 7.

Donc, la construction d'un tableau des effectifs peut générer des discussions utiles et intéressantes en classe. En plus de guider les élèves sur la façon de construire un tableau des effectifs, l'enseignant ou l'enseignante doit discuter avec eux des choix possibles et animer des échanges sur les avantages et les limites de chacun des tableaux.

Tableau de corrélation

Un tableau de corrélation ressemble à un tableau des effectifs, mais il contient les effectifs de deux ensembles de données, ce qui permet de les comparer plus facilement.

Par exemple, si à partir des données du tableau présenté à la page 63, on veut comparer les réponses des garçons et des filles, on peut créer côte à côte deux tableaux des effectifs comme suit.

Consommation quotidienne de fruits et de légumes

Nombre de portions	Nombre de garçons
0 – 1	1
2 – 3	3
4 – 5	4
6 – 7	2
8 – 9	0

Consommation quotidienne de fruits et de légumes

Nombre de portions	Nombre de filles
0 – 1	0
2 – 3	1
4 – 5	2
6 – 7	6
8 – 9	1

On peut aussi créer un tableau de corrélation en réunissant les données de ces deux tableaux comme suit.

Consommation quotidienne de fruits et de légumes

Nombre de portions	Nombre de garçons	Nombre de filles
0 – 1	1	0
2 – 3	3	1
4 – 5	4	2
6 – 7	2	6
8 – 9	0	1

Ce tableau de corrélation permet une comparaison plus facile des réponses des garçons et des filles par rapport à n'importe quelle catégorie. Il facilite aussi l'analyse générale des données. Par exemple, dans le tableau on voit que la majorité des filles consomment quotidiennement au moins le nombre de portions de fruits et de légumes recommandé par le *Guide alimentaire canadien,* tandis que la majorité des garçons ne le font pas. Enfin, le tableau de corrélation aide à la construction d'un diagramme à bandes doubles, puisqu'il regroupe les données nécessaires à sa construction.

Diagramme à bandes

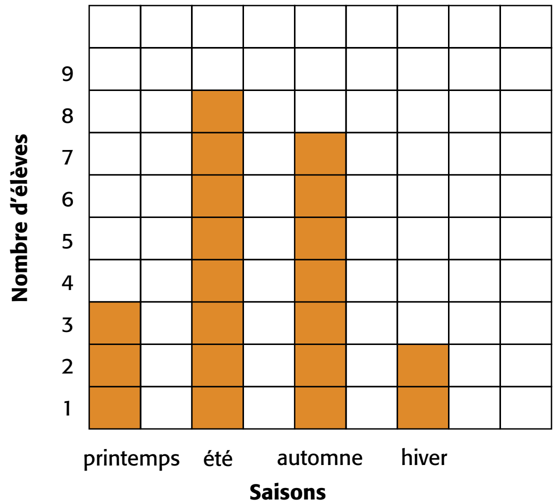
Le diagramme à bandes sert à représenter les effectifs d'un ensemble de données. Il est composé de bandes rectangulaires dont la longueur correspond à la taille des effectifs. Il permet de voir, en un coup d'œil, la distribution des données dans chacune des catégories.

Au cycle primaire, les élèves ont appris à construire des diagrammes à bandes. Ils ont d'abord utilisé une échelle par intervalles de 1. Par exemple, les données du tableau des effectifs ci-contre peuvent être représentées par un diagramme à bandes verticales (Figure 1) ou horizontales (Figure 2) dans lequel chaque carré représente 1 élève.

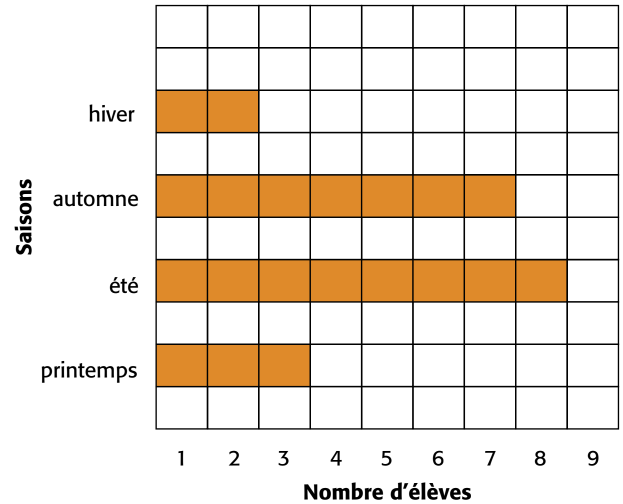
Anniversaires de naissance selon les saisons

Saison	Nombre d'élèves
printemps	3
été	8
automne	7
hiver	2
Total	20

Anniversaires de naissance selon les saisons



Anniversaires de naissance selon les saisons



Note : Pour faciliter la construction de diagrammes à bandes, il est recommandé de demander aux élèves d'utiliser du papier quadrillé.

Caractéristiques d'un diagramme à bandes

- Il a un titre (p. ex., *Anniversaires de naissance selon les saisons*).
- Il a un axe (vertical ou horizontal) gradué selon une échelle appropriée.
- Il a un autre axe qui représente des catégories (p. ex., *printemps, été, automne, hiver*).
- Les deux axes ont chacun une étiquette (p. ex., *Nombre d'élèves, Saisons*).
- Les bandes ont la même largeur et leur longueur correspond, en fonction de l'échelle retenue, à la taille de l'effectif qu'elles représentent (p. ex., si l'échelle est par intervalles de 1, une bande de longueur 3 représente un effectif de 3).
- Les bandes sont séparées par des espaces égaux.

En 3e année, les élèves commencent à construire des diagrammes à bandes dans lesquels ils utilisent une échelle par intervalles autres que 1. Or, cette habileté n'est pas nécessairement maîtrisée lorsqu'ils arrivent au cycle moyen. L'enseignant ou l'enseignante doit donc présenter aux élèves des activités qui leur permettent de consolider cette habileté. Par exemple, il ou elle peut leur demander de représenter les effectifs du tableau suivant par le diagramme à bandes de leur choix.

Anniversaires de naissance selon les saisons

Saison	Nombre d'élèves
printemps	30
été	48
automne	34
hiver	24

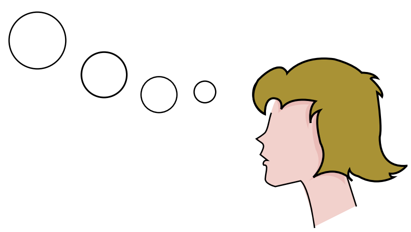
Certains élèves pourraient utiliser des intervalles de 1 et construire un diagramme à bandes verticales (ou un diagramme à bandes horizontales tracé sur la longueur de la feuille). Dans ce cas, la bande la plus longue sera formée de 48 carrés. D'autres pourraient utiliser des intervalles de 2 ou de 3 et construire leur diagramme à bandes horizontales sur la largeur de la feuille.

L'enseignant ou l'enseignante peut ensuite inciter les élèves à comparer les différents diagrammes construits, à discuter des avantages et des inconvénients de chacun et à déterminer lequel leur plaît le plus. Par exemple :

- Avec un intervalle de 1, on peut lire plus facilement la longueur des bandes. Par contre, le diagramme est très long et peu large; il occupe beaucoup de place, ce qui lui donne un aspect peu plaisant.
- Avec un intervalle de 2, le diagramme à bandes horizontales prend presque toute la largeur de la page. Il est lui aussi long et peu large.
- Avec un intervalle de 3, il faut faire plus attention pour déterminer la longueur de certaines bandes (p. ex., la bande qui représente 34 élèves). Par contre, le diagramme ne prend qu'environ la moitié de la largeur de la page et le rapport entre la longueur et la largeur du diagramme fait qu'il est plaisant à regarder.

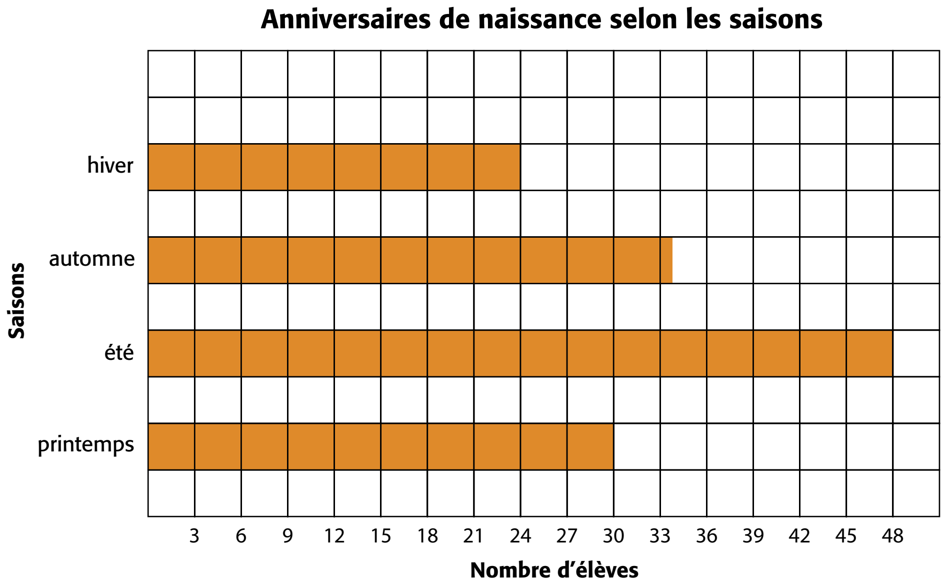
Les élèves pourraient alors convenir que l'échelle de 1 carré pour 3 élèves est la plus pratique. Après un certain temps, les élèves pourraient raisonner comme suit.

Je veux que mon diagramme occupe environ la moitié de la largeur de la page.
Selon le tableau des effectifs, les données vont jusqu'à 48.
Si chaque carré représente 1 élève, je n'ai pas assez de place.
Si chaque carré représente 2 élèves, ça prend toute la largeur de la page.
Si chaque carré représente 3 élèves, ça prend à peu près la moitié de la page.
Donc, je peux numéroter l'axe horizontal de 0 à 48 en comptant par intervalles de 3.



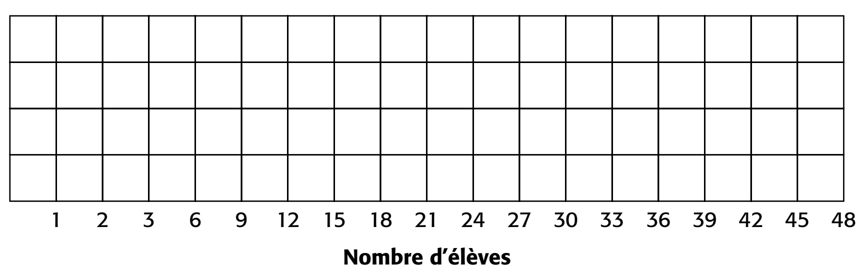
Raisonnement de l'élève

Ils obtiendraient ainsi le diagramme suivant.



Les effectifs 24, 30 et 48 sont des multiples de 3 et les bandes qui les représentent arrivent précisément sur des lignes verticales. Pour représenter l'effectif 34, les élèves doivent comprendre que puisque chaque carré représente 3 élèves, il faut diviser le dernier carré utilisé en 3 parties égales.

Les élèves éprouvent parfois de la difficulté à placer les nombres le long de l'axe numérique lorsqu'ils doivent représenter des intervalles autres que 1. Par exemple, certains élèves ont tendance à inscrire d'abord 1, 2, 3, puis à poursuivre en inscrivant les nombres par intervalles de 3 comme illustré ci-dessous.



L'enseignant ou l'enseignante doit donc leur faire réaliser que ceci est incorrect puisque les trois premiers carrés représentent 1 élève chacun alors que les carrés subséquents en représentent 3.

Diagramme à bandes doubles

Le diagramme à bandes doubles ressemble au diagramme à bandes, mais il sert à comparer deux ensembles de données. Ces données peuvent provenir de n'importe quel type d'enquête, soit :

- une enquête au moyen d'observations (p. ex., on veut comparer la taille de la police de caractères utilisée dans les livres placés dans les centres de lecture de 2e année et de 4e année);
- une enquête au moyen d'une expérience (p. ex., on veut comparer la relation qui existe entre le nombre d'heures d'ensoleillement et la croissance de deux types différents de plants de tomates);
- une enquête au moyen d'un sondage (p. ex., on veut comparer les sports préférés des garçons et des filles de 5e année);
- une enquête au moyen d'un prélèvement de mesures (p. ex., on veut comparer la longueur des pieds des garçons et des filles de la classe);
- une enquête au moyen d'une recherche de données existantes (p. ex., on veut comparer les préférences des élèves de la classe par rapport aux matières scolaires et celles des élèves du primaire au Canada).

Puisque les élèves savent comment construire un diagramme à bandes, il est relativement facile pour l'enseignant ou l'enseignante de les amener à construire un diagramme à bandes doubles. Il ou elle peut, par exemple, leur présenter deux tableaux des effectifs comme ceux ci-dessous.

Sports préférés des filles de la classe

Sport	Nombre de filles
hockey	3
basket-ball	2
soccer	6
autre	2

Sports préférés des garçons de la classe

Sport	Nombre de garçons
hockey	7
basket-ball	3
soccer	2
autre	1

L'enseignant ou l'enseignante demande ensuite aux élèves de construire un diagramme à bandes horizontales pour représenter les sports préférés des filles (Figure 1) et un autre, de couleur différente, pour représenter les sports préférés des garçons (Figure 2).

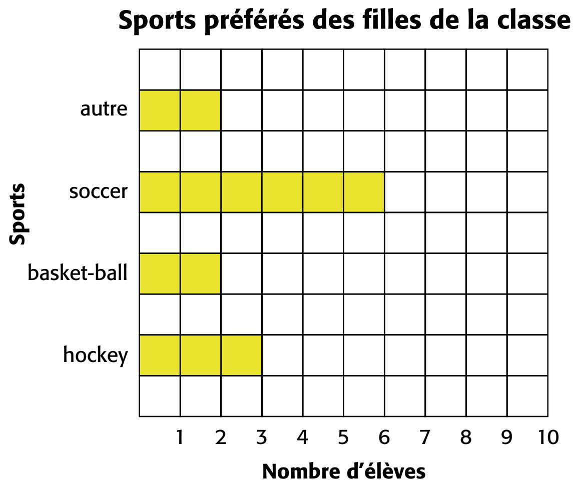


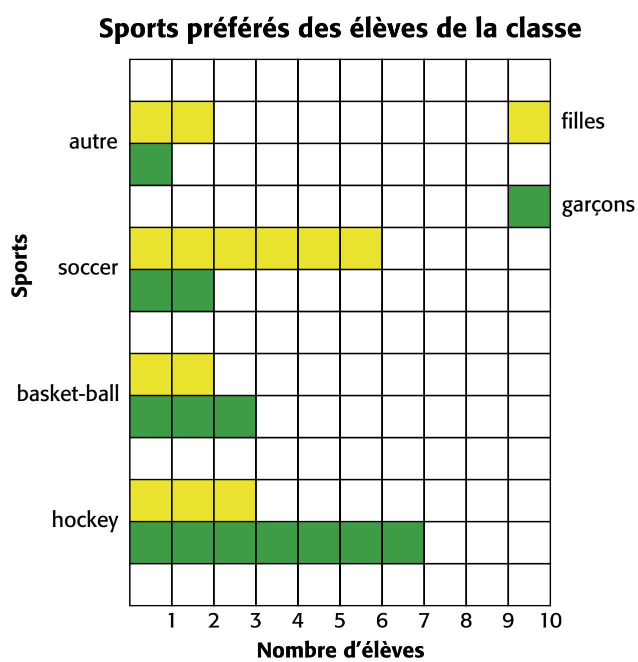
Figure 1

Figure 2

Caractéristiques d'un diagramme à bandes doubles

- Il a un titre (p. ex., *Sports préférés des élèves de la classe*).
- Il a un axe gradué selon une échelle appropriée.
- Il a un autre axe qui indique des catégories (p. ex., *hockey, basket-ball, soccer, autre*).
- Les deux axes ont chacun une étiquette (p. ex., *Nombre d'élèves, Sports*).
- Pour chaque catégorie, il y a deux bandes contiguës de couleur différente, chacune représentant un groupe de données (p. ex., les bandes jaunes représentent le nombre de filles et les bandes vertes représentent le nombre de garçons).
- Les bandes ont la même largeur et leur longueur correspond, en fonction de l'échelle retenue, à la taille de l'effectif qu'elles représentent (p. ex., si l'échelle est par intervalles de 1, une bande de longueur 3 représente un effectif de 3).
- Les deux bandes d'une même catégorie sont séparées des deux bandes d'une autre catégorie par des espaces égaux.

Il ou elle peut ensuite leur montrer le diagramme à bandes doubles suivant et leur demander de décrire ses caractéristiques.



L'enseignant ou l'enseignante présente ensuite aux élèves deux autres tableaux des effectifs ou un tableau de corrélation, et leur demande de construire un diagramme à bandes doubles qui représente ces données.

Diagramme à tiges et à feuilles

Le diagramme à tiges et à feuilles permet d'organiser et de représenter un ensemble de données numériques. Son côté visuel offre les mêmes avantages qu'un diagramme à bandes, tandis que son côté numérique permet de déterminer assez facilement certaines des caractéristiques de l'ensemble des données telles que la valeur minimale, la valeur maximale, la médiane, le mode et l'étendue des données.

Prenons, par exemple, la situation suivante :

> *Les 23 élèves de la classe ont ouvert chacun une boîte de bonbons et ils ont compté le nombre de bonbons qu'elle contenait. Lorsqu'ils ont comparé leurs résultats, ils ont été surpris de découvrir que les boîtes ne contenaient pas toutes le même nombre de bonbons. Voici le nombre de bonbons dans chacune des boîtes : 18, 20, 24, 22, 23, 23, 19, 23, 24, 25, 27, 23, 18, 23, 23, 22, 20, 31, 19, 22, 12, 22, 20.*

Pour construire un diagramme à tiges et à feuilles, il est plus facile de placer d'abord les données en ordre croissant : 12, 18, 18, 19, 19, 20, 20, 20, 22, 22, 22, 22, 23, 23, 23, 23, 23, 23, 24, 24, 25, 27, 31. On note ensuite les chiffres correspondant aux dizaines, soit 1, 2 et 3, et on les place à la verticale pour former ce qu'on appelle les *tiges* du diagramme.

1	
2	
3	

↑

tiges

On représente ensuite les données 12, 18, 18, 19 et 19 dans la première rangée en inscrivant seulement le chiffre des unités de chaque nombre, soit 2, 8, 8, 9 et 9. Ces chiffres, séparés par un espace constant, forment les feuilles du diagramme. On fait de même pour les nombres de 20 à 27 en inscrivant le chiffre des unités de chacun dans la rangée qui correspond au chiffre des dizaines 2, et ainsi de suite. On obtient donc le diagramme ci-après.

Nombre de bonbons par boîte

tiges	feuilles
1	2 8 8 9 9
2	0 0 0 2 2 2 2 3 3 3 3 3 3 4 4 5 7
3	1

Caractéristiques d'un diagramme à tiges et à feuilles

- Il a un titre (p. ex., *Nombre de bonbons par boîte*).
- Il contient deux colonnes; celle de gauche regroupe les tiges et celle de droite regroupe les feuilles.
- Les feuilles, qui correspondent habituellement aux chiffres des données associés aux unités ou aux dixièmes, sont placées en ordre croissant et sont espacées également.
- Les tiges, qui correspondent aux autres chiffres des données, sont aussi placées en ordre croissant.

Dans chaque rangée, les *feuilles,* qui correspondent aux chiffres des unités des données, sont liées à la *tige* associée à la dizaine correspondante. Le diagramme a l'aspect d'un diagramme à bandes horizontales, tout en présentant toutes les données comme dans un tableau des effectifs. Il permet de repérer rapidement certaines valeurs typiques, comme la valeur minimale de 12, la valeur maximale de 31, la médiane (la 12^{e} donnée) de 22 et le mode (la donnée qui paraît le plus souvent) de 23.

Lorsqu'il y a un grand nombre de données, il peut être plus difficile de les placer en ordre dans le diagramme sans erreurs. On peut alors construire un diagramme intermédiaire dans lequel on place ces données à mesure qu'elles sont lues, sans les placer en ordre croissant. Par exemple, lors d'une enquête, on a mesuré la longueur des pieds, en centimètres, de tous les élèves de 6^{e} année et on a obtenu les résultats suivants.

18,3	19,2	19,4	15,9	17,0	18,0	16,7	18,9	15,8	20,4
17,8	16,5	18,5	19,1	21,3	17,6	19,4	17,9	15,7	20,5
18,0	19,5	16,9	20,4	18,3	17,7	18,6	19,4	16,6	20,1
16,3	19,2	18,1	19,4	15,8	16,7	17,8	17,3	18,6	18,9
18,3	21,1	20,2							

Les feuilles du diagramme correspondent aux chiffres des données associés aux dixièmes et les tiges correspondent aux autres chiffres des données, c'est-à-dire 15, 16, 17, 18, 19, 20 et 21. On prépare donc un diagramme intermédiaire qui contient 7 rangées et on y place les données dans l'ordre qu'on les voit, c'est-à-dire en commençant par 18,3, suivi de 19,2, et ainsi de suite. On obtient alors le tableau suivant.

15,	9 8 7 8
16,	7 5 9 6 3 7
17,	0 8 6 9 7 8 3
18,	3 0 9 5 0 3 6 1 6 9 3
19,	2 4 1 4 5 4 2 4
20,	4 5 4 1 2
21,	3 1

Il est maintenant plus facile de placer les feuilles en ordre croissant, car chaque rangée en contient un nombre restreint.

Longueur, en centimètres, des pieds des élèves de 6e année

15,	7 8 8 9
16,	3 5 6 7 7 9
17,	0 3 6 7 8 8 9
18,	0 0 1 3 3 3 5 6 6 9 9
19,	1 2 2 4 4 4 4 5
20,	1 2 4 4 5
21,	1 3

Diagramme à ligne brisée

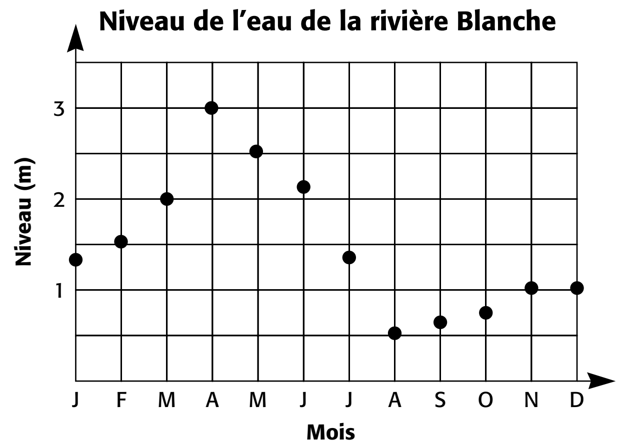
Le diagramme à ligne brisée permet d'illustrer la relation entre deux ensembles de données continues.

Les élèves du cycle moyen utilisent habituellement le diagramme à ligne brisée pour illustrer le changement sur une période de temps tel que le changement de température, la croissance d'une plante, etc. Par exemple, on a mesuré le niveau de l'eau de la rivière Blanche chaque mois de l'année et on a obtenu les résultats suivants.

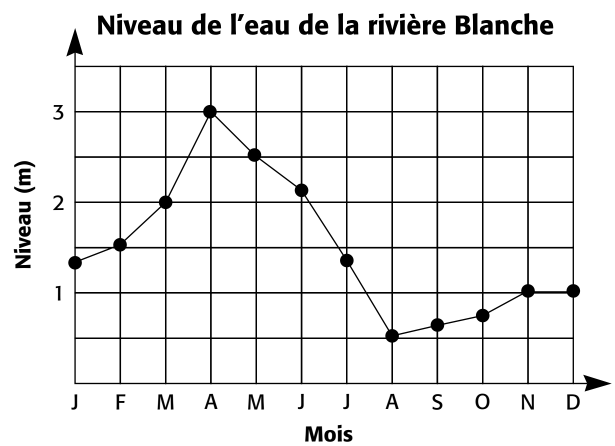
Des **données continues** sont des données qui peuvent prendre n'importe quelle valeur à l'intérieur d'un intervalle choisi.

Mois	J	F	M	A	M	J	J	A	S	O	N	D
Niveau (m)	1,3	1,5	2,0	3,0	2,5	2,1	1,3	0,5	0,6	0,7	1,0	1,0

On peut représenter ces données par des points sur un diagramme comme suit.



Les données correspondant au niveau de l'eau sont continues puisqu'elles peuvent prendre n'importe quelle valeur entre deux nombres entiers. De même, le temps est une variable continue puisque l'on peut considérer n'importe quel moment à l'intérieur du mois. On peut donc joindre les points par des segments de droite et obtenir un diagramme à ligne brisée.



Le segment de droite entre deux données successives indique que le niveau de l'eau de la rivière change de façon continue entre les deux prélèvements. Les segments de droite qui forment la ligne brisée constituent des approximations de la courbe que l'on obtiendrait si l'on prélevait le niveau de l'eau chaque semaine, chaque jour, chaque heure, chaque minute ou chaque seconde.

Avant de construire un diagramme à ligne brisée, les élèves doivent savoir interpréter les points d'un diagramme à ligne brisée déjà construit, c'est-à-dire comprendre ce que chaque point représente. Pour ce faire, l'enseignant ou l'enseignante peut

Caractéristiques d'un diagramme à ligne brisée

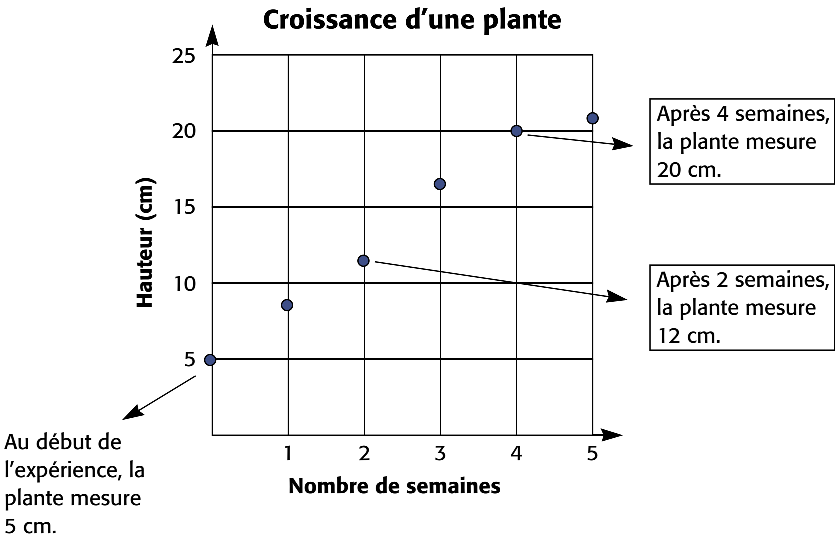
- Il a un titre (p. ex., *Niveau de l'eau de la rivière Blanche*).
- Les axes ont chacun une échelle appropriée (p. ex., 0, 1, 2, 3 et J, F, M…).
- Les axes ont chacun une étiquette (p. ex., *Mois, Niveau [m]*).
- Les données sont représentées par des points.
- Les points consécutifs sont reliés par des segments qui indiquent le changement entre les deux données correspondantes.

reprendre les données d'une enquête connue des élèves ou leur présenter de nouvelles données en s'assurant qu'ils comprennent bien la situation. Par exemple, il ou elle leur présente les résultats d'une enquête au cours de laquelle on a mesuré la hauteur d'une plante à chaque semaine pendant 5 semaines consécutives.

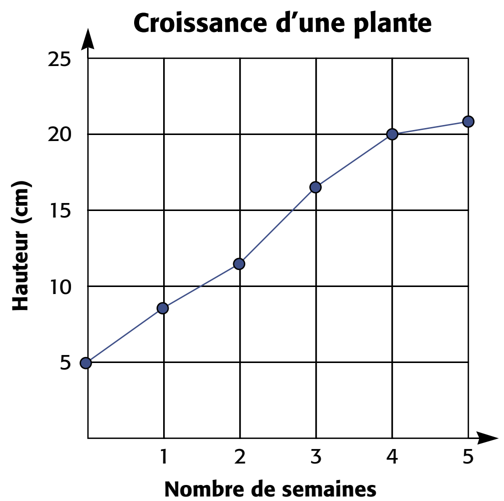
Croissance d'une plante

Nombre de semaines	0	1	2	3	4	5
Hauteur (cm)	5	8	12	17	20	21

Ensuite, il ou elle leur présente un diagramme dans lequel les données sont représentées par des points et leur pose des questions pour s'assurer que les élèves comprennent bien ce que chaque point représente.



Ensuite, il ou elle relie les segments consécutifs pour indiquer la croissance pendant la 1^re^ semaine, la 2^e^ semaine, et ainsi de suite.

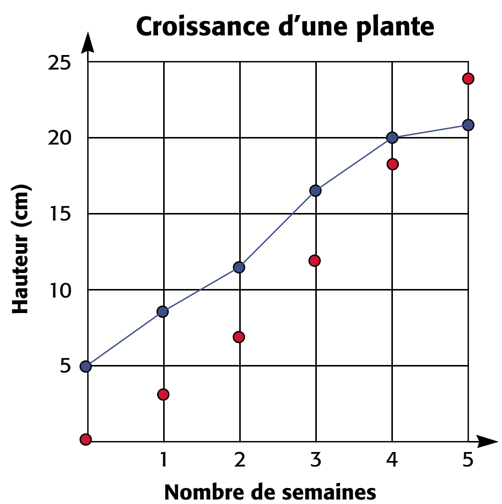


L'enseignant ou l'enseignante demande ensuite aux élèves de représenter des données par des points dans des diagrammes dont les échelles et les titres sont déjà fournis. Par exemple, il ou elle peut leur demander d'ajouter au diagramme précédent les données pour la croissance d'une deuxième plante.

Croissance de la plante d'Arthur

Nombre de semaines	0	1	2	3	4	5
Hauteur (cm)	0	3	7	12	18	24

Ils obtiennent ainsi le diagramme suivant auquel ils peuvent ensuite ajouter les segments de droite.



Lorsque les élèves savent interpréter et construire un diagramme à ligne brisée dont l'échelle de chaque axe est déjà indiquée, ils doivent ensuite apprendre à déterminer par eux-mêmes l'échelle qui correspond le mieux à un ensemble de données (voir p. 72-74).

AUTRES MODES DE REPRÉSENTATION

Diagramme à pictogrammes

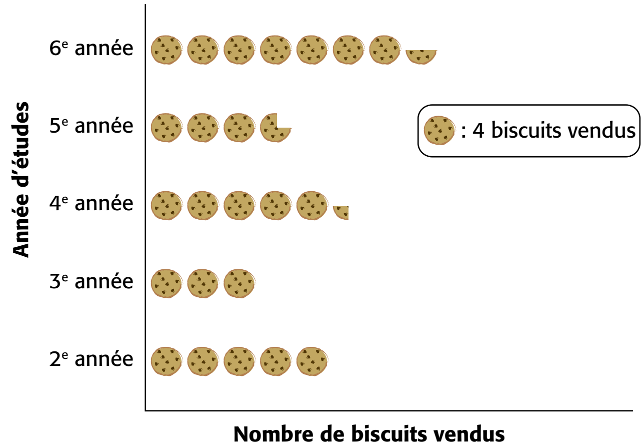
Un diagramme à pictogrammes est semblable au diagramme à bandes sauf qu'on utilise des pictogrammes pour former les bandes. Ce type de diagramme n'est pas utilisé seulement au cycle primaire; il est aussi utilisé dans les journaux et les revues.

Un **pictogramme** est un dessin ou une image figurative. C'est pourquoi le diagramme à pictogrammes porte parfois le nom de *diagramme figuratif.*

Le choix du pictogramme a une certaine importance. Idéalement, le pictogramme devrait évoquer les données qu'il représente. De plus, il est généralement utile de choisir un pictogramme qui est facile à dessiner ou à recopier et facile à découper en demis ou en quarts.

Exemple

Nombre de biscuits vendus pendant la vente de pâtisseries



> **Caractéristiques d'un diagramme à pictogrammes**
>
> - Il a un titre.
> - Il a un axe qui indique les catégories.
> - Les deux axes ont chacun une étiquette.
> - Il utilise un pictogramme répété pour représenter, à l'horizontale ou à la verticale, le nombre de données de chaque catégorie.
> - L'espacement entre les pictogrammes est constant.
> - Il a une légende qui indique ce que le pictogramme représente.

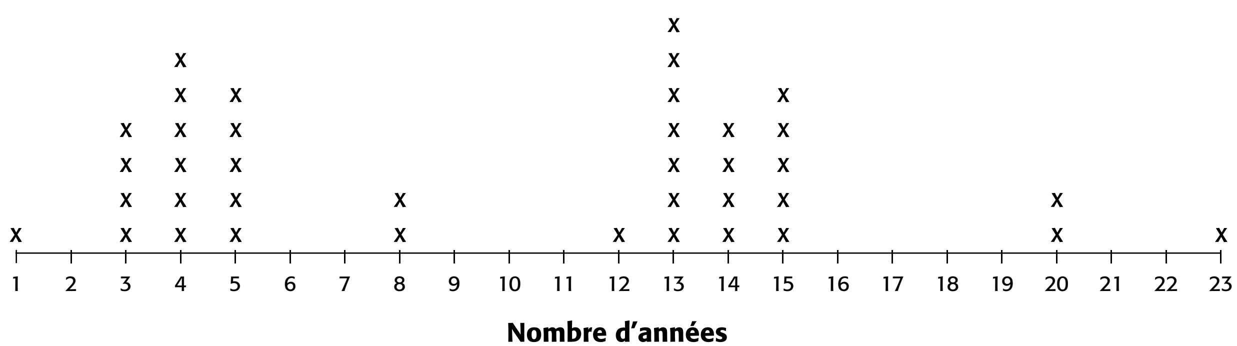
Ligne de dénombrement

La ligne de dénombrement est utile pour représenter un grand nombre de données numériques. Chaque donnée est représentée par un **X** et les **X** correspondant à une même quantité sont disposés l'un au-dessus de l'autre de manière à former des colonnes. Puisque la hauteur de chaque colonne correspond alors à la taille de l'effectif qu'elle représente, l'analyse des données s'effectue facilement.

Exemple

L'enseignant ou l'enseignante demande à ses élèves de vérifier depuis combien d'années leurs parents demeurent dans leur logis actuel. Les résultats sont représentés par la ligne de dénombrement suivante.

Nombre d'années que les parents des élèves de 4e année habitent leur logis actuel



Caractéristiques d'une ligne de dénombrement

- Elle a un titre.
- Elle a un axe horizontal gradué portant une étiquette.
- Chaque donnée est représentée par un **X**. Les **X** qui représentent une même donnée numérique sont superposés et sont séparés l'un de l'autre par un espace constant.

On voit facilement d'après la répartition des **X**, qu'il y a eu deux vagues de déménagements, soit il y a de 3 à 5 ans et de 13 à 15 ans, ce qui pourrait être le résultat de la construction de nouveaux logis ou de la création de nouveaux emplois dans la ville.

Diagramme de Venn

Le diagramme de Venn est une représentation schématique d'ensembles mettant en évidence leur réunion et leur intersection. Il permet de classer des données selon des caractéristiques communes et de mettre en évidence des relations entre ces données.

Exemple

Lors d'une fête champêtre, on a offert à chaque élève de la classe la possibilité de commander un morceau de pizza, un jus et un dessert.

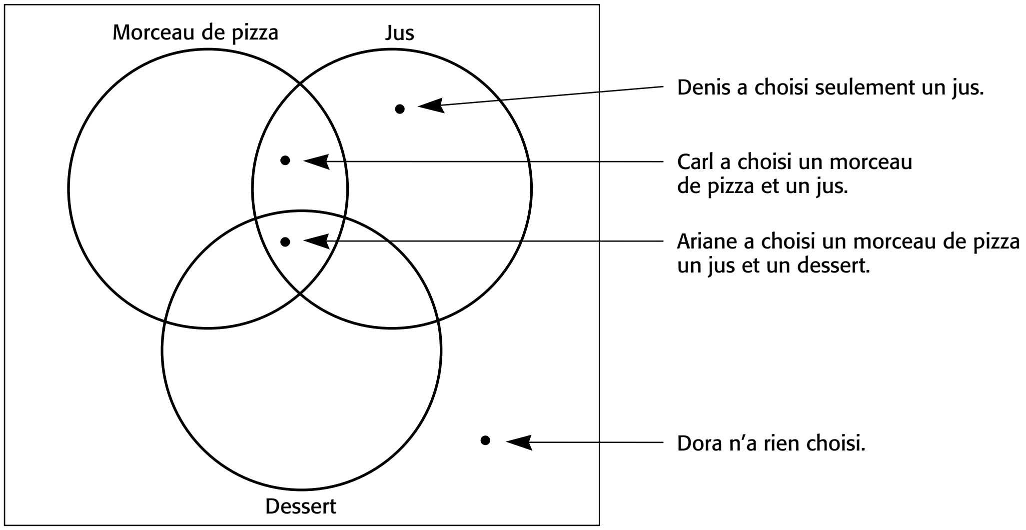
Le tableau ci-dessous présente une partie des données. On constate :

- qu'Ariane a commandé un morceau de pizza, un jus et un dessert;
- que Carl a commandé un morceau de pizza et un jus;
- que Denis a commandé un jus;
- que Dora n'a rien commandé.

Élève	Morceau de pizza	Jus	Dessert
Ariane	✓	✓	✓
Carl	✓	✓	
Denis		✓	
Dora			
⋮	⋮	⋮	⋮

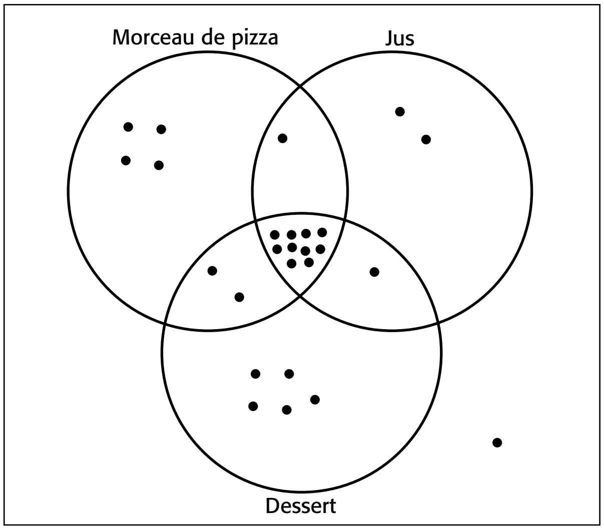
On peut représenter ces données par un diagramme de Venn. Le diagramme comprendra trois cercles, soit un cercle pour chacun des trois choix offerts aux élèves. Voici comment on peut y représenter les choix d'Ariane, de Carl, de Denis et de Dora.

Choix des élèves



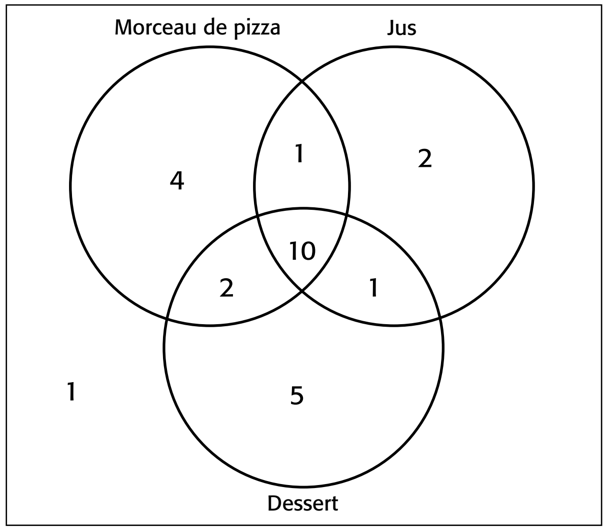
Si on complète le diagramme de façon à représenter les choix de tous les élèves de la classe, on obtient ce qui suit.

Choix des élèves



On peut ensuite inscrire dans chaque région le nombre de points qu'elle contient.

Choix des élèves



D'après ce dernier diagramme, on constate, par exemple, que 10 élèves ont commandé un morceau de pizza, un jus et un dessert, que 4 élèves ont commandé un morceau de pizza seulement et que 2 élèves ont commandé un morceau de pizza et un dessert.

Note : Pour un autre exemple de l'utilisation d'un diagramme de Venn, voir la situation d'apprentissage *Des livres bien classés* (p. 177-205).

Caractéristiques d'un diagramme de Venn

- Il a un titre.
- Il a un ensemble de référence (souvent représenté par un rectangle).
- Les catégories sont représentées par des cercles portant des étiquettes.
- À l'intérieur de chaque région du diagramme, on peut inscrire des renseignements. Par exemple, on peut inscrire le nombre d'objets ou de personnes qui correspondent à cette région, ou le nom de ces objets ou de ces personnes.

Diagramme de Carroll

Le diagramme de Carroll est un tableau constitué de deux rangées et de deux colonnes. Il est utilisé pour classer des objets selon deux caractéristiques offrant chacune deux choix complémentaires (p. ex., *rouge* et *non rouge*), c'est-à-dire deux choix qui sont mutuellement exclusifs.

Le **diagramme de Carroll** doit son nom au mathématicien et logicien Charles Dodgson (1832-1898), également auteur du conte *Alice au pays des merveilles,* qu'il écrivit sous le pseudonyme de Lewis Carroll.

Exemple 1

Le diagramme de Carroll suivant représente le classement des nombres naturels de 1 à 20 selon qu'ils sont pairs ou impairs (première caractéristique) et selon qu'ils sont supérieurs à 10 ou non (deuxième caractéristique). La première caractéristique offre deux choix complémentaires, car tout nombre naturel est soit pair, soit impair. La deuxième caractéristique offre aussi deux choix complémentaires, car tout nombre naturel est supérieur à 10 ou il ne l'est pas.

Classement des nombres naturels de 1 à 20

	pairs	impairs
supérieurs à 10	12 14 16 18 20	11 13 15 17 19
pas supérieurs à 10	2 4 6 8 10	1 3 7 5 9

Le diagramme de Carroll peut être utilisé pour représenter les données d'une enquête qui traite de deux caractéristiques offrant chacune deux choix complémentaires, comme dans l'exemple suivant.

Caractéristiques d'un diagramme de Carroll

- Il a un titre.
- Il a deux rangées et deux colonnes.
- Chaque rangée porte une étiquette qui indique l'un des deux choix complémentaires de l'une des caractéristiques.
- Chaque colonne porte une étiquette qui indique l'un des deux choix complémentaires de l'autre caractéristique.
- Chaque case du tableau contient les éléments ou l'effectif correspondant au choix de sa rangée et de sa colonne (p. ex., dans la case correspondant à la 2^{e} rangée et à la 1re colonne du diagramme précédent, on retrouve les nombres pairs qui ne sont pas supérieurs à 10).

Exemple 2

Un élève de la classe affirme que pour qu'une personne ait les yeux bleus, il faut que ses deux parents aient les yeux bleus. Les élèves décident de mener une enquête pour vérifier cette affirmation. Ils représentent les résultats par le diagramme de Carroll suivant.

Couleur des yeux des élèves et de leurs parents

	Tu as les yeux bleus.	Tu n'as pas les yeux bleus.
Au moins un de tes parents n'a pas les yeux bleus.	15	32
Tes deux parents ont les yeux bleus.	8	0

Ce diagramme de Carroll permet de conclure :

- qu'un enfant peut avoir les yeux bleus même si ses deux parents n'ont pas les yeux bleus;
- que si les deux parents ont les yeux bleus, il semble impossible pour leur enfant de ne pas avoir les yeux bleus;
- qu'il y a plus de gens qui ont les yeux d'une autre couleur que bleue.

L'hypothèse de l'élève à savoir que pour qu'une personne ait les yeux bleus, il faut que ses deux parents aient les yeux bleus est donc fausse.

Énoncé 4 - Interpréter les résultats

L'interprétation des résultats permet de tirer des conclusions pertinentes afin de répondre à des questions statistiques et de prendre des décisions réfléchies.

> *L'étude de la statistique comprend la collecte, l'organisation, la représentation, l'analyse et l'interprétation de données. Ces données sont ensuite utilisées pour prédire, faire des inférences et prendre des décisions. […] Les élèves ont besoin de développer les habiletés qui leur permettront de vivre dans une société où les statistiques sont omniprésentes, sans être induits en erreur. Sans ces habiletés, leurs connaissances pour comprendre le monde seront insuffisantes.*
>
> (Burns, 2000, p. 59, traduction libre)

Le processus d'enquête est une démarche globale qui comprend quatre étapes résumées dans les quatre énoncés de la grande idée 1, soit cerner la situation, faire une collecte de données, organiser les données et interpréter les résultats (voir *Processus d'enquête* dans *Enseignement efficace du traitement des données et de la probabilité,* p. 11-12).

L'énoncé 4, qui correspond à la quatrième étape du processus d'enquête, fait l'objet de la présente section. Une fois que les élèves ont cerné la situation, recueilli des données et organisé ces données, ils doivent **interpréter les résultats.** Dans cette section, on propose d'abord des pistes pour aider les élèves à développer l'habileté à interpréter des résultats. On présente ensuite, dans un contexte d'interprétation des résultats, l'utilisation de quatre mesures statistiques, soit l'étendue, le mode, la médiane et la moyenne.

DÉVELOPPEMENT DE L'HABILETÉ À INTERPRÉTER DES RÉSULTATS

L'habileté à interpréter des résultats est liée à l'habileté à raisonner dans la mesure où elle exige une certaine capacité de réflexion et d'analyse. L'enseignant ou l'enseignante doit aider les élèves à développer cette habileté en leur proposant diverses activités qui portent sur l'interprétation des résultats et en posant des questions qui incitent les élèves à examiner ces résultats de près. Ce faisant, il ou elle contribuera aussi au développement chez les élèves de compétences en matière de littératie statistique.

Gal (2002, p. 1-25) suggère que l'interprétation des résultats se fasse selon deux points de vue, soit celui de l'enquêteur et celui du lecteur. **Du point de vue de l'enquêteur,** les élèves examinent des données qu'ils ont eux-mêmes recueillies dans le cadre d'une enquête et qu'ils ont résumées dans des diagrammes ou des tableaux. Ils les interprètent ensuite dans le but de répondre à la question statistique qu'ils ont posée au début de l'enquête. **Du point de vue du lecteur,** les élèves examinent des données qui proviennent de l'extérieur, c'est-à-dire qui ont été colligées par d'autres. Dans ce contexte, l'enseignant ou l'enseignante peut en profiter pour leur présenter des données qui font un lien avec d'autres matières (p. ex., sciences et technologie, études sociales, éducation physique et santé). Il ou elle peut même proposer aux élèves des données représentées par de nouveaux types de diagrammes (p. ex., diagramme circulaire). Dans un tel cas, il importe toutefois de mettre l'accent sur l'interprétation du diagramme et non sur ses caractéristiques et sa construction. L'interprétation des résultats comprend deux volets, soit l'attribution d'un sens aux données et la prise de décision.

Attribution d'un sens aux données

Lorsque l'enseignant ou l'enseignante présente un tableau ou un diagramme aux élèves, il importe de leur accorder suffisamment de temps de réflexion pour qu'ils puissent examiner les données et s'en faire une idée générale. La réflexion peut se faire individuellement ou en petits groupes.

L'enseignant ou l'enseignante devrait ensuite poser des questions ouvertes pour aider les élèves à traduire leurs observations et leurs idées dans leurs propres mots et à élaborer des idées à partir de celles de leurs pairs. Par exemple, il ou elle pourrait leur demander :

– « Que remarquez-vous au sujet de cette représentation? »

– « Qu'est-ce que ce diagramme présente d'intéressant? »

– « Que pouvez-vous dire au sujet de ces données? »

– « Que pouvez-vous dire au sujet de ce diagramme? »

Ces questions ouvertes suscitent une diversité de réponses, permettant ainsi à tous les élèves de communiquer leurs observations, leurs descriptions et leurs conclusions de façon générale. Par la suite, l'enseignant ou l'enseignante peut poser des questions plus précises afin d'aider les élèves à développer l'habileté à attribuer un sens aux données. En traitement des données, cette habileté implique trois niveaux de compréhension, soit la lecture des données, l'établissement de liens entre elles et la lecture au-delà des données.

Niveau de compréhension	Description du niveau
Lecture des données	Cerner les données telles qu'elles sont représentées par le tableau ou le diagramme.
Établissement de liens entre les données	Comparer et combiner certaines données afin d'établir des relations entre elles.
Lecture au-delà des données	Inférer ou prédire des renseignements implicites ou explicites tirés d'un diagramme ou d'un tableau et émettre des conclusions.

L'enseignant ou l'enseignante a parfois tendance à s'attarder surtout au premier niveau. Or, selon Friel et ses collaborateurs (2001, p. 124-158), il ou elle devrait toujours poser des questions relatives à chacun de ces trois niveaux, et ce, quelles que soient la représentation ou l'organisation des données. C'est de cette façon que les élèves peuvent acquérir une autonomie dans l'interprétation des diagrammes et des tableaux et dans l'utilisation des mesures statistiques.

Dans ce qui suit, on présente une explication plus détaillée de chacun de ces trois niveaux, ainsi que des exemples de questions pertinentes que l'enseignant ou l'enseignante pourrait poser dans le cadre d'une activité d'interprétation des résultats.

Lecture des données

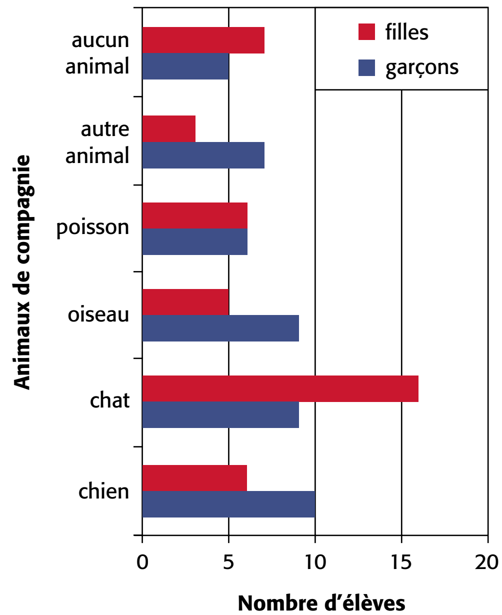
À ce premier niveau de compréhension, les élèves sont en mesure d'identifier :

- les composantes de la représentation (p. ex., le titre du tableau ou du diagramme, l'échelle ou la légende, la désignation des axes, le choix des catégories);
- la valeur de certaines données représentées.

Exemple

La classe a mené un sondage auprès des élèves de 4e année de l'école. L'enseignant ou l'enseignante présente l'ensemble des résultats à l'aide d'un diagramme à bandes doubles.

Animaux de compagnie des élèves de 4^e année



Questions pertinentes

– « De quoi est-il question dans ce diagramme? » (*On répertorie les animaux de compagnie des élèves de 4^e année.*)

– « Combien de garçons ont un chien? Comment le sait-on? » (*Dix garçons ont un chien. On le voit d'après la première bande bleue au-dessus de l'axe horizontal.*)

– « Combien y a-t-il de catégories? » (*Il y a 6 catégories.*)

– « Quelle est l'échelle sur l'axe horizontal? » (*L'axe horizontal est gradué de 0 à 20, par intervalles de 5.*)

– « Que représente l'axe vertical dans ce diagramme à bandes? » (*L'axe vertical représente les catégories d'animaux de compagnie.*)

– « Que représente la bande rouge la plus longue? » (*Elle représente le nombre de filles qui ont un chat comme animal de compagnie.*)

Établissement de liens entre les données

Ce niveau de compréhension demande de considérer les données moins comme « … un amalgame de données personnelles ayant chacune ses propres caractéristiques », que comme « … un ensemble de données collectives avec de nouvelles propriétés » (Konold et Higgins, 2003, p. 202). Ce niveau est plus difficile à atteindre, car les élèves doivent analyser les données individuelles en les combinant ou en comparant des ensembles de données.

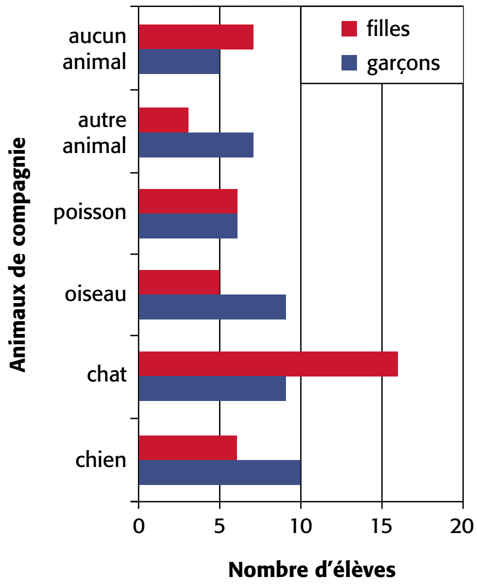
À ce deuxième niveau de compréhension, les élèves sont en mesure :

- de comparer des données en employant des expressions telles que *plus que, moins que, autant que, le plus, le moins, un peu plus, trois fois moins, il y a une petite différence entre;*
- de comparer les longueurs de bandes dans un diagramme à bandes;
- de faire les liens entre différentes façons de décrire une relation entre des données;
- de combiner certaines données selon certaines catégories et de comparer les effectifs de chacune;
- de décrire certains avantages et désavantages de deux représentations différentes des mêmes données;
- de déterminer la valeur de certaines mesures statistiques d'un ensemble de données. (Pour plus de renseignements au sujet des mesures statistiques, voir Utilisation de mesures statistiques dans cet énoncé, p. 107-125.)

Exemple 1

Cet exemple reprend la situation, présentée à la section *Lecture des données* (p. 91-92), au sujet de l'animal de compagnie des élèves de 4e année.

Animaux de compagnie des élèves de 4e année



Questions pertinentes

– « Dans les classes de 4e année, quel est l'animal de compagnie le plus commun chez les filles? chez les garçons? » (*Dans les classes de 4e année, l'animal de compagnie le plus commun chez les filles est le chat : 16 élèves. Chez les garçons, c'est le chien : 10 élèves.*)

– « Est-ce qu'on peut dire que le chat est l'animal de compagnie le plus commun chez les élèves de 4e année? Comment peut-on le démontrer? » (*Oui, le chat est l'animal de compagnie le plus commun chez les élèves de 4e année. Pour chaque catégorie, on additionne la longueur de la bande rouge et celle de la bande bleue, ce qui représente le total d'élèves dans cette catégorie. On obtient le total le plus élevé, soit 25, pour le chat.*)

– « Est-ce que le nombre d'élèves possédant un chat est plus élevé que le nombre total d'élèves qui possèdent soit un poisson, soit un autre animal? » (*Oui, il y a plus d'élèves qui ont un chat que d'élèves qui ont un poisson ou un autre animal, car 25 élèves ont un chat, alors que 12 élèves ont un poisson et 10 élèves ont un autre animal, pour un total de 22 élèves.*)

– « Selon une recherche canadienne, les chats suivis des chiens sont les deux animaux de compagnie les plus populaires au Canada. Est-ce le cas pour les animaux de compagnie des élèves de 4e année? » (*Oui, car si on additionne les données pour les filles et les garçons dans chaque catégorie, on obtient, en ordre décroissant, 25 élèves qui ont un chat, 16 élèves qui ont un chien, 14 élèves qui ont un oiseau, 12 élèves qui ont un poisson, 12 élèves qui n'ont aucun animal et 10 élèves qui ont un autre animal.*)

Exemple 2

Dans le cadre d'une activité en études sociales, l'enseignant ou l'enseignante présente les deux diagrammes suivants, qui ont été construits à partir de données secondaires recueillies dans divers tableaux sur le site de Ressources naturelles Canada [www.nrcan-rncan.gc.ca].

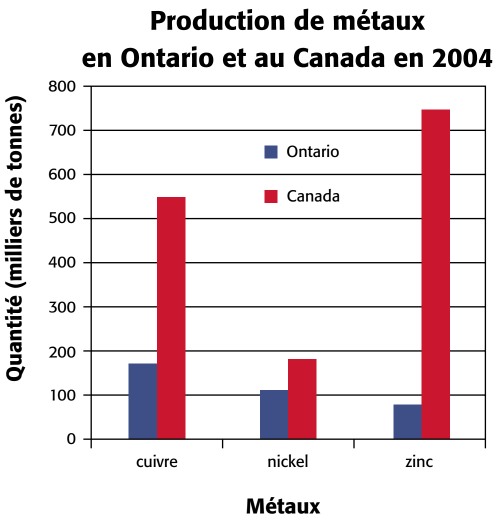


Figure 1

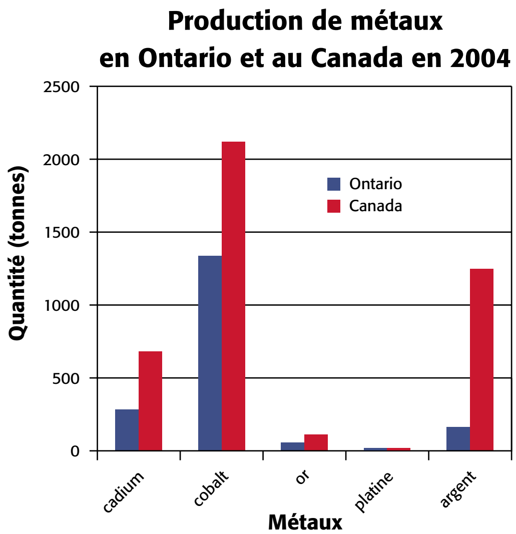


Figure 2

Questions pertinentes

– « Parmi les métaux produits au Canada en 2004, y en a-t-il dont plus de la moitié de la production provient de l'Ontario? » (*Oui, il y a le nickel, le cobalt, l'or et le platine.*)

– « L'Ontario produit-il plus de cobalt ou plus de zinc? (*L'Ontario produit plus de zinc que de cobalt.*)

– « Lequel des métaux présentés est le plus produit au Canada? en Ontario? » (*Le zinc est le métal le plus produit au Canada. Le cuivre est le métal le plus produit en Ontario.*)

– « Quelle est la principale différence entre les deux diagrammes? » (*Les axes verticaux n'ont pas la même échelle. Dans le premier diagramme, les quantités sont présentées en milliers de tonnes alors que dans le deuxième diagramme, elles sont présentées en tonnes.*)

– « Un élève dit que l'Ontario produit à peu près la même quantité de cuivre que d'argent, soit 200. Un autre élève affirme que l'Ontario produit près de 1 000 fois plus de cuivre que d'argent. Qui a raison? Pourquoi? » (*Le deuxième élève a raison. L'Ontario produit près de 200 000 tonnes de cuivre et 200 tonnes d'argent.*)

– « Pourquoi a-t-on présenté ces données dans deux diagrammes plutôt qu'un? » (*On a présenté les données dans deux diagrammes, avec des échelles différentes, en raison de la très grande étendue des valeurs. Pour bien voir les petites valeurs et les grandes valeurs, il faudrait que l'échelle verticale soit très grande et qu'elle dépasse une page normale.*)

Lecture au-delà des données

> *Bien que la lecture explicite et littérale des données représentées par un diagramme ou un tableau soit une composante importante de l'habileté à lire des diagrammes, le lecteur tire le plein potentiel du diagramme lorsqu'il est capable d'interpréter et de généraliser à partir de ces données.*
>
> (Kirk et coll., 1980, p. 382, traduction libre)

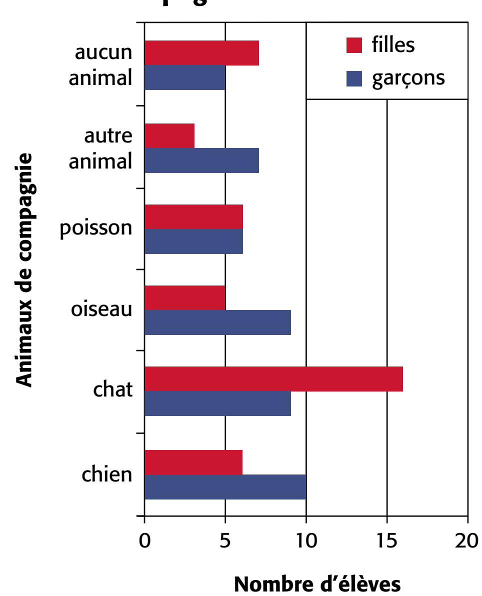
À ce troisième niveau de compréhension, les élèves font appel à plusieurs habiletés de la pensée critique et statistique. Ils sont en mesure :

- de reconnaître ce que le diagramme ou le tableau ne « dit pas » directement;
- de préciser la tendance d'un ensemble de données;
- de faire des inférences et des prédictions;
- de tirer des conclusions et de les justifier;
- d'évaluer la crédibilité et la logique des prédictions et des conclusions;
- d'évaluer la représentativité de l'étendue, du mode, de la médiane et de la moyenne;
- de faire un retour sur les étapes du processus d'enquête.

Exemple 1

Cet exemple reprend la situation, présentée à la section *Lecture des données*, (p. 91-92) au sujet de l'animal de compagnie des élèves de 4e année.

Animaux de compagnie des élèves de 4e année



Questions pertinentes

– « Pensez-vous que le chat est l'animal de compagnie le plus commun dans toutes les classes de l'école? Pourquoi? » (*C'est possible, car selon le tableau, il y a beaucoup plus d'élèves de 4e année qui ont un chat que n'importe quel autre animal et ça doit être la même chose chez les autres élèves de l'école.*) ou (*L'enquête ne permet pas de le savoir, car elle a seulement été menée auprès des élèves de 4e année et on sait que les goûts des élèves peuvent changer en vieillissant.*)

– « Si on reprend le sondage avec d'autres choix de réponse, pensez-vous que les résultats seront semblables? » (*Oui, si on conserve le chat parmi les choix, puisque ce choix risque tout de même d'obtenir le plus grand nombre d'effectifs. Par contre, si le chat ne fait pas partie des animaux présentés, il se peut que la catégorie « autre animal » soit celle qui obtienne le plus grand nombre d'effectifs.*)

– « Comment pourrait-on organiser les données pour découvrir d'autres renseignements? » (*En regroupant les données des garçons et des filles comme dans le tableau suivant, on peut analyser la préférence des élèves en général.*)

Animaux de compagnie des élèves de 4e année

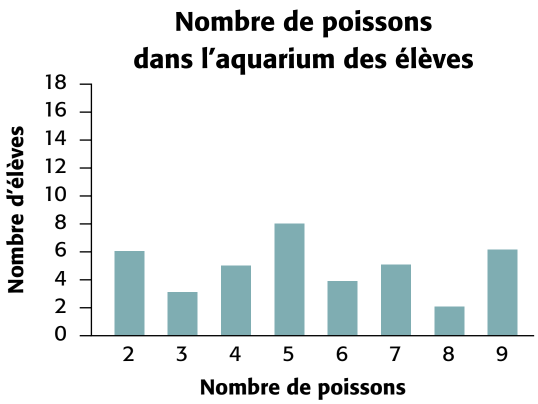
Animal de compagnie	Nombre d'élèves
chien	16
chat	25
oiseau	14
poisson	12
autre animal	10
aucun animal	12
Total	89

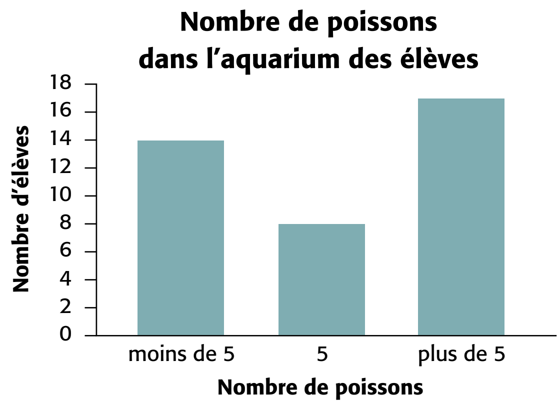
– « Quelle information nouvelle voit-on dans le tableau? » (*La très grande majorité des élèves ont un animal de compagnie. Seulement 12 des 89 élèves n'en ont pas. On voit aussi que près de la moitié des élèves, soit 41 élèves sur 89, ont un chien ou un chat à la maison.*)

– « Quelles autres questions pouvez-vous poser à partir de ce diagramme? » (*En comparant les filles et les garçons, dans quelle catégorie y a-t-il la plus grande différence? la plus petite différence? Est-ce qu'on peut dire que la majorité des élèves préfère les quadrupèdes comme animal de compagnie? Quels pourraient être les animaux dans la catégorie « autre animal »?*)

Exemple 2

À la suite d'un sondage, l'enseignant ou l'enseignante propose deux représentations des résultats.





Questions pertinentes

– « Quelles conclusions pouvez-vous tirer à partir de chaque diagramme à bandes? » (*Le premier diagramme indique le nombre d'aquariums qui contiennent respectivement 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 ou 9 poissons. Le deuxième diagramme indique que 8 aquariums contiennent 5 poissons, 14 aquariums contiennent moins de 5 poissons et 17 aquariums contiennent plus de 5 poissons.*)

– « Le deuxième diagramme vous donne-t-il tous les renseignements nécessaires au sujet du nombre de poissons dans les aquariums? » (*Non, car on ne peut pas dire combien d'aquariums ont un nombre particulier de poissons.*)

– « Pensez-vous que les résultats seraient les mêmes si vous posiez cette question à d'autres classes? Pourquoi? » (*C'est possible. Par contre, l'intérêt des élèves des autres classes pour les poissons pourrait être très différent.*)

– « Si je veux convaincre la direction de l'école que les élèves ont l'expérience pour prendre soin de plusieurs poissons, quel diagramme devrais-je lui montrer? Pourquoi? » (*Je lui montrerais le deuxième diagramme, car la bande correspondant à la catégorie « plus de 5 » est la plus longue et la direction constaterait que plusieurs élèves ont de l'expérience avec les soins à donner à plusieurs poissons.*)

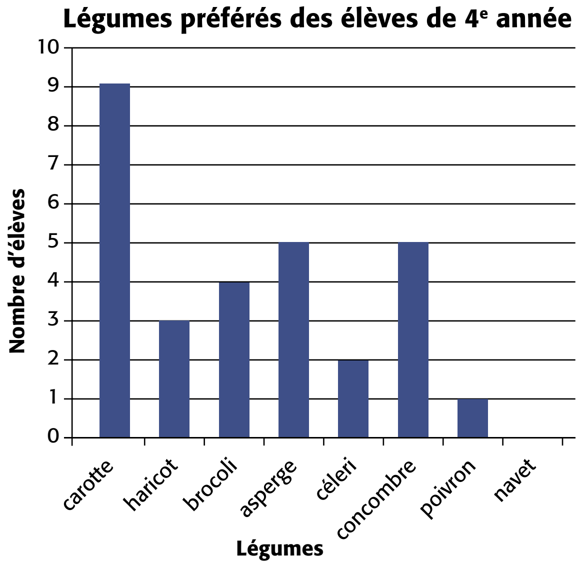
En guise de résumé, l'exemple suivant présente une activité d'interprétation de résultats pour laquelle des questions pertinentes sont proposées pour chacun des trois niveaux de compréhension.

Exemple

Une classe a mené un sondage auprès des élèves de 4e année de l'école. L'enseignant ou l'enseignante leur présente ensuite l'ensemble des résultats à l'aide d'un tableau et d'un diagramme à bandes.

Légumes préférés des élèves de 4e année

Légume	Nombre d'élèves
carotte	9
haricot	3
brocoli	4
asperge	5
céleri	2
concombre	5
poivron	1
navet	0



Afin d'amener les élèves **à lire les données,** l'enseignant ou l'enseignante pose des questions telles que :

– « Quel est le titre de ce diagramme? » (*Légumes préférés des élèves de 4e année.*)

– « Que représente ce diagramme? » (*Les légumes préférés des élèves de 4e année.*)

– « Que retrouve-t-on sur l'axe horizontal? » (*Le choix de légumes.*)

– « Combien y a-t-il de catégories de légumes? Nomme-les. » (*Il y a 8 catégories de légumes, soit carotte, haricot, brocoli, asperge, céleri, concombre, poivron et navet.*)

– « Combien d'élèves préfèrent le brocoli? » (*Il y a 4 élèves qui préfèrent le brocoli.*)

– « Y a-t-il des légumes, parmi ces choix, qui n'ont pas été choisis? » (*Oui, le navet n'a pas été choisi.*)

Afin d'amener les élèves à **établir des liens entre les données**, l'enseignant ou l'enseignante pose des questions telles que :

– « Quel légume est le légume préféré de 5 élèves? » (*Il y a 2 légumes que 5 élèves disent préférer, soit l'asperge et le concombre.*)

– « Quel est le légume le plus populaire? » (*Le légume le plus populaire est la carotte.*)

– « Y a-t-il plus d'élèves qui préfèrent le concombre au haricot? Comment le savez-vous? » (*Oui, il y a plus d'élèves qui préfèrent le concombre au haricot. On peut le voir en comparant les effectifs dans le tableau et en comparant la hauteur des deux bandes correspondant à ces légumes dans le diagramme.*)

– « Y a-t-il plus d'élèves qui préfèrent la carotte que d'élèves qui ne la préfèrent pas? » (*On doit d'abord additionner les nombres d'élèves dont le légume préféré est un autre légume que la carotte, ce qui nous donne 20 élèves. Comme seulement 9 élèves préfèrent la carotte, il y a donc plus d'élèves dont le légume préféré n'est pas la carotte.*)

Afin d'amener les élèves **à lire au-delà des données,** l'enseignant ou l'enseignante pose des questions telles que :

– « Quelles conclusions pouvez-vous tirer à partir du tableau ou du diagramme à bandes pour répondre à la question de départ, à savoir quel est le légume préféré des élèves de 4e année? » (*On peut conclure que la carotte est le légume préféré des élèves de la classe de 4e année.*)

– « Est-ce que vous croyez qu'il y a une différence entre les préférences des garçons et celles des filles? » (*À partir des deux représentations que l'on a, on ne peut pas répondre à cette question. Il faudrait être capable de trier les données reliées aux garçons et celles reliées aux filles.*)

– « Est-ce que le tableau ou le diagramme à bandes nous donnent toute l'information au sujet des légumes préférés des 29 élèves de la classe de 4e année? » (*Non. Ils ne nous disent rien sur les préférences des garçons et celles des filles. De même, ils ne nous indiquent pas si les élèves préfèrent leur légume cuit ou cru.*)

– « Pensez-vous que les résultats seraient identiques si vous posiez la même question à une autre classe? Pourquoi? » (*Les résultats pourraient être semblables ou complètement différents à cause de la variabilité des préférences et du fait que l'échantillon utilisé lors de ce sondage ne comprenait que 29 élèves.*)

Prise de décision

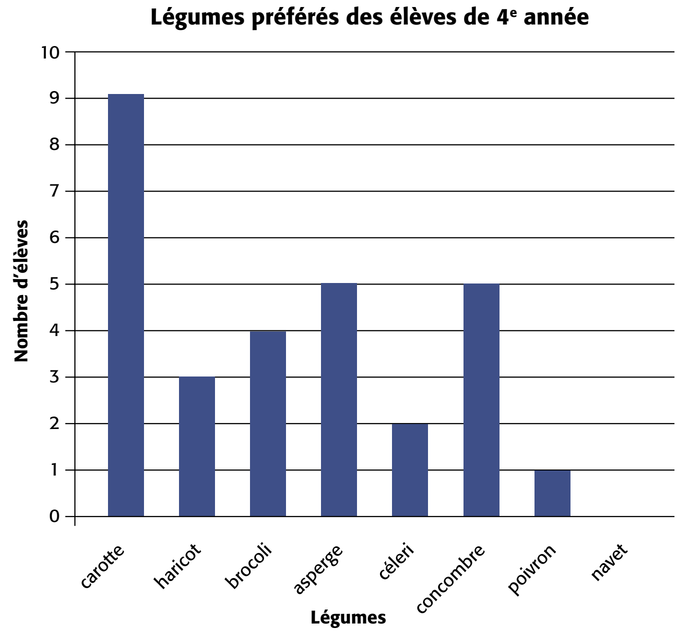
La prise de décision est très importante dans le processus d'enquête puisque sans prise de décision, le processus perd tout son sens. En effet, pourquoi mettre sur pied une enquête puis recueillir, organiser et analyser des données si on n'a pas l'intention d'en tirer des conclusions? Dans plusieurs cas, la prise de décision se limite à donner une réponse à la question que l'on se posait initialement. Dans d'autres cas, il s'agit d'utiliser cette réponse pour décider si on doit agir dans tel ou tel sens.

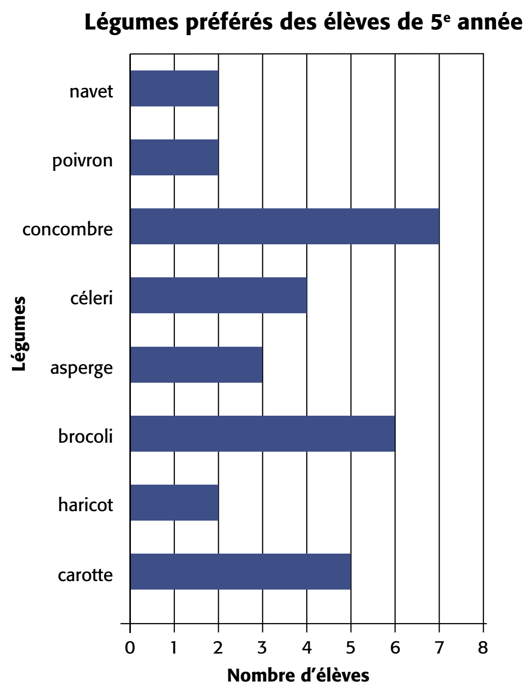
L'enseignant ou l'enseignante doit donc amener les élèves à répondre à la question statistique qui est à l'origine de l'enquête ou à prendre une décision en se basant sur :

- les relations établies entre les données;
- le sens qu'ils ont dégagé des données;
- les conclusions qu'ils en ont tiré.

Exemple

Lorsqu'un enseignant ou une enseignante propose à ses élèves de transformer un coin de la cour en potager où ils pourront cultiver trois sortes de légumes, les élèves décident d'effectuer un sondage pour connaître le légume préféré des élèves de 4e et de 5e année. Les résultats du sondage sont présentés dans les deux diagrammes à bandes suivants.





Après avoir complété avec les élèves le premier volet de l'interprétation des résultats, soit l'attribution d'un sens aux données, l'enseignant ou l'enseignante invite les élèves à **prendre une décision,** en posant des questions telles que :

– « Est-ce que les résultats présentés dans ces deux diagrammes à bandes nous permettent de répondre à la question initiale? » (*Oui, on constate que le légume préféré des élèves de 4e année est la carotte et que le légume préféré des élèves de 5e année est le concombre.*)

– « Si on veut tenir compte des préférences des élèves de 4e année, quels trois légumes devrait-on cultiver dans le potager? » (*On devrait cultiver des carottes, des asperges et des concombres.*)

– « Si on veut tenir compte des préférences des élèves de 5e année, quels trois légumes devrait-on cultiver dans le potager? » (*On devrait cultiver des concombres, des brocolis et des carottes.*)

– « Si on veut tenir compte à la fois des préférences des élèves de 4e et de 5e année, quels trois légumes devrait-on cultiver? »

Pour répondre à cette question, les élèves suggèrent de regrouper les données des deux diagrammes dans un tableau.

Légume	Nombre d'élèves de 4e année	Nombre d'élèves de 5e année	Nombre total d'élèves
carotte	9	5	14
haricot	3	2	5
brocoli	4	6	10
asperge	5	3	8
céleri	2	4	6
concombre	5	7	12
poivron	1	2	3
navet	0	2	2

(*On devrait cultiver des carottes, des concombres et des brocolis, car si on additionne les choix des élèves de 4e et de 5e année, ce sont dans l'ordre les trois légumes préférés des deux classes.*)

– « Si on décidait d'ajouter deux autres légumes, lesquels devrait-on ajouter? » (*On devrait ajouter des asperges et des céleris.*)

– « Pensez-vous que l'on peut utiliser les résultats de ce sondage pour choisir les trois légumes à acheter pour la collation des élèves des deux classes? » (*Oui, car on connaît les légumes préférés des élèves des deux classes.*)

Dans cette situation, on constate que l'interprétation des résultats a permis aux élèves :

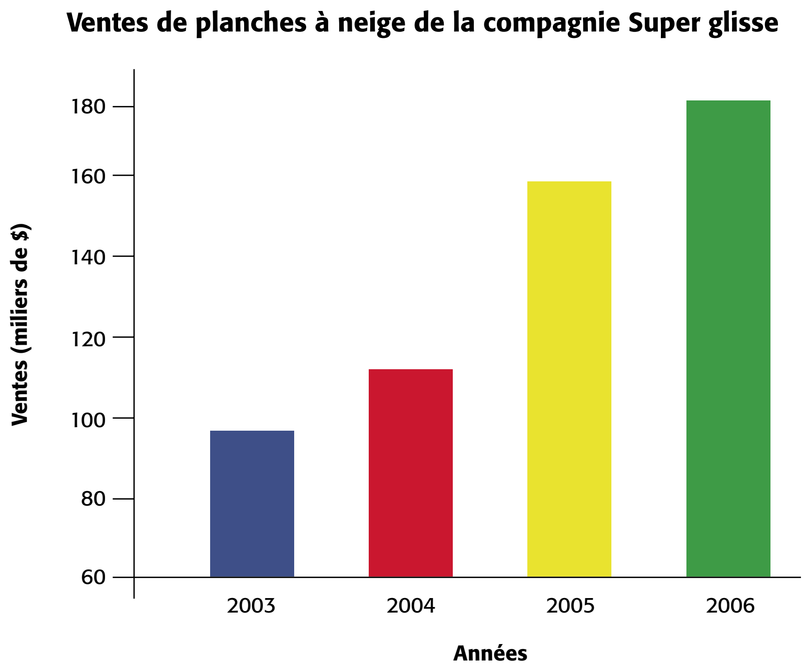
- de répondre à la question statistique à l'origine du sondage (« Quel est le légume préféré des élèves de 4e et de 5e année? »);
- de prendre des décisions par rapport à la planification du potager (« Quels trois légumes devrait-on cultiver dans le potager? »);
- de déterminer si les données peuvent être utilisées dans un contexte autre que celui présenté au départ (« Quels trois légumes devrait-on acheter pour la collation? »).

En terminant, il importe de souligner que tout au long de l'étape de l'interprétation des résultats, l'enseignant ou l'enseignante doit inciter les élèves à exercer un jugement critique par rapport aux données présentées afin qu'ils prennent conscience des limites éventuelles de cette interprétation. L'habileté à exercer ce jugement critique constitue une composante importante de la pensée statistique. Pour aider les élèves à développer cette habileté, l'enseignant ou l'enseignante doit les habituer :

- à remettre en question la représentativité et la fiabilité des données primaires ou secondaires en se posant des questions telles que : « Est-ce que la collecte de données a été faite sans biais? Est-ce que la source des données secondaires est fiable? »;
- à vérifier si la représentation donne un portrait juste des données en se posant des questions telles que : « Est-ce que les données sont représentées sans laisser de fausses impressions? ».

Exemple

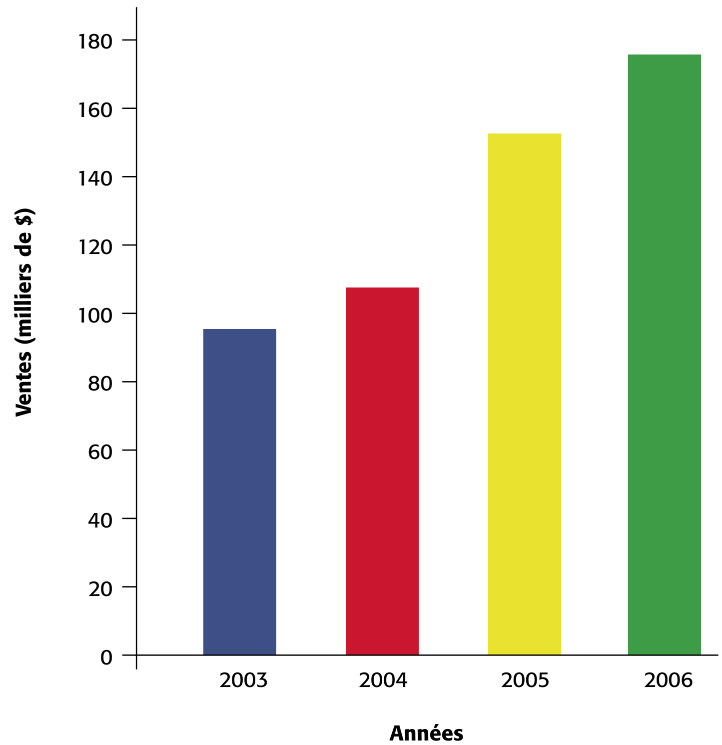
L'enseignant ou l'enseignante présente le diagramme suivant tiré d'une revue commerciale.



Au cours de l'interprétation des résultats, il ou elle incite les élèves à remettre en question la représentation des données en leur disant : « D'après le diagramme, les ventes semblent avoir doublé de 2004 à 2005. Qu'en est-il? » Après analyse, les élèves devraient être en mesure de reconnaître que même si la bande jaune est deux fois plus longue que la bande rouge, en réalité les ventes de 2004 sont d'environ 110 000 $ et celles de 2005 sont d'environ 155 000 $; elles n'ont donc pas doublé. Il importe de souligner que ce diagramme n'est pas incorrect en tant que tel, puisqu'il représente les données de façon exacte. Par contre, il peut laisser de fausses impressions et induire en erreur si on ne l'analyse pas attentivement.

L'enseignant ou l'enseignante peut ensuite amener les élèves à reconnaître que pour représenter les données sans induire personne en erreur, il suffirait de graduer l'axe vertical selon une échelle de 0 à 180 comme suit.

Ventes de planches à neige de la compagnie Super glisse



Dans ce nouveau diagramme, puisque les longueurs des bandes sont proportionnelles aux ventes, on obtient un portrait plus juste des données. On voit maintenant mieux que les ventes n'ont pas doublé de 2004 à 2005 et on peut noter qu'elles ont presque doublé de 2003 à 2006.

UTILISATION DE MESURES STATISTIQUES

> *Les diagrammes et graphiques fournissent une représentation visuelle des données, mais les mesures constituent un autre moyen de description également très important. Les nombres servant à décrire des données sont appelés statistiques; ce sont des mesures qui quantifient certains attributs des données.*
>
> (Van de Walle et Lovin, 2008, p. 344)

Les mesures statistiques sont des nombres utilisés pour caractériser un ensemble de données. Par exemple, la moyenne est une mesure statistique. Les mesures statistiques sont présentées dans le cadre de la quatrième étape du processus d'enquête, soit l'interprétation des résultats, parce qu'elles constituent une autre façon d'attribuer un sens aux données et qu'elles peuvent fournir des renseignements sur lesquels on peut s'appuyer pour prendre une décision.

Différentes mesures statistiques sont couramment utilisées en traitement des données. Celles qui font l'objet d'étude au cycle moyen sont l'étendue, le mode, la médiane et la moyenne. Les élèves doivent bien comprendre ce que chacune représente afin de les choisir, de les déterminer et de les utiliser de façon appropriée. Dans ce qui suit, on présente chacune de ces mesures, ainsi que des exemples de leur utilisation dans un contexte d'interprétation des résultats et de prise de décision.

Étendue

Lorsqu'on examine un ensemble de **données quantitatives,** on est souvent porté à repérer la valeur maximale et la valeur minimale de ces données. Ces valeurs extrêmes fixent, dans notre esprit, l'intervalle à l'intérieur duquel les données se situent. Or, en traitement des données, on s'intéresse aussi à la taille de cet intervalle. Cette taille est appelée l'**étendue** de l'ensemble des données. L'étendue est donc le nombre qui correspond à la différence entre la valeur maximale et la valeur minimale des données.

L'étendue donne une mesure de variabilité des données. Si l'étendue est petite, on sait qu'il y a peu de variabilité puisque les données sont regroupées à l'intérieur d'un petit intervalle. Dans le cas contraire, c'est-à-dire si l'étendue est grande, il y a beaucoup de variabilité puisque les données sont réparties sur un plus grand intervalle.

Exemple

Voici les données relatives à la température quotidienne maximale, en degrés Celsius, dans une ville en juillet et en août.

Températures maximales en juillet

32	33	33	34	31	25	25
24	26	26	28	29	28	27
30	32	33	31	29	29	26
27	28	30	31	28	27	29
30	30	25				

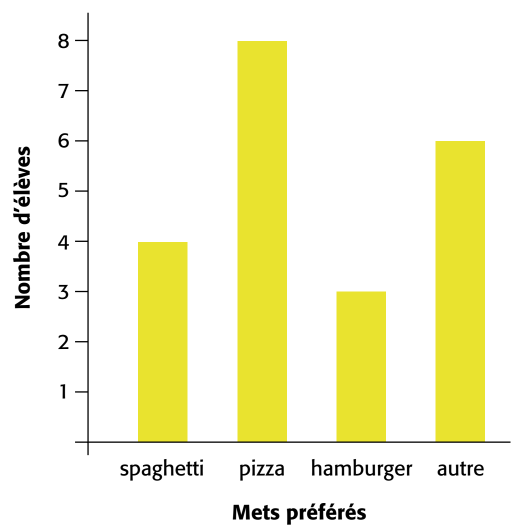
Températures maximales en août

17	20	19	25	27	28	30
29	27	22	21	20	25	29
32	33	33	27	24	17	21
26	25	27	24	21	23	25
16	18	19				

Au mois de juillet, on constate que la température la plus basse est de 24 °C et que la température la plus élevée est de 34 °C. L'étendue de ces données est donc de 10 °C (34 – 24). Au mois d'août, on constate que l'étendue des données est de 17 °C (33 – 16). On peut donc conclure que la température quotidienne maximale dans cette ville a varié davantage au mois d'août qu'au mois de juillet. Ce genre de renseignement pourrait être utile, par exemple, pour décider quel mois on préfère prendre des vacances.

Note : Il n'est évidemment pas question de déterminer l'étendue de **données qualitatives** (p. ex., mets préférés des élèves tels que représentés par le diagramme ci-contre) puisqu'on ne peut identifier de valeur maximale ou minimale pour de telles données.

Les mets préférés des élèves de la classe



Mode

Le **mode** d'un ensemble de données représente la ou les données ayant le plus grand effectif, c'est-à-dire la ou les données qui paraissent le plus souvent. Le mode est particulièrement significatif dans des contextes d'enquêtes où on cherche à déterminer ce qui est le plus populaire, le plus vendu, le plus fréquent, etc. Comme en témoignent les exemples suivants, il est possible de déterminer le mode d'un ensemble de **données quantitatives** ou **qualitatives.**

Exemple 1

Le tableau ci-dessous présente les données correspondant au nombre d'enfants dans les familles des élèves de la classe. On constate que la donnée la plus fréquente est 2, ce qui indique qu'il y a davantage de familles de 2 enfants. Le mode de cet ensemble de données quantitatives est donc de 2 enfants par famille.

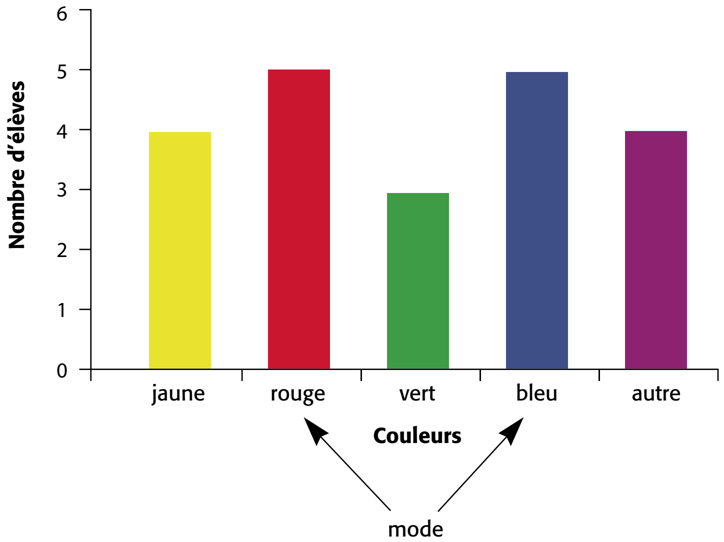
Nombre d'enfants dans les familles des élèves de la classe

Nombre d'enfants dans ta famille	Nombre d'élèves
1	3
2	12
3	6
4	3
plus de 4	2

Exemple 2

Le diagramme suivant porte sur les couleurs préférées des élèves de la classe. Pour déterminer le mode de ces données qualitatives, il suffit d'examiner la longueur des bandes. Or, on constate que la bande rouge et la bande bleue sont d'égale longueur et qu'elles sont plus longues que toutes les autres. Dans ce cas, il y a donc deux modes, soit le rouge et le bleu.

Couleurs préférées des élèves de la classe



Exemple 3

On a enregistré les données suivantes à l'occasion d'une compétition de saut en longueur.

1,04 m 1,06 m 1,12 m 1,13 m 1,16 m 1,19 m 1,22 m 1,28 m 1,36 m

Puisque toutes les données sont différentes, on ne peut pas parler d'une donnée ayant le plus grand effectif. Cet ensemble de données n'a donc aucun mode. Par contre, on pourrait choisir de regrouper les données en catégories comme dans le tableau ci-dessous. Dans un tel cas, le mode correspond à la catégorie ayant le plus grand effectif, soit la catégorie de 1,10 m à 1,19 m.

Sauts en longueur

Longueur (m)	Nombre d'élèves
1,00 à 1,09	2
1,10 à 1,19	4
1,20 à 1,29	2
1,30 à 1,39	1

Lorsqu'on utilise le mode pour répondre à une question statistique ou pour prendre une décision, il est important de tenir compte de l'ensemble des données. En effet, dans certaines situations, la donnée la plus fréquente n'est pas nécessairement celle qui donne le meilleur sens aux données. Il est important d'inciter les élèves à examiner chaque situation de près avant de formuler des conclusions fondées sur le mode.

Voici quelques exemples de situations dans lesquelles on évalue la pertinence d'utiliser le mode comme valeur représentative des données :

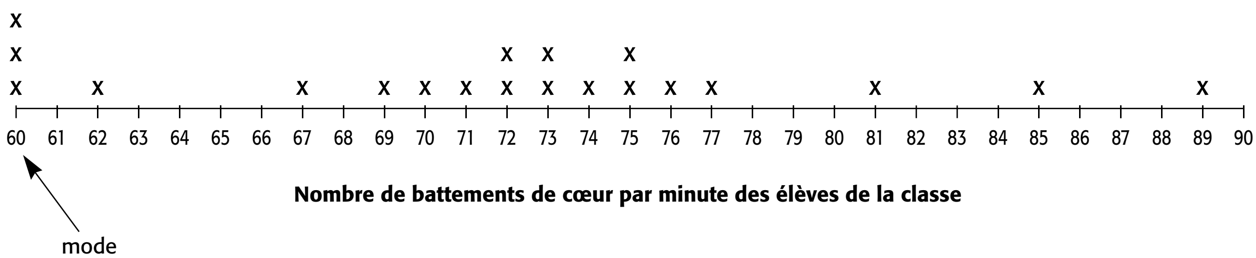
- Dans l'exemple 1 précédent, le mode de 2 enfants par famille semble assez représentatif de la situation puisqu'il y a un écart important entre cet effectif et les autres.
- Dans l'exemple 2 précédent, non seulement y a-t-il deux modes (le rouge et le bleu), mais l'écart entre leur effectif et les autres effectifs n'est pas très grand. Il est donc difficile de conclure que ces deux modes représentent une préférence de couleur marquée. Dans ce cas, il serait préférable de mentionner que le rouge et le bleu sont légèrement plus populaires, mais que le jaune suit de près.

- D'après le diagramme à tiges et à feuilles ci-contre, le mode correspond à 72 battements de cœur par minute. On constate que ce nombre fait aussi partie de l'intervalle (70 à 79) qui compte le plus de données. On peut donc conclure qu'il représente bien cet ensemble de données.

Nombre de battements de cœur par minute des élèves de la classe

6	3 5 5 8 9
7	1 1 **2 2 2 2 2** 4 5 7 7
8	2 3 6
9	1 2
10	8

- D'après la ligne de dénombrement suivante, le mode correspond à 60 battements de cœur par minute. On constate que ce nombre est éloigné de l'intervalle qui compte la plupart des données (69 à 77). De plus, on voit que l'étendue des données (29) est grande et que les données ne paraissent qu'une, deux ou trois fois chacune. Il serait donc préférable de ne pas utiliser le mode pour formuler une conclusion au sujet de cet ensemble de données.



Nombre de battements de cœur par minute des élèves de la classe

Médiane

La **médiane** d'un ensemble de données correspond à la donnée qui se situe au centre de l'ensemble. Il y a donc le même nombre de données situées de part et d'autre de la médiane. Pour déterminer la médiane d'un nombre impair de données, il suffit de les placer en ordre croissant ou décroissant et d'identifier la donnée qui se situe au centre. Dans le cas d'un nombre pair de données, la médiane correspond au nombre qui est à mi-chemin entre les deux nombres qui se situent au centre. Dans de tels cas, la médiane pourrait être un nombre qui ne fait pas partie de l'ensemble des données.

Exemple 1

On a enregistré les données suivantes à l'occasion d'une compétition de saut en longueur.

1,04 m 1,06 m 1,12 m 1,13 m **1,16 m** 1,19 m 1,22 m 1,28 m 1,36 m

Il y a 9 données et elles sont placées en ordre croissant. La médiane de ces données est donc la cinquième, soit 1,16 m. On remarque qu'il y le même nombre de données (4) de chaque côté de la médiane.

Exemple 2

Le diagramme à tiges et à feuilles ci-contre présente 22 données placées en ordre croissant. Deux données se situent au centre, soit la 11e et la 12e donnée. Notons qu'il y a le même nombre de données (10) de chaque côté de ces deux nombres. Puisque ces deux données correspondent à 72 battements de cœur par minute, c'est la valeur attribuée à la médiane.

Nombre de battements de cœur par minute des élèves de la classe

6	3 5 5 8 9
7	1 1 2 2 2 **2** **2** 4 5 7 7
8	2 3 6
9	1 2
10	8

Exemple 3

Lors d'une collecte de fonds pour leur équipe sportive, 10 élèves ont vendu des boîtes de chocolat. Voici les nombres de boîtes vendues :

15 12 11 10 **10** **8** 7 6 5 5

La 5e et la 6e donnée se situent au centre de cet ensemble de 10 données placées en ordre décroissant. Ces deux données, soit 10 et 8, sont différentes. La médiane correspond alors au nombre 9 puisque 9 se situe à mi-chemin entre 8 et 10. Malgré le fait que cette médiane ne fasse pas partie de l'ensemble des données, on constate qu'il y a le même nombre de données (5) qui se situent de chaque côté d'elle.

Exemple 4

Voici les données relatives à la température quotidienne maximale, en degrés Celsius, dans une ville au mois d'août.

Températures maximales en août

17	20	19	25	27	28	30
29	27	22	21	20	25	29
32	33	33	27	24	17	21
26	25	27	24	21	23	25
16	18	19				

Les élèves doivent d’abord placer les nombres en ordre croissant. Pour ce faire, ils peuvent les placer dans un diagramme à tiges et à feuilles intermédiaire comme suit.

1	7 9 7 6 8 9
2	0 5 7 8 9 7 2 1 0 5 9 7 4 1 6 5 7 4 1 3 5
3	0 2 3 3

Ils peuvent ensuite replacer les feuilles dans chaque rangée en ordre croissant et obtenir le diagramme suivant.

Températures maximales quotidiennes au mois d’août (°C)

1	6 7 7 8 9 9
2	0 0 1 1 1 2 3 4 4 5 5 5 5 6 7 7 7 7 8 9 9
3	0 2 3 3

Afin d’aider les élèves à déterminer la médiane, l’enseignant ou l’enseignante peut leur suggérer d’inscrire les nombres en ordre sur une bande de papier et de la plier comme suit.

16	17	17	18	19	19	20	20	21	21	21	22	23	24	24	25	25	25	25	26	27	27	27	27	28	29	29	30	32	33	33

L’utilisation de la bande de papier aide les élèves à développer une meilleure compréhension du concept de médiane puisqu’en pliant la bande en deux, les nombres sont associés deux à deux (le premier au dernier, le deuxième à l’avant-dernier et ainsi de suite) et qu’une seule donnée se trouve au milieu. Il est alors facile de constater que la médiane des données correspond à 25 °C.

Exemple 5

Le diagramme suivant présente les températures maximales quotidiennes, en degrés Celsius, dans une ville au mois de juin.

Températures maximales quotidiennes au mois de juin (°C)

1	2 4 6 6 7 8 9
2	0 0 1 1 1 1 3 4 5 5 6 6 7 7 8 8 9 9 9
3	0 3 3 4

Les élèves placent les nombres sur une bande de papier et découvrent qu'il y a deux nombres au milieu, soit 24 et 25. De plus, il n'y a aucun entier à mi-chemin entre 24 et 25. Ils peuvent alors utiliser leurs connaissances des nombres décimaux pour déterminer que c'est le nombre 24,5 qui est situé à mi-chemin entre 24 et 25. La médiane de cet ensemble de données est donc 24,5 °C.

La médiane est une mesure statistique importante qui est couramment utilisée dans de nombreuses situations. En effet, en raison du fait qu'elle indique la valeur centrale d'un ensemble de données, il est possible de situer toutes les autres données par rapport à la médiane. Ainsi, dans l'exemple relatif à la compétition de saut en longueur (exemple 1, p. 111), l'élève qui a réussi le saut de 1,28 m sait que la longueur de ce saut est supérieure à la médiane de 1,16 m et donc, supérieure à la majorité des autres sauts.

Avant d'utiliser la médiane pour prendre des décisions, il importe toutefois de tenir compte de l'étendue des données parce que la médiane ne tient pas compte des valeurs extrêmes. Par exemple, supposons que dans l'exemple relatif à la vente de boîtes de chocolat (exemple 3, p. 112), on cherche à déterminer approximativement combien de boîtes ont été vendues. On sait que le nombre médian de boîtes vendues est de 9 et que les données vont de 5 à 15 boîtes. La taille de l'étendue des données est donc petite et la médiane de 9 se situe presque à mi-chemin entre la valeur maximale et la valeur minimale. On peut donc supposer que chaque élève a vendu environ 9 boîtes et calculer que les 10 élèves ont vendu environ 90 boîtes.

Imaginons maintenant une situation avec les mêmes données sauf que la donnée maximale est de 75 boîtes au lieu de 15 boîtes. La médiane est encore de 9 boîtes, mais la taille de l'étendue est très grande. De plus, la médiane ne se situe pas du tout à mi-chemin entre la valeur maximale et la valeur minimale. On ne pourrait donc pas supposer que chaque élève a vendu environ 9 boîtes comme dans la situation précédente et conclure que les 10 élèves ont vendu environ 90 boîtes en tout.

L'enseignant ou l'enseignante peut aussi aider les élèves à approfondir leur compréhension du concept de médiane en modifiant certaines situations déjà étudiées, comme le démontre l'exemple suivant.

Exemple 6

Reprenons l'exemple 3 (p. 112) et ajoutons une variante comme suit :

> *Lors d'une collecte de fonds pour leur équipe sportive, 10 élèves ont vendu des boîtes de chocolat. Voici les nombres de boîtes vendues.*
>
> *15 12 11 10 10 8 7 6 5 5*
>
> *Or, 3 autres élèves n'ont pas encore indiqué combien de boîtes ils ont vendues. Si l'objectif était d'obtenir un nombre médian de 8 boîtes vendues, quel ensemble de données correspondant aux ventes des 13 élèves pourrait atteindre cet objectif?*

Voici deux exemples de réponse possible.

15 12 11 10 10 8 **8** **7** 7 6 5 5 **4**

15 12 11 10 10 **9** 8 7 6 5 5 **4** **3**

Si on ajoute comme condition que le mode de l'ensemble de données corresponde aussi à 8 boîtes, les élèves pourraient donner la réponse qui suit.

15 12 11 10 10 8 **8** **8** 7 6 5 5 **4**

Moyenne

Selon le programme-cadre, le concept de moyenne est à l'étude pour la première fois en 6e année. Or, la plupart des élèves du cycle moyen ont probablement déjà vu ou entendu les mots *moyen* ou *moyenne* dans les médias et au cours de leurs lectures (p. ex., la température moyenne, l'âge moyen, le cycle moyen). Il est alors important d'insister sur le fait que dans le langage courant, le mot *moyenne* peut avoir un sens général non défini. Par exemple, si on dit qu'en moyenne, un ou une élève devrait réussir 10 redressements en 30 secondes, on laisse entendre que c'est le nombre de redressements que la plupart des élèves devraient réussir, mais que certains élèves pourraient en réussir davantage et que d'autres pourraient en réussir moins.

En mathématiques par contre, la **moyenne** a un sens plus précis; elle correspond à la valeur résultant d'un partage équitable. Par exemple, si 5 amis ont recueilli respectivement 5 $, 7 $, 7 $, 8 $ et 8 $ et qu'ils mettent ces montants en commun pour les partager également, chacun recevra 7 $. La moyenne des montants recueillis est donc égale à 7 $. En mathématiques plus avancées, cette moyenne est appelée *moyenne arithmétique.* D'autres moyennes existent

(p. ex., *moyenne géométrique, moyenne harmonique*) mais elles ne sont pas à l'étude au cycle moyen.

L'enseignant ou l'enseignante devrait mettre l'accent sur la compréhension du concept de moyenne plutôt que sur la mémorisation de l'algorithme usuel (la somme des données divisée par le nombre de données). Pour ce faire, il ou elle devrait proposer aux élèves des activités qui font appel au modèle de partage équitable ou au modèle d'équilibre entre la somme des manques (différences entre la moyenne et les données qui sont inférieures à la moyenne) et la somme des surplus (différences entre la moyenne et les données qui sont supérieures à la moyenne). Autrement, les élèves n'acquièrent qu'une compréhension limitée du concept de moyenne.

Partage équitable

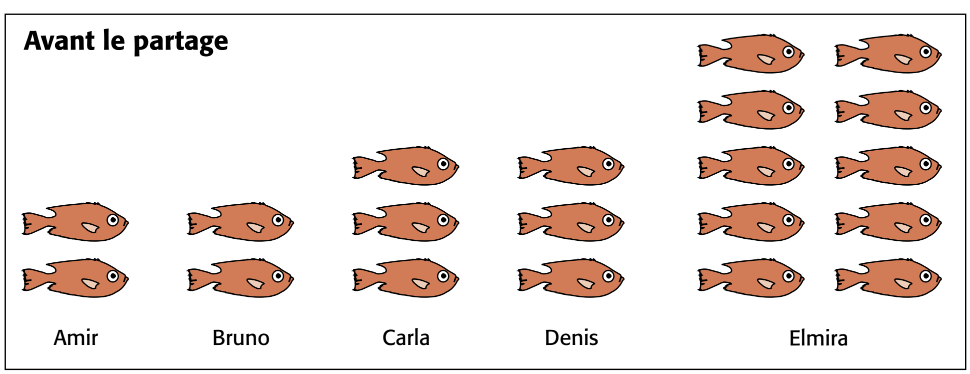
Les exemples suivants démontrent différentes situations qui font appel au modèle de partage équitable et qui contribuent à développer une bonne compréhension du concept de moyenne.

Le modèle de partage peut être utilisé pour **déterminer une moyenne** sans avoir à recourir à l'algorithme usuel.

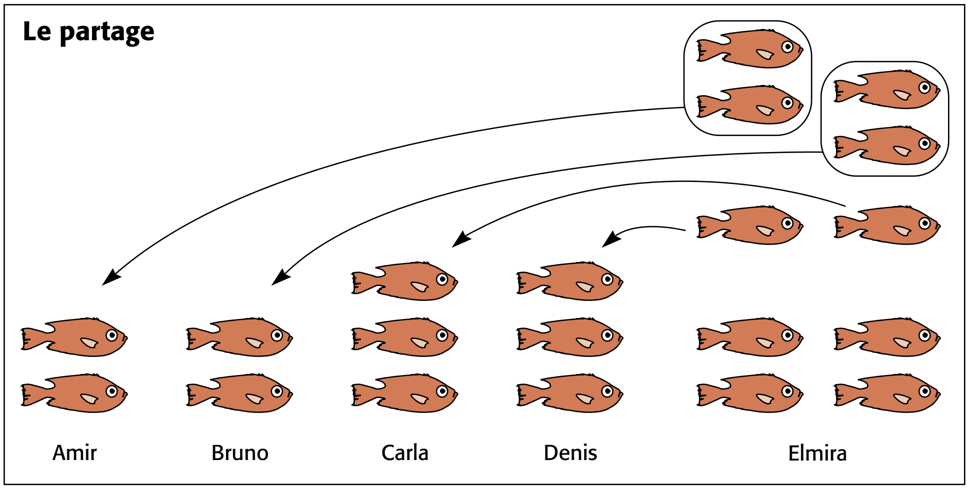
Exemple 1

Amir, Bruno, Carla, Denis et Elmira sont allés à la pêche et ont attrapé respectivement 2, 2, 3, 3 et 10 poissons. Déterminer le nombre moyen de poissons pêchés.

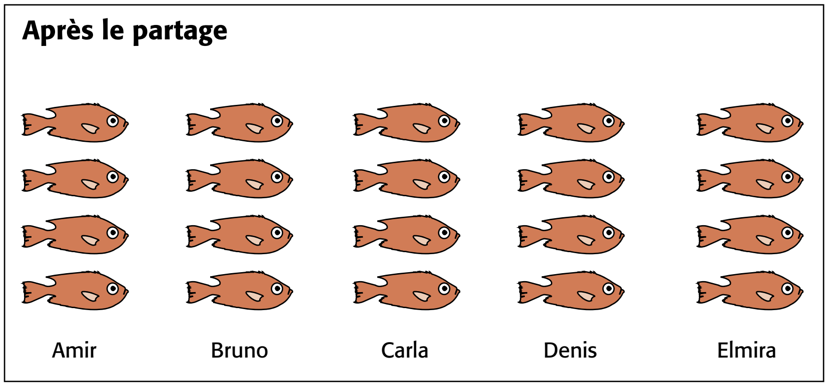
Pour déterminer le nombre moyen de poissons pêchés, les élèves peuvent déterminer combien de poissons chacun aurait si les poissons étaient répartis également. Ils peuvent d'abord illustrer la situation initiale comme suit.



Ensuite, ils procèdent au partage : Elmira remet 2 poissons à Amir, 2 poissons à Bruno, 1 poisson à Carla et 1 poisson à Denis.



Après le partage, chacun a 4 poissons. On peut donc conclure qu'en moyenne, les 5 amis ont pêché 4 poissons chacun.

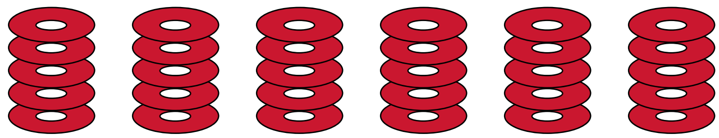


Afin d'approfondir le concept de moyenne, il est important de donner l'occasion aux élèves de renverser le processus en leur demandant de **créer un ensemble de données ayant une moyenne donnée.** Cela renforce le concept de moyenne comme résultat d'un partage équitable.

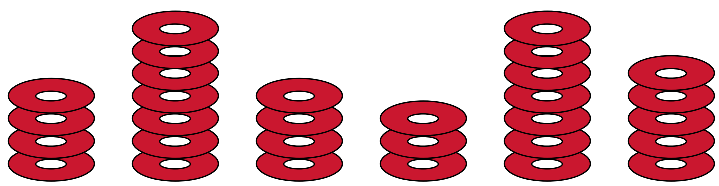
Exemple 2

Six élèves d'une classe ont déterminé qu'ils avaient, en moyenne, 5 CD chacun. Quelle pourrait être une répartition possible des CD parmi ces six élèves?

Puisque les 6 élèves ont une moyenne de 5 CD chacun, chaque élève aurait 5 CD après le partage équitable.



Il y a donc un total de 30 CD (6×5). Les 6 élèves peuvent alors répartir les 30 CD entre eux comme bon leur semble. Peu importe la répartition retenue, la moyenne de 5 CD par élève sera maintenue. Voici un exemple d'une répartition possible :



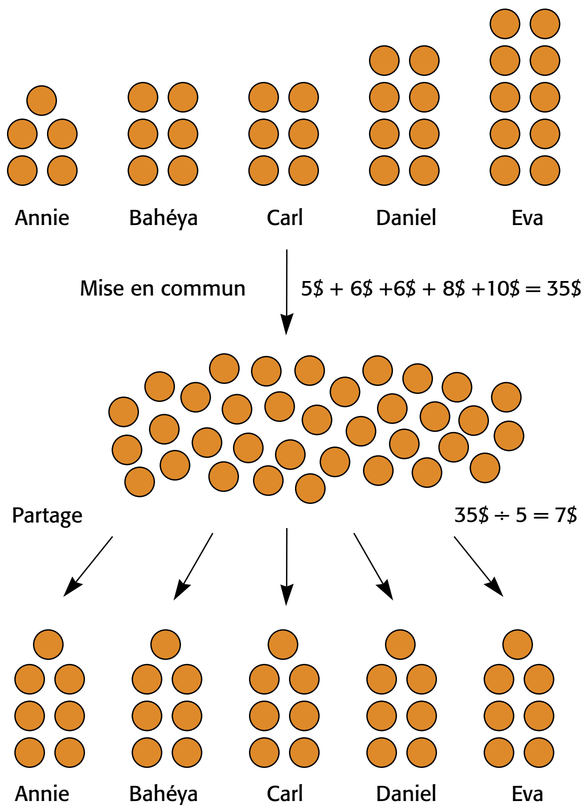
On peut vérifier qu'il y a toujours un total de 30 CD.

On peut utiliser le modèle de partage pour **développer une compréhension de l'algorithme usuel** comme illustré dans l'exemple suivant. Le modèle donne en effet un sens à l'algorithme usuel puisqu'il démontre l'idée de regrouper les montants d'argent, puis de les partager parmi les amis (quotient de la somme des données par le nombre de données).

Exemple 3

Annie, Bahéya, Carl, Daniel et Eva ont respectivement 5 $, 6 $, 6 $, 8 $ et 10 $. Combien d'argent chacun a-t-il en moyenne?

On met d'abord les montants d'argent en commun pour constater qu'il y a 35 $ en tout. Cela correspond à l'opération 5 $ + 6 $ + 6 $ + 8 $ + 10 $ = 35 $. La somme est ensuite partagée équitablement et chacun reçoit 7 $, ce qui correspond à l'opération 35 $ ÷ 5 = 7 $.



L'enseignant ou l'enseignante peut profiter de cet exemple pour souligner aux élèves que la moyenne d'un ensemble de données n'est pas nécessairement un nombre qui fait partie de cet ensemble. Chez certains élèves, cette idée est difficile à comprendre.

Une autre façon d'aider les élèves à développer une compréhension du concept de moyenne est de leur demander de **déterminer une donnée manquante pour qu'un ensemble de données ait une moyenne particulière.**

Exemple 4

On a demandé à 5 élèves d'effectuer une collecte de fonds. S'ils recueillent en moyenne 25 $ chacun, ils gagnent des billets pour assister à une joute de hockey. Lundi, 4 des 5 élèves se rencontrent et constatent qu'ils ont recueilli respectivement 29 $, 21 $, 31 $ et 13 $. Quel est le montant minimal que Suzie, la 5e élève, doit avoir recueilli si le groupe veut gagner les billets de hockey?

Les élèves qui ont seulement appris à utiliser l'algorithme usuel pour déterminer la moyenne sont souvent incapables de répondre à ce genre de question. En effet, ils ont appris une recette qu'ils sont incapables d'adapter selon les circonstances, car ils ne la comprennent pas. Les élèves qui ont développé une compréhension du concept de la moyenne en tant que partage sont mieux équipés pour résoudre ce problème. Voici un échange que pourraient avoir les quatre élèves qui veulent déterminer le montant d'argent que Suzie doit avoir recueilli.

Élève 1. – On doit obtenir une moyenne de 25 $, ce qui veut dire que si on partageait également l'argent entre nous, on aurait chacun 25 $. Moi j'ai ramassé 29 $; je peux donc partager 4 $ avec vous.

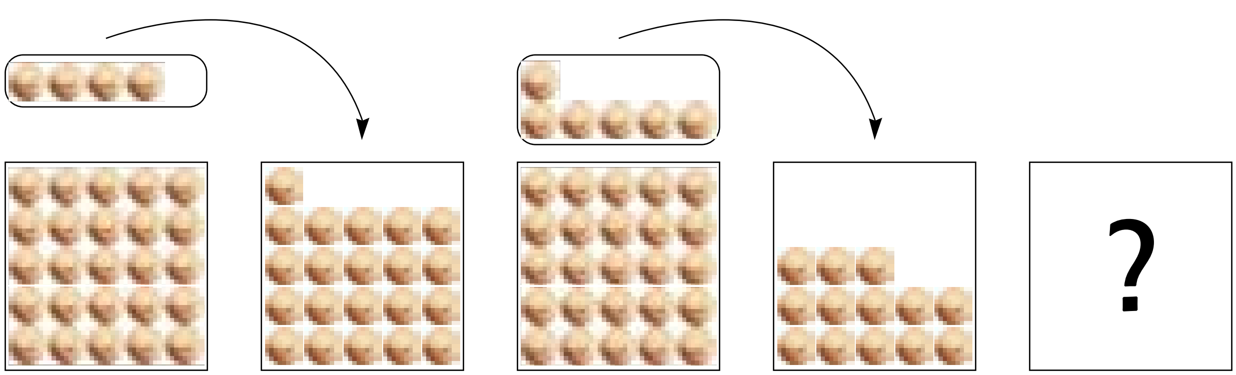
Élève 2. – Moi je n'ai obtenu que 21 $; il me manque donc 4 $.

Élève 3. – Moi j'ai 6 $ de trop parce que j'ai ramassé 31 $.

Élève 4. – Je regrette. J'ai été malade en fin de semaine et j'ai seulement récolté 13 $. Il me manque 12 $.

Élève 1. – Utilisons l'idée du partage pour nous aider à déterminer combien d'argent Suzie doit avoir recueilli.

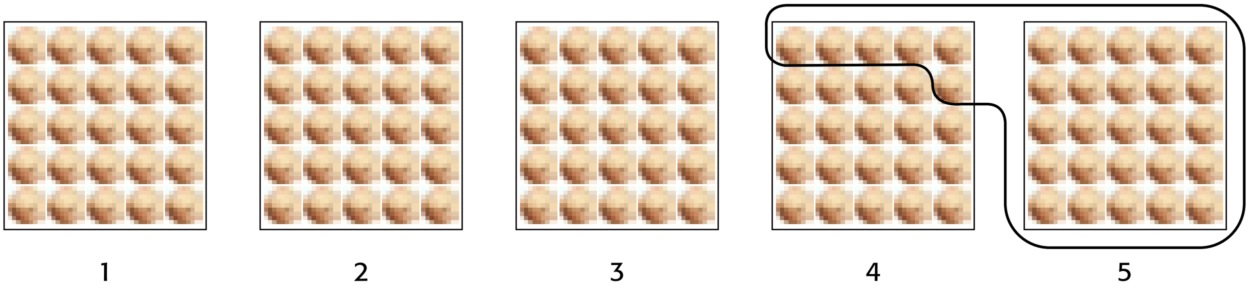
Avant le partage



1 2 3 4 5

À la suite du partage, les trois premiers élèves ont chacun 25 $ et il manque 6 $ au quatrième élève pour obtenir 25 $. Suzie doit donc apporter les 6 $ qui manquent en plus de ses 25 $. Elle doit donc apporter 31 $.

Après le partage

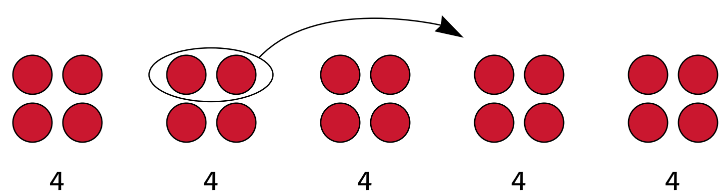


Équilibre entre la somme des surplus et la somme des manques

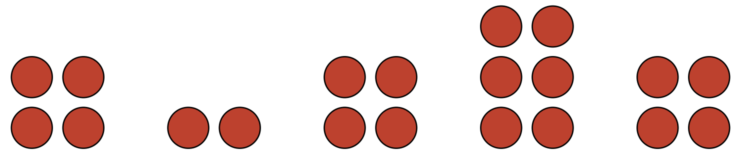
L'enseignant ou l'enseignante peut aussi aider les élèves à développer une compréhension du concept de moyenne en leur présentant des situations qui font appel au modèle d'équilibre entre les surplus et les manques. Ce modèle, qui constitue en quelque sorte une variante du modèle de partage, est peut-être moins connu. Il est fondé sur l'idée que si, par exemple, un groupe d'élèves a un nombre moyen de jetons, certains élèves pourraient avoir moins de jetons que la moyenne alors que d'autres pourraient en avoir plus. Cependant, le total de ce que les élèves ont en moins doit être égal au total de ce que les élèves ont en plus. Les deux exemples suivants illustrent cette idée.

Exemple 1

Cinq amis ont 4 jetons chacun. L'un d'entre eux donne 2 jetons à un autre.



Malgré cet échange, la moyenne est toujours de 4 jetons par ami. Or, on constate que **par rapport à la moyenne,** un ami a un **manque** de 2 jetons, tandis qu'un autre a un **surplus** de 2 jetons. Le manque est égal au surplus, ce qui est normal, car un ami a perdu ce qu'un autre a gagné. De plus, on peut renverser la situation puisque le surplus de 2 jetons pourrait servir à combler le manque de 2 jetons afin que chacun ait 4 jetons.



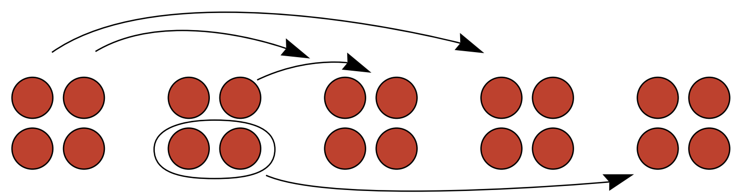
4 2 4 6 4

(manque de 2) (surplus de 2)

L'exemple suivant démontre que cette situation est toujours vraie, même à la suite de plusieurs échanges.

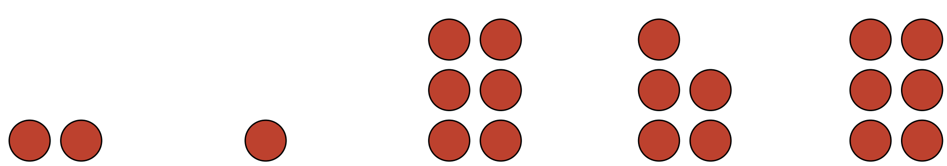
Exemple 2

Cinq amis ont chacun 4 jetons. Annie donne 1 jeton à Carl et 1 jeton à Daniel. Bahéya donne 1 jeton à Carl et 2 jetons à Eva.



Annie	Bahéya	Carl	Daniel	Eva
4	4	4	4	4

La moyenne est toujours de 4 jetons par ami. Or, **par rapport à la moyenne,** Annie a un manque de 2 jetons, Bahéya a un manque de 3 jetons, Carl a un surplus de 2 jetons, Daniel a un surplus de 1 jeton et Eva a un surplus de 2 jetons. Donc, par rapport à la moyenne, la somme des manques est de 5 jetons (2 + 3) et la somme des surplus est de 5 jetons (2 + 1 + 2). On constate que **la somme des manques est égale à la somme des surplus.** Si on décidait de distribuer les surplus pour combler les manques, chacun aurait de nouveau 4 jetons.



Annie	Bahéya	Carl	Daniel	Eva
2	1	6	5	6
(manque de 2)	(manque de 3)	(surplus de 2)	(surplus de 1)	(surplus de 2)

somme des manque (2 + 3) = somme des surplus (2 + 1 + 2)

Le modèle d'équilibre entre les surplus et les manques peut être utilisé pour résoudre divers problèmes portant sur la moyenne. Par exemple, la situation suivante, présentée à l'exemple 4 de la section Partage équitable (p. 120) et résolue à l'aide du modèle de partage, peut tout aussi bien être résolue à l'aide du modèle d'équilibre entre les surplus et les manques.

Exemple 3

On a demandé à 5 élèves d'effectuer une collecte de fonds. S'ils recueillent en moyenne 25 $ chacun, ils gagnent des billets pour assister à une joute de hockey. Lundi, 4 des 5 élèves se rencontrent et constatent qu'ils ont recueilli respectivement 29 $, 21 $, 31 $ et 13 $. Quel est le montant minimal que Suzie, la 5^e^ élève, doit avoir recueilli si le groupe veut gagner les billets de hockey?

On examine d'abord chaque somme d'argent par rapport à la moyenne de 25 $ et on en détermine le surplus ou le manque.

29 $: surplus de 4 $
21 $: manque de 4 $
31 $: surplus de 6 $
13 $: manque de 12 $

On détermine ensuite la somme des surplus et la somme des manques.

Somme des surplus : $\begin{array}{r} 4\ \$ \\ +\ 6\ \$ \\ \hline 10\ \$ \end{array}$

Somme des manques : $\begin{array}{r} 4\ \$ \\ +\ 12\ \$ \\ \hline 16\ \$ \end{array}$

Ces deux sommes ne sont pas égales. Pour les équilibrer, il faut un surplus supplémentaire de 6 $ (16 $ - 10 $). Donc, Suzie doit avoir recueilli 25 $ + 6 $, soit 31 $.

Lorsque les élèves ont acquis une bonne compréhension du concept de moyenne, ils sont en mesure :

- de déterminer la moyenne d'un ensemble de données et de comprendre le lien entre les données et la moyenne;
- de créer un ensemble de données qui correspond à une moyenne particulière et de comprendre qu'une même moyenne peut provenir de plus d'un ensemble de données;

- de déterminer une donnée manquante d'un ensemble de données afin d'obtenir une moyenne particulière et de comprendre l'effet sur la moyenne de l'ajout de nouvelles données.

Ce n'est que lorsque cette compréhension est acquise que l'on devrait leur présenter l'algorithme usuel pour calculer la moyenne, soit :

$$\text{moyenne} = \frac{\text{somme des données}}{\text{nombre de données}}$$

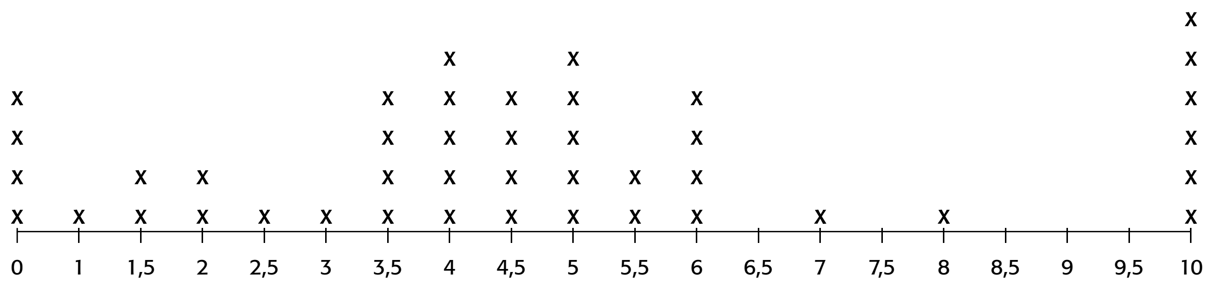
Soulignons que le fait de mettre l'accent sur la compréhension conceptuelle de la moyenne permet d'éviter certaines des erreurs conceptuelles suivantes qui ont été relevées par Konold et Higgins (2003, p. 203 et 204) :

- certains élèves prennent la moyenne pour le mode, c'est-à-dire qu'ils l'associent à la valeur la plus fréquente;
- certains élèves associent la moyenne seulement à un algorithme, ce qui fait qu'ils ont de la difficulté à créer un ensemble de données qui correspond à une moyenne particulière;
- certains élèves prennent la moyenne pour la médiane, c'est-à-dire qu'ils l'associent à la valeur au centre de l'ensemble des données.

Même lorsqu'on a acquis une bonne compréhension des mesures statistiques, il n'est pas toujours facile, dans un contexte de prise de décision, de choisir laquelle correspond le mieux à une situation donnée. Au cycle moyen, il est donc préférable de s'en tenir à des situations simples.

Exemple

Mathieu veut négocier avec ses parents une augmentation du montant hebdomadaire d'argent de poche qu'ils lui donnent. Sachant qu'il ne peut pas simplement demander une augmentation sans motif valable, il décide d'effectuer un sondage auprès de ses camarades du cycle moyen afin de connaître le montant d'argent de poche qu'ils reçoivent chaque semaine. Il organise les données recueillies sur une ligne de dénombrement.



Montants hebdomadaires d’argent de poche ($)

Mathieu analyse ensuite ces données afin de choisir une valeur sur laquelle il pourrait baser ses arguments en faveur d’une augmentation. Constatant que 10 $ est la valeur la plus fréquente, il va voir son père et lui explique que, selon son sondage, il y a plus d’élèves du cycle moyen qui reçoivent 10 $ d’argent de poche que tout autre montant.

Son père trouve ce montant plutôt élevé et demande à voir l’ensemble des données. Après examen, il explique à Mathieu qu’en raison de la distribution des données, le mode n’est pas la meilleure mesure pour représenter ces données. Puis, il détermine que la moyenne des montants alloués est de 4,66 $ et indique à Mathieu que ce montant semble plus approprié.

Un peu déçu, Mathieu calcule la médiane et constate qu’elle est de 4,50 $. Il comprend que dans cette situation, la moyenne et la médiane sont toutes deux de bonnes mesures pour représenter les données, mais comme la médiane est inférieure à la moyenne, il décide que ce n’est pas à son avantage de l’utiliser.

GRANDE IDÉE 2 - PROBABILITÉ

> *Certaines des choses que les élèves apprennent à l'école leur semblent prédéterminées et régies par des règles. L'étude de la probabilité leur permet de reconnaître que la solution à certains problèmes repose sur des suppositions et comprend une part d'incertitude.*
>
> (National Council of Teachers of Mathematics, 2000, p. 48, traduction libre)

Aperçu

Une connaissance des concepts liés à la probabilité aide les élèves à mieux comprendre toutes sortes de situations de la vie de tous les jours (p. ex., compréhension des prévisions météorologiques, des résultats possibles d'une expérience, de la probabilité de gagner lors d'un tirage ou d'un jeu).

La grande idée *Probabilité* met l'accent sur l'importance de la pensée probabiliste (voir p. 10-11) pour éclairer la prise de décision dans des situations dont l'issue est incertaine en raison du fait qu'elle est liée au hasard. Pour développer cette pensée, il importe d'abord de reconnaître ces situations et d'en comprendre la variabilité, puis de développer un sens de la quantité associée au niveau d'incertitude. Ces deux éléments font respectivement l'objet des énoncés 1 et 2 présentés dans le tableau ci-dessous.

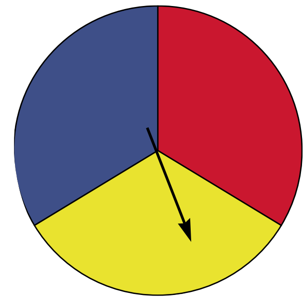
Grande idée 2 – Probabilité

La pensée probabiliste aide à prendre des décisions en tenant compte de l'incertitude découlant du hasard.

Énoncé 1 – Probabilité et hasard
La compréhension de la probabilité permet de traiter des situations liées au hasard.

Énoncé 2 – Probabilité théorique
L'analyse de données recueillies lors d'expériences aléatoires permet de mieux comprendre le concept de probabilité théorique.

Chez les élèves, au cycle primaire, la pensée probabiliste se développe quotidiennement grâce à l'apprentissage de certains mots ou expressions qui permettent de décrire la fréquence ou la vraisemblance de certains événements (p. ex., *Nous avons **toujours** congé d'école le samedi et le dimanche. C'est **possible** que je joue au ballon à la récréation. Il est **peu probable** qu'il pleuve aujourd'hui.*). Les élèves développent aussi une compréhension des concepts de variabilité et de hasard en réalisant des expériences simples de probabilité. Même si leur compréhension de la probabilité théorique est toujours à l'état embryonnaire, ils peuvent reconnaître, par exemple, qu'en faisant tourner l'aiguille d'une roulette séparée en tiers, il y a 1 possibilité sur 3 que l'aiguille s'arrête sur le tiers qui est rouge.



Au cycle moyen, les élèves continuent à explorer les concepts de probabilité en situation de résolution de problèmes et d'expériences simples ou légèrement complexes. Ils apprennent à identifier tous les résultats possibles d'une expérience et à comparer leur probabilité (p. ex., *Il est **plus probable** de piger un jeton bleu du sac que de piger un jeton rouge.*). Puis, ils apprennent à faire la distinction entre la probabilité expérimentale et la probabilité théorique d'un événement, et à décrire chacune à l'aide d'une fraction, d'un nombre décimal ou d'un pourcentage.

Comme pour la grande idée *Traitement des données,* la démarche de résolution de problèmes préconisée dans ce qui suit fait appel au processus d'enquête. Cette démarche favorise l'acquisition d'une pensée probabiliste critique en incitant les élèves à formuler des conclusions à partir de données recueillies lors d'expériences de probabilité et à remettre en question leur intuition en ce qui a trait à la probabilité d'un des résultats. Une telle approche permet d'éviter le développement de certaines des fausses conceptions de probabilité que l'on retrouve trop souvent tant chez les élèves que chez les adultes.

Énoncé 1 - Probabilité et hasard

La compréhension de la probabilité permet de traiter des situations liées au hasard.

> *C'est uniquement par l'expérience et la discussion avec leurs pairs qu'ils (les élèves) finiront par comprendre que le hasard n'a pas de mémoire. Pourtant, beaucoup d'adultes n'arrivent pas à en prendre conscience.*
>
> (Van de Walle et Lovin, 2008, p. 363)

Un des objectifs de l'enseignement de la probabilité dès le début de la scolarisation des élèves est de les faire passer d'une pensée déterministe à une pensée probabiliste. Les situations qui font appel à une pensée déterministe ont un résultat unique et prévisible. Par exemple, prenons une situation où Pierre envisage de s'acheter 12 paquets de 15 cartes de hockey. Si on cherche à déterminer combien de cartes il achètera, il n'y a qu'un résultat possible. On peut alors utiliser un algorithme (p. ex., un algorithme de multiplication) et déterminer que Pierre achètera 180 cartes. En général, dans la plupart des domaines de mathématiques, les élèves sont seulement exposés à de telles situations.

Il existe toutefois de nombreuses situations dans notre quotidien dont le résultat n'est pas unique et prévisible. C'est ce genre de situation qui est à l'étude en probabilité. La plupart des élèves ont développé une compréhension intuitive de la probabilité en jouant, par exemple, à des jeux de société requérant l'utilisation d'un dé. Par contre, ils ont souvent une mauvaise compréhension du concept de variabilité et ont l'impression de pouvoir d'une certaine façon contrôler les résultats. Par exemple, même s'ils savent par expérience que le résultat du lancer du dé est une question de hasard, certains sont portés à croire qu'ils obtiendront plus souvent le nombre 2 parce qu'ils considèrent que c'est leur nombre « chanceux ».

Pour aider les élèves à mieux comprendre et gérer des situations qui impliquent le hasard, l'enseignant ou l'enseignante doit les aider à développer le sens de la probabilité. Pour ce faire, il ou elle doit d'abord les aider à comprendre les concepts de hasard et de chance, à développer le sens de la variabilité et à développer une compréhension intuitive du concept de probabilité. C'est ce qui fait l'objet de ce premier énoncé.

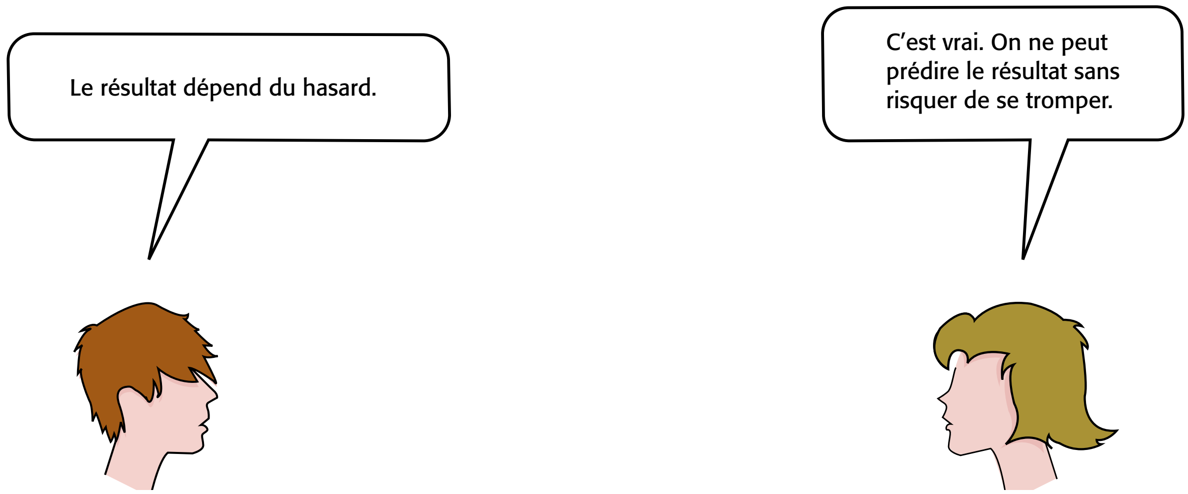
HASARD ET CHANCE

Les concepts de **hasard** et de **chance** sont étroitement liés à toute situation dont les résultats sont aléatoires. Le développement d'une pensée probabiliste repose donc sur une bonne compréhension de ces concepts. Il importe de souligner qu'aux cycles primaire et moyen, cette compréhension peut varier beaucoup d'un ou d'une élève à l'autre. En effet, la plupart d'entre eux ont appris à utiliser les mots *hasard* et *chance* simplement du fait de les avoir entendus régulièrement dans divers contextes. Malheureusement, la façon de les utiliser dans le langage courant a tendance à favoriser l'acquisition de certaines fausses conceptions du concept de probabilité. L'enseignant ou l'enseignante doit en être conscient afin de pouvoir aider les élèves à bien comprendre ces mots et à les utiliser correctement.

Le mot **hasard** souligne le caractère de ce qui se produit en dehors d'une norme ou d'une règle prévisible, qu'elle soit objective ou subjective. Lorsqu'on pige une bille d'un sac qui ne contient que des billes bleues, le résultat n'est certes pas lié au hasard puisqu'il est impossible de piger une bille d'une couleur autre que le bleu. Le résultat est donc prévisible. Dans ce cas, *le résultat ne dépend pas du hasard.* Par contre, lorsqu'on pige une bille d'un sac qui contient des billes rouges et des billes bleues, il est impossible de prédire la couleur de la bille qui sera pigée sans risquer de se tromper. Dans de tels cas, on dit que *le résultat dépend du hasard.*

Certaines personnes voient dans cette relation entre le hasard et le résultat un lien de cause à effet, c'est-à-dire qu'ils croient que le hasard est la raison pour laquelle tel ou tel résultat est survenu (p. ex., tel résultat d'un lancer du dé). On retrouve d'ailleurs implicitement cette perception dans de nombreuses expressions telles que « C'est le fruit du hasard », « Le hasard a fait en sorte que… », « Le hasard fait bien les choses » ou « Il faut faire confiance au hasard ».

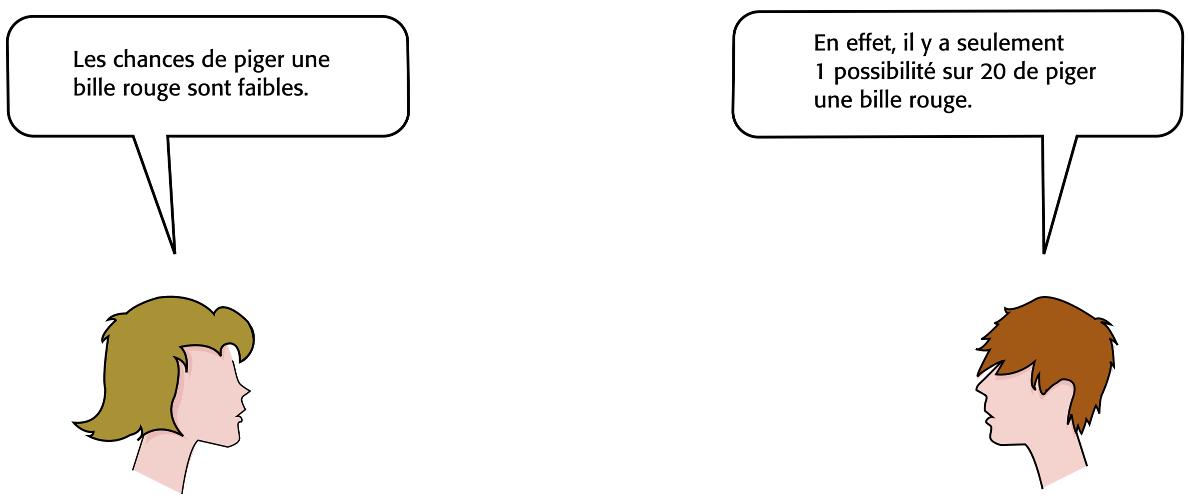
Or, il faut bien comprendre que **le hasard ne décide de rien.** En probabilité, l'expression *le résultat dépend du hasard* veut simplement dire que le résultat ne peut être prédit sans risquer de se tromper puisqu'il se manifeste de façon aléatoire. L'enseignant ou l'enseignante doit recourir à de multiples situations pour aider les élèves à bien saisir cette idée.



Le mot **chance** fait généralement référence à un résultat heureux, à de la bonne fortune. On entend souvent des personnes dire que si la chance est de leur côté, elles pourront obtenir un emploi, gagner à un jeu, réussir une épreuve quelconque, etc. Ces personnes semblent croire que la chance peut déterminer l'issue de certaines situations particulières. Or, la chance non plus ne décide de rien. Ce n'est qu'une fois le résultat connu que l'on peut constater si ce résultat nous est favorable ou pas.

Lorsqu'il est employé au pluriel, le mot *chance* a une autre signification. Il sert alors à qualifier les possibilités d'obtenir tel ou tel résultat. Par exemple, si on pige une bille d'un sac qui contient 1 bille rouge et 19 billes bleues, on pourrait dire que « les chances sont bonnes de piger une bille bleue » ou que « les chances sont faibles de piger une bille rouge ». Puisqu'on pourrait également dire que la probabilité de piger une bille bleue est très grande et que la probabilité de piger une bille rouge est assez faible, les gens sont portés à croire que les mots *chance* et *probabilité* sont des synonymes. Or, en mathématiques, ces deux mots ont un sens légèrement différent. Par exemple, dans la situation précédente, la *probabilité* de choisir une bille bleue est décrite par la fraction $\frac{19}{20}$.

Cette fraction indique que 19 des 20 résultats possibles correspondent à une bille bleue. Par contre, les *chances* de piger une bille bleue sont décrites par le rapport 19 : 1. Ce rapport indique qu'il y a 19 possibilités de piger une bille bleue contre 1 possibilité de ne pas piger une bille bleue (c'est-à-dire de piger une bille rouge). Cette distinction entre les deux mots ne fait pas l'objet d'étude au cycle moyen. Par contre, il importe que les enseignants et les enseignantes en soient conscients afin qu'ils n'utilisent pas ces mots comme des synonymes avec les élèves. Il est donc suggéré d'éviter de dire, dans la situation précédente, qu'il y a « 1 chance sur 20 de piger une bille rouge » même si on entend souvent de telles expressions. On devrait plutôt dire qu'il y a « 1 possibilité sur 20 de piger une bille rouge » ou encore que « la probabilité de piger une bille rouge est égale à $\frac{1}{20}$ ».



SENS DE LA VARIABILITÉ

Avoir le sens de la variabilité c'est être capable, dans une situation donnée :

- de reconnaître que les résultats sont aléatoires et qu'ils ne peuvent être déterminés avec certitude;
- d'énumérer les résultats possibles et d'en tenir compte pour évaluer la probabilité qu'un des résultats se produise;
- de prendre des décisions qui tiennent compte des possibilités de variation.

Au cycle primaire, une des premières manifestations du sens de la variabilité survient lorsque les élèves sont en mesure d'indiquer s'il est *certain, possible* ou *impossible* qu'un événement donné se produise (p. ex., *C'est impossible que les vaches se mettent à voler)*. Certains jeunes élèves éprouvent beaucoup de difficulté à le faire. Pour plusieurs, ce qui est *possible* devient *certain.*

Par exemple, si l'enseignant ou l'enseignante leur dit qu'il est possible qu'il ou elle amène son chien en classe le lendemain, ils seront très déçus s'il ou elle ne le fait pas puisque dans leur esprit, c'est certain qu'il ou elle va l'amener. Ils doivent comprendre que si un événement est possible, il peut tout aussi bien se produire que ne pas se produire. D'autres élèves ont de la difficulté à faire la distinction entre *ce qui ne s'est jamais produit* et *ce qui ne peut jamais se produire.* Pour eux, si un événement ne s'est jamais produit, c'est qu'il est impossible. Par exemple, ils peuvent penser que c'est impossible pour eux de passer toute une nuit sans dormir parce qu'ils ne l'ont jamais fait. Par contre, un tel événement n'est pas impossible pour autant.

Au cycle moyen, les élèves doivent approfondir leur compréhension du concept de variabilité dans le cadre de situations aléatoires simples. Ils doivent d'abord apprendre à reconnaître les situations impliquant la variabilité et à reconnaître que dans ces situations, même la prédiction la plus plausible peut ne pas se réaliser. Par exemple, on indique aux élèves qu'un sac contient 99 jetons bleus et 1 jeton rouge et on leur demande de prédire la couleur du jeton qui sera pigé. Même s'il est fort probable que le jeton pigé soit bleu, il y a quand même une toute petite probabilité qu'il soit rouge. Certains élèves ont de la difficulté à composer avec cette incertitude. D'autres ont de la difficulté à ne pas rechercher une régularité ou une règle qui leur permettrait de résoudre la situation avec certitude.

Au fur et à mesure que les élèves acquièrent de l'expérience dans la résolution de situations de variabilité, certains ont tendance à développer de fausses conceptions. L'une des fausses conceptions les plus répandues a trait à l'imposition de limites implicites à la variabilité. Par exemple, au jeu de *pile ou face,* les élèves obtiennent le côté *pile* cinq fois de suite. Si on leur demande alors de prédire le résultat du prochain lancer,

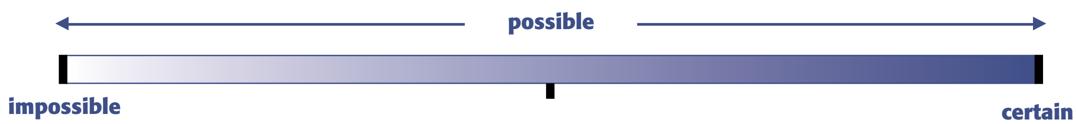
plusieurs auront tendance à indiquer qu'il correspondra certainement au côté *face* parce que leur intuition les porte à croire qu'il y a une limite à ce que le hasard favorise le côté *pile*. L'enseignant ou l'enseignante doit les aider à comprendre que **le hasard n'a pas de mémoire,** c'est-à-dire que chaque résultat est indépendant des résultats précédents et qu'il est impossible de le prédire avec certitude. Il est donc tout aussi probable d'obtenir le côté *pile* que d'obtenir le côté *face* au prochain lancer. Ce genre de méprise persiste chez de nombreux adultes qui croient, par exemple, que certains numéros ont de meilleures chances de faire partie des numéros gagnants à la loterie pour la simple raison qu'ils sont sortis plus souvent dans le passé. Une bonne compréhension du concept de variabilité permet de reconnaître qu'il n'en est rien. Pour aider les élèves à bien saisir ce concept, l'enseignant ou l'enseignante doit leur présenter de nombreuses expériences simples de probabilité et les inciter à se questionner et à demeurer objectifs à l'égard de leur intuition.

CONCEPT DE PROBABILITÉ

La probabilité permet de décrire, dans une situation de variabilité, le niveau de certitude avec lequel on peut prédire que tel résultat ou tel événement aura lieu. Développer une bonne compréhension du concept de probabilité est un long processus qui s'amorce dès les premières années d'études. Il est toutefois très important de d'abord miser sur une compréhension intuitive de ce concept.

Au cycle primaire, les élèves sont en mesure de reconnaître intuitivement que dans une situation donnée, certains événements sont *possibles* et que le niveau de certitude qu'ils se produisent se situe sur un continuum qui va de *impossible* à *certain.* Le modèle de la ligne de certitude est un moyen visuel efficace pour décrire ce continuum.

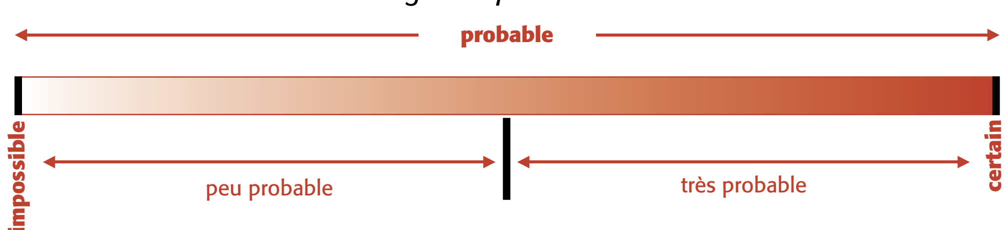
Ligne de certitude



Les élèves situent de façon approximative un point sur ce continuum pour décrire dans quelle mesure ils sont certains qu'un événement donné va se produire. Plus ils le situent vers la droite de la ligne, plus leur niveau de certitude est élevé. S'ils le situent au centre, c'est qu'ils estiment que l'événement a autant de possibilités de se produire que de ne pas se produire.

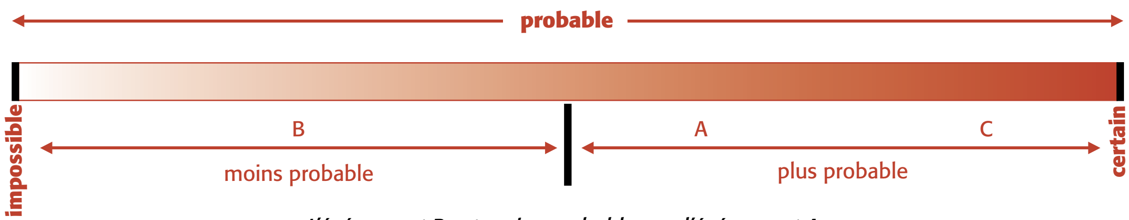
Vers la fin du cycle primaire, les élèves commencent à remplacer le mot *possible* par le mot *probable*. Ils peuvent alors qualifier un événement de *peu probable*

Ligne de probabilité



ou de *très probable* (p. ex., *Il est peu probable qu'il pleuve aujourd'hui.*) et le représenter par un point sur une ligne de probabilité. Au cycle moyen, les élèves continuent à développer leur compréhension du concept de probabilité. En 4e année, ils comparent la probabilité de deux événements différents en utilisant les expressions *plus probable que, moins probable que* ou *également probables* (*équiprobables*). Ils peuvent aussi le faire en situant les événements sur une ligne de probabilité. À ce stade de développement du concept de probabilité, il n'est toujours pas question de quantifier la probabilité de façon précise. Les événements sont donc situés de façon approximative sur la droite.

Ligne de probabilité

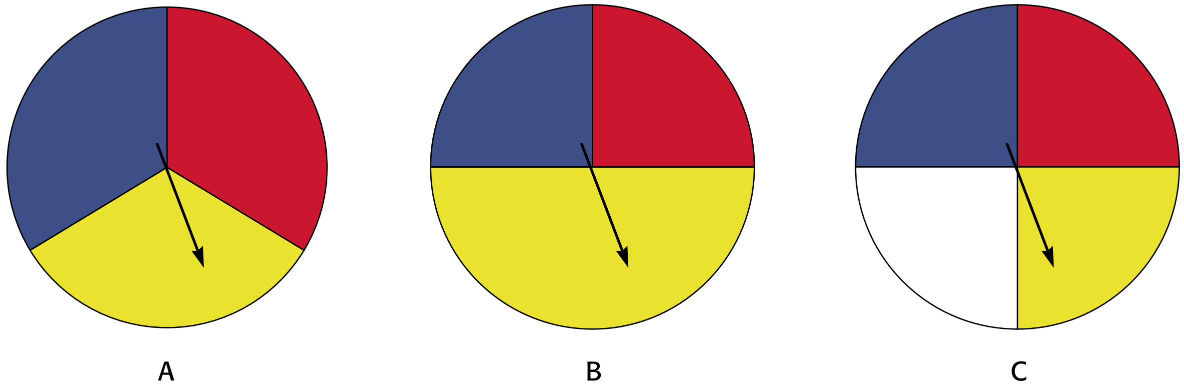


L'événement B est moins probable que l'événement A, et l'événement C est plus probable que l'événement A.

Les élèves commencent aussi à porter une attention plus particulière aux résultats possibles d'une situation donnée. L'enseignant ou l'enseignante doit donc leur présenter des situations simples qui font appel à du matériel concret et qui les incitent à énumérer ces résultats et à comparer leur probabilité.

Exemple

L'enseignant ou l'enseignante présente aux élèves les trois roulettes ci-dessous et leur demande de comparer la probabilité de certains des résultats.



Voici quelques réponses possibles.

- Avec la roulette B, il est plus probable d'obtenir le résultat *jaune* que d'obtenir le résultat *bleu* ou le résultat *rouge.*
- Avec la roulette A, les résultats *bleu, rouge* et *jaune* sont équiprobables.
- Avec la roulette C, les quatre résultats sont aussi équiprobables.
- Il est plus probable d'obtenir le résultat rouge avec la roulette A qu'avec la roulette C.

L'enseignant ou l'enseignante peut profiter de cette situation pour inciter les élèves à réfléchir à la notion de résultats équiprobables, une notion fondamentale pour le développement d'une compréhension de la probabilité théorique. Il ou elle peut faire ressortir le fait que les roulettes A et B ont chacune trois résultats possibles (rouge, bleu et jaune) et leur demander d'expliquer pourquoi les résultats de la roulette A sont équiprobables et pas ceux de la roulette B. Ce type de questionnement permet à l'enseignant ou à l'enseignante d'aider les élèves à comprendre l'importance de toujours remettre en question leur intuition et de bien réfléchir lorsqu'ils analysent une situation.

Les **expériences de probabilité** permettent d'appuyer ou de remettre en question un raisonnement intuitif; elles sont au cœur du développement de la pensée probabiliste.

L'enseignant ou l'enseignante peut ensuite demander aux élèves d'effectuer, en équipe, une petite expérience de probabilité qui consiste à faire tourner chaque roulette un certain nombre de fois (p. ex., 100 fois) et à noter les résultats. Puis, il ou elle leur demande de vérifier si les résultats obtenus appuient les réponses données préalablement. L'enseignant ou l'enseignante mise sur la variabilité des résultats obtenus par les différentes équipes pour souligner de nouveau le fait que dans toute situation de probabilité, les résultats sont aléatoires et qu'ils ne peuvent être déterminés avec certitude.

En 5^{e} et 6^{e} année, les élèves continuent à utiliser leur compréhension intuitive de la probabilité tout en développant une compréhension de la probabilité théorique. C'est ce dont il est question dans l'énoncé 2 qui suit.

Énoncé 2 - Probabilité théorique

L’analyse de données recueillies lors d’expériences aléatoires permet de mieux comprendre le concept de probabilité théorique.

L’incertitude est omniprésente, et la probabilité sert à quantifier cette incertitude dans les médias et dans les conversations quotidiennes.

(Albert, 2006, p. 417, traduction libre)

La probabilité théorique permet de quantifier le caractère aléatoire et incertain d’un événement ou d’un résultat. Cette quantité peut être représentée à l’aide d’une fraction entre 0 et 1. Par exemple, au jeu de *pile ou face,* la probabilité théorique d’obtenir le résultat *pile* est égale à $\frac{1}{2}$. Cette fraction indique que le jeu comporte deux résultats équiprobables et qu’un de ces résultats est *pile*. Autrement dit, à ce jeu, on a 1 possibilité sur 2 d’obtenir le résultat *pile*.

L’enseignant ou l’enseignante doit savoir que si tous les résultats possibles d’une expérience sont équiprobables, la probabilité théorique d’un résultat A quelconque est définie, de façon formelle, comme suit.

$$\text{Probabilité du résultat A} = \frac{\text{nombre de façons d'obtenir le résultat A}}{\text{nombre total de résultats possibles de l'expérience}}$$

Ainsi, si on cherche à déterminer la probabilité d’obtenir un nombre pair en lançant un dé à six faces, il suffit de reconnaître qu’il y a 6 résultats possibles (1, 2, 3, 4, 5 et 6) et que 3 de ces résultats correspondent à un nombre pair (2, 4 et 6). On peut donc dire que la probabilité théorique d’obtenir un nombre pair est égale à $\frac{3}{6}$, c’est-à-dire qu’il y a 3 possibilités sur 6 que le résultat corresponde à un nombre pair. La notation P(A) est couramment employée pour décrire la probabilité d’un résultat A quelconque. Ainsi, dans la situation précédente, on pourrait écrire $\text{P(nombre pair)} = \frac{3}{6}$. **Soulignons cependant, qu’au cycle moyen, il est préférable d’aider les élèves à développer une compréhension du concept de probabilité théorique sans trop mettre l’accent sur la définition ou sur la notation formelle.** Les stratégies présentées dans ce qui suit vont dans ce sens.

Dans certaines situations, on se rend compte qu’un résultat souhaité ne peut jamais se produire (p. ex., obtenir un nombre supérieur à 6 avec le lancer d’un dé).

On dit alors que la probabilité de ce résultat est égale à 0. Dans d'autres situations, il est certain que le résultat souhaité va se produire (p. ex., obtenir un nombre inférieur à 7 avec le lancer d'un dé). On dit alors que la probabilité de ce résultat est égale à 1.

La probabilité théorique nous aide à prendre des décisions réfléchies dans toute situation aléatoire. Puisque dans de telles situations, il est impossible de prédire le résultat sans risquer de se tromper, on peut diminuer ce risque en déterminant la probabilité théorique de chaque résultat et en choisissant le résultat dont la probabilité est la plus élevée. C'est en quelque sorte une façon de « mathématiser le hasard ».

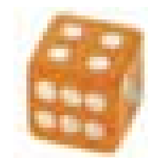
La probabilité théorique est un concept mathématique abstrait qui n'est pas toujours facile à saisir. Cependant, sa compréhension est essentielle au développement de la pensée probabiliste. Afin que cette compréhension ne se résume pas à l'apprentissage d'une formule, elle doit être le fruit d'un long processus au cours duquel l'enseignant ou l'enseignante expose les élèves à diverses situations, jeux ou expériences de probabilité qui leur permettent de confronter la théorie et la pratique. Cette approche crée souvent un déséquilibre chez ceux et celles qui, devant une situation particulière, se laissent mener par leur intuition ou par une analyse fautive. Même chez les adultes, il est très fréquent de mal analyser une situation aléatoire d'apparence simple. **Au cycle moyen, il est donc très important de s'en tenir à des situations relativement simples qui font appel à du matériel concret.**

Dans ce qui suit, on décrit comment l'enseignant ou l'enseignante peut aider les élèves à développer une compréhension du concept de probabilité théorique. On présente ensuite des situations pour lesquelles on doit recourir à la probabilité expérimentale pour déterminer de façon approximative la probabilité d'un résultat quelconque. Enfin, on présente un scénario pédagogique d'une activité qui permet aux élèves de développer leur compréhension du concept de probabilité théorique.

DÉVELOPPEMENT DU CONCEPT DE PROBABILITÉ THÉORIQUE

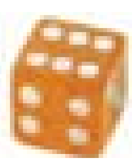
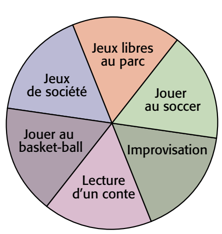
Pour acquérir une bonne compréhension du concept de probabilité théorique, les élèves doivent recourir à la fois à leur pensée intuitive et à leur pensée analytique. Il est donc important que l'enseignant ou l'enseignante leur présente des situations qui font appel à la théorie et à la pratique afin de favoriser un va-et-vient entre ces deux modes de pensée.

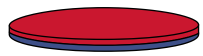
Dès leur jeune âge, les élèves acquièrent une compréhension informelle du concept de probabilité. Par exemple, l'utilisation d'un dé dans le contexte de divers jeux leur permet de reconnaître qu'il y a 6 résultats possibles. Puis, à la longue, ils comprennent intuitivement que même si ces résultats sont aléatoires, ils sont aussi équiprobables. Au cycle moyen, les élèves acquièrent graduellement une compréhension du concept de probabilité théorique. En 4e année, par exemple, ils peuvent affirmer qu'il y a 1 possibilité sur 6 d'obtenir le nombre 4 avec le lancer d'un dé. En 5e année, ils apprennent à exprimer cette probabilité à l'aide d'une fraction, soit $\frac{1}{6}$. En 6e année, ils peuvent aussi utiliser un nombre décimal ou un pourcentage pour représenter la probabilité d'un résultat.



Matériel de manipulation

Pour aider les élèves à développer une compréhension du concept de probabilité théorique, l'enseignant ou l'enseignante doit utiliser divers matériels de manipulation qui permettent de visualiser facilement les différents résultats possibles. Le tableau suivant en présente quelques exemples.

Matériel	Probabilité théorique
Sac de billes ou de jetons 	Si on tire au hasard une bille d'un sac comme celui illustré ci-contre, il y a 5 possibilités en ce qui a trait à la couleur de cette bille. Puisqu'il y a une seule bille de chaque couleur, la probabilité d'obtenir, par exemple, une bille verte est égale à $\frac{1}{5}$.
Dé 	Lorsqu'on lance un dé à 6 faces, les résultats 1, 2, 3, 4, 5 et 6 sont équiprobables. Donc, la probabilité d'obtenir le nombre 6 est de $\frac{1}{6}$. D'autres modèles de dés peuvent aussi être utilisés. 
Roulette  	Sur la roulette illustrée ci-contre, il y a 6 secteurs de même aire. Donc, la probabilité que l'aiguille s'arrête dans le secteur *Jouer au soccer* est égale à $\frac{1}{6}$.

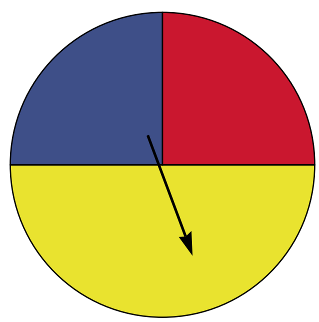
Matériel	Probabilité théorique
Pièce de monnaie 	Lorsqu'on lance une pièce de monnaie, les résultats côté *pile* et côté *face* sont équiprobables. Donc, la probabilité d'obtenir le côté *pile* est de $\frac{1}{2}$.
Jeton bicolore 	Lorsqu'on lance un jeton bicolore comme celui illustré ci-contre, les résultats côté *rouge* et côté *bleu* sont équiprobables. Donc, la probabilité d'obtenir le côté *rouge* du jeton est égale à $\frac{1}{2}$.

Résultats équiprobables

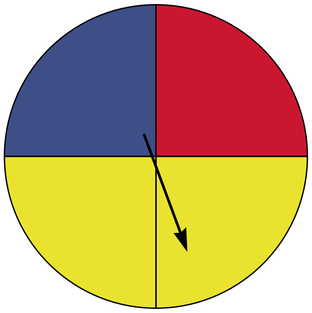
Tous ces matériels permettent aux élèves de développer une compréhension du concept de probabilité théorique qui est fondée à la fois sur l'intuition et sur la raison puisque, dans chaque cas, les résultats possibles sont facilement observables et leur nombre est limité. Le modèle de la roulette permet toutefois de faire ressortir, plus que les autres modèles, l'importance de s'assurer que tous les résultats possibles sont réellement équiprobables.

Exemple

L'enseignant ou l'enseignante présente aux élèves la roulette suivante et leur demande de déterminer la probabilité que l'aiguille s'arrête dans le secteur jaune.



Cette situation peut provoquer un déséquilibre cognitif chez certains élèves. Intuitivement, ils savent qu'il est plus probable que l'aiguille s'arrête dans le secteur jaune que dans le secteur rouge ou dans le secteur bleu. Par contre, ils se disent qu'il n'y a que trois résultats possibles (secteur jaune, secteur bleu et secteur rouge) et donc, que la probabilité que l'aiguille s'arrête dans le secteur jaune devrait être égale à $\frac{1}{3}$. Bien entendu, la faille dans ce raisonnement vient du fait que les trois résultats ne sont pas équiprobables puisque l'aire du secteur jaune est supérieure à l'aire de chacun des deux autres secteurs. L'enseignant ou l'enseignante peut alors suggérer aux élèves de diviser le secteur jaune comme suit.

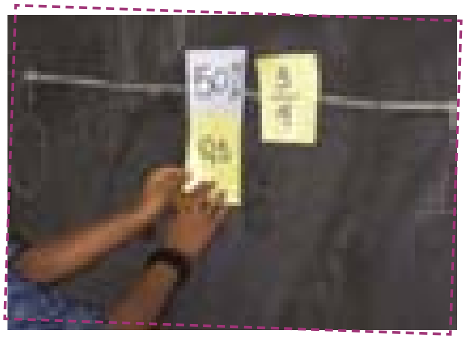


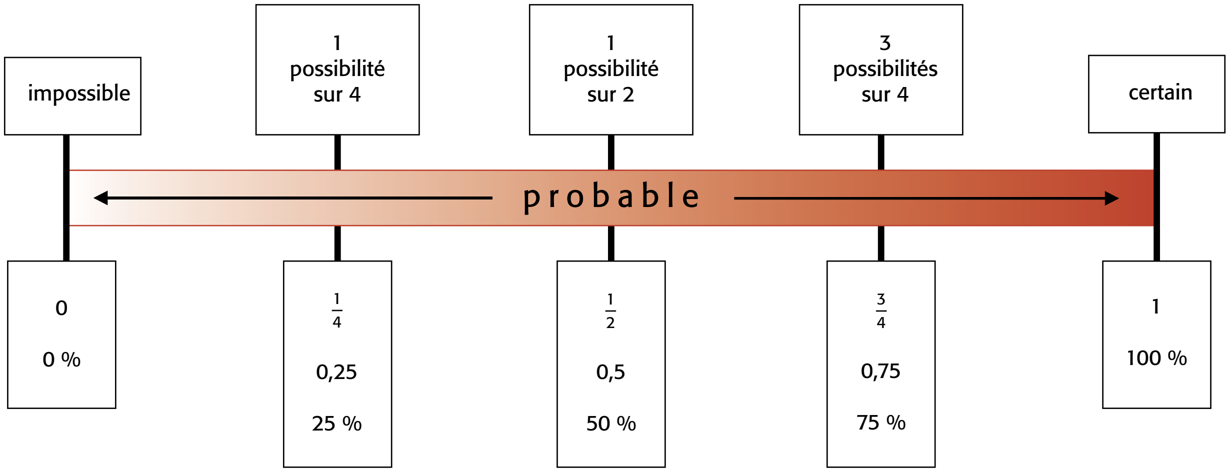
On peut maintenant considérer qu'il y a 4 résultats possibles (jaune, jaune, bleu et rouge) et qu'ils sont équiprobables puisque l'aire de chaque secteur est la même. La probabilité que l'aiguille s'arrête dans le secteur bleu est de $\frac{1}{4}$. Il en est de même pour la probabilité de s'arrêter dans le secteur rouge. Par contre, la probabilité que l'aiguille s'arrête dans le secteur jaune est égale à $\frac{2}{4}$. Il est donc deux fois plus probable que l'aiguille s'arrête dans le secteur jaune que dans le bleu ou dans le rouge.

Notons que les autres exemples de matériel de manipulation n'offrent pas aussi facilement la possibilité de faire ressortir l'idée d'équiprobabilité des résultats. Lorsqu'on utilise un dé ou une pièce de monnaie, on tient pour acquis que les résultats sont équiprobables, c'est-à-dire qu'on suppose que le dé n'est pas pipé ou que la pièce peut naturellement tomber aussi souvent d'un côté que de l'autre. Dans le cas du sac de billes, on suppose qu'au toucher, il n'est pas possible de distinguer une bille de l'autre, comme ce serait le cas si, par exemple, la bille rouge était plus grosse que toutes les autres. C'est pourquoi, lorsque les élèves utilisent ce matériel, l'enseignant ou l'enseignante devrait les inciter à toujours établir la prémisse que les résultats sont équiprobables.

Ligne de probabilité

Au fur et à mesure que les élèves comprennent qu'il est possible d'utiliser une fraction pour décrire la probabilité d'un résultat, ils peuvent situer ce résultat avec plus de précision sur une ligne de probabilité (voir p. 135).





Expérience de probabilité

Les expériences de probabilité sont essentielles au développement d'une bonne compréhension du concept de probabilité théorique. Ainsi, lorsque les élèves ont établi la probabilité théorique d'un résultat quelconque, l'enseignant ou l'enseignante peut leur proposer de vérifier cette probabilité de façon expérimentale. Cette activité leur permet aussi de mieux comprendre que l'incertitude est inhérente à toute situation liée au hasard. Par exemple, même s'ils établissent que la probabilité théorique d'un résultat quelconque est égale à $\frac{1}{4}$, rien ne garantit qu'ils obtiendront ce résultat le quart des fois lors d'une expérience.

Exemple

L'enseignant ou l'enseignante groupe les élèves par deux. Il ou elle leur explique qu'ils doivent effectuer une expérience qui consiste à lancer une pièce de monnaie 20 fois et à noter les résultats. Avant de procéder, les élèves doivent prédire combien de fois ils obtiendront chacun des résultats *pile* et *face*. Sachant que la probabilité de chaque résultat est égale à $\frac{1}{2}$, il se peut que la plupart d'entre eux prédisent qu'ils obtiendront 10 fois *pile* et 10 fois *face.*

Lorsque les élèves ont terminé l'expérience, l'enseignant ou l'enseignante demande à chaque équipe d'inscrire ses résultats dans un tableau.

Expérience de 20 lancers d'une pièce de monnaie

Équipe	Résultats				P	F
1	F- P- F- F- P	P- P- F- P- P	P- F- F- P- F	P- F- F- F- F	9	11
2	P- P- F- P- P	P- P- P- F- P	F- P- P- P- P	F- P- F- F- F	13	7
3	P- P- P- P- P	F- F- F- P- P	P- F- F- F- P	P- F- F- P- F	11	9
4	F- F- P- F- P	P- P- P- F- P	P- F- P- P- F	F- P- F- P- F	11	9
5	F- F- P- P- P	P- F- F- F- P	P- F- F- P- F	P- F- P- P- F	10	10
6	F- P- F- F- P	F- P- F- F- F	P- P- P- F- F	F- P- P- F- P	9	11
7	P- P- P- P- F	F- P- P- F- F	P- P- P- F- P	F- F- F- P- P	12	8
8	P- P- P- F- F	P- P- P- F- F	F- F- P- F- F	F- P- P- F-P	10	10
9	F- P- P- P- P	P- P- P- P- P	P- F- P- F- P	P- P- F- P- P	16	4
10	P- F- P- P- P	F- F- P- P- P	F- P- F- P- F	P- F- P- F- P	12	8
				Total	113	87

Afin d'aider les élèves à mieux comprendre le concept de probabilité théorique, l'enseignant ou l'enseignante les incite à analyser les résultats. Les élèves peuvent souligner que seules les expériences 5 et 8 ont donné 10 fois *pile* et 10 fois *face.* Quant aux expériences 1, 3, 4 et 6, elles ont donné des résultats très près de cette distribution. Ils peuvent aussi noter que les résultats de l'expérience 9 (16 fois *pile* et 4 fois *face*) sont très différents de ce que la probabilité théorique pourrait laisser croire. Ce résultat permet toutefois de mettre en évidence l'idée que tous les résultats sont possibles, même ceux qui semblent peu probables. Les élèves peuvent aussi constater que sur un total de 200 lancers, le résultat *pile* a été obtenu 113 fois et le résultat *face* 87 fois.

Note : Si on connaît la probabilité théorique d'un résultat quelconque d'une expérience, la **Loi des grands nombres** stipule que plus on fait l'expérience un grand nombre de fois, plus le rapport entre la fréquence du résultat et le nombre d'essais se rapprochera de la probabilité théorique. Cette loi n'est pas à l'étude au cycle moyen. Par contre, l'enseignant ou l'enseignante peut profiter des expériences de probabilité pour en présenter l'idée générale aux élèves.

Raisonnement proportionnel

Il y a un lien important entre la pensée probabiliste et le raisonnement proportionnel (voir « Relations de proportionnalité » dans le fascicule 1 du *Guide d'enseignement efficace des mathématiques, de la 4e à la 6e année – Numération et sens du nombre,* 2008, p. 49-54). Le raisonnement proportionnel permet de reconnaître la relation d'équivalence entre deux situations de probabilité, contribuant ainsi à la compréhension du concept de probabilité théorique. L'enseignant ou l'enseignante doit proposer aux élèves diverses activités qui incitent les élèves à établir ce lien.

Exemple

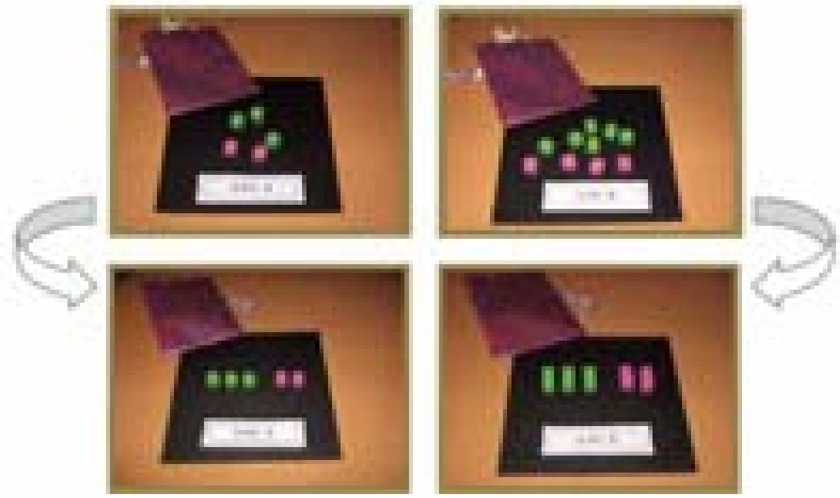
L'enseignant ou l'enseignante présente aux élèves deux sacs et leur contenu. Le sac A contient 3 cubes verts et 2 cubes mauves. Le sac B contient 6 cubes verts et 4 cubes mauves. Il ou elle leur demande : « Selon vous, avec quel sac a-t-on une plus grande probabilité de piger un cube vert? »


Un ou une élève répond : « Je crois que c'est avec le sac B, parce qu'il y a plus de cubes verts; j'ai donc plus de possibilités d'en piger un. » Cette réflexion est typique d'un apprenant ou d'une apprenante qui n'a pas encore acquis un raisonnement proportionnel dans un contexte de probabilité. Il ou elle n'a pas réalisé que les deux situations sont équivalentes puisqu'on a doublé à la fois le nombre de cubes verts et le nombre de cubes mauves.

Un ou une autre élève indique : « La probabilité de piger un cube vert du sac A est de $\frac{3}{5}$ alors qu'avec le sac B, la probabilité est de $\frac{6}{10}$. Puisque $\frac{3}{5} = \frac{6}{10}$, la probabilité est donc la même pour chaque sac. » Cette réponse démontre l'application du raisonnement proportionnel dans un contexte de fractions équivalentes.

Enfin, un ou une autre élève réorganise les cubes comme dans les photos suivantes et conclut :

« Dans le sac A, je vois 3 cubes verts sur un total de 5 cubes, alors que dans le sac B, je vois 3 groupes de cubes verts sur un total de 5 groupes. Je juge qu'il est aussi probable de piger un cube vert du sac A que du sac B. » La réorganisation des cubes est une façon concrète de représenter la relation de proportionnalité.



Autres situations

Au fur et à mesure que les élèves acquièrent une compréhension du concept de probabilité théorique dans le cadre de situations simples, l'enseignant ou l'enseignante peut leur présenter des situations qui nécessitent davantage de réflexion. Par exemple, il ou elle peut proposer des situations comprenant deux choix successifs (exemple 1 ci-dessous), des situations comprenant une expérience répétée (exemple 2, p. 147) ou des situations qui font appel à une simulation (voir *Les météorites,* p. 163-164). L'enseignant ou l'enseignante peut aussi profiter de ces situations pour faire ressortir certaines erreurs ou méprises communes en probabilité (voir *Scénario pédagogique,* p. 151-155).

Dans chaque cas, il importe toutefois d'y aller à petits pas, de s'en tenir à des situations relativement simples et de s'assurer que les élèves comprennent bien les notions de probabilité qu'elles recèlent. Sinon, les élèves risquent de construire des méprises qu'ils auront de la difficulté à déconstruire.

Exemple 1 : Situation comprenant deux choix successifs

L'enseignant ou l'enseignante présente aux élèves la situation suivante :

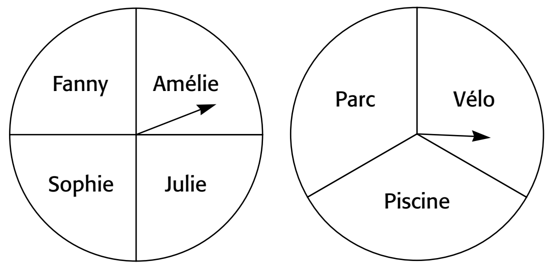
> *Véronique aimerait faire une activité avec une de ses amies. Elle hésite entre demander à Amélie, à Julie, à Sophie ou à Fanny, et elle hésite entre aller au parc, faire du vélo ou aller à la piscine. Si elle décide de choisir l'amie et l'activité au hasard, quelle est la probabilité que Véronique :*

a) se rende à la piscine avec Julie?

b) fasse une activité avec Fanny?

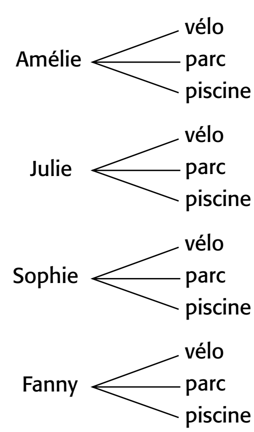
c) fasse du vélo?

Les élèves peuvent dessiner deux roulettes pour mieux visualiser la situation.



On s'intéresse à la probabilité des résultats combinés lorsqu'on fait tourner les deux flèches. Il faut d'abord déterminer et énumérer les résultats équiprobables possibles. Si la première flèche s'arrête sur le nom *Amélie,* la deuxième flèche peut s'arrêter sur l'activité *Parc, Vélo* ou *Piscine*. La même chose se produit si la première flèche s'arrête sur le nom *Julie, Sophie* ou *Fanny*. On voit rapidement qu'il y a 12 résultats équiprobables et on peut les représenter à l'aide :

- d'un diagramme en arbre;



- d'un tableau;

	Vélo	**Parc**	**Piscine**
Amélie	vélo avec Amélie	parc avec Amélie	piscine avec Amélie
Julie	vélo avec Julie	parc avec Julie	piscine avec Julie
Sophie	vélo avec Sophie	parc avec Sophie	piscine avec Sophie
Fanny	vélo avec Fanny	parc avec Fanny	piscine avec Fanny

- d'une liste ordonnée.

Amélie et vélo, parc, piscine	OU	Vélo avec Amélie, Julie, Sophie ou Fanny
Julie et vélo, parc, piscine		Parc avec Amélie, Julie, Sophie ou Fanny
Sophie et vélo, parc, piscine		Piscine avec Amélie, Julie, Sophie ou Fanny
Fanny et vélo, parc, piscine		

Peu importe la représentation utilisée, les élèves peuvent ensuite voir qu'il y a 1 seul résultat parmi les 12 résultats équiprobables possibles qui correspond à la sortie à la piscine avec Julie. La probabilité que Véronique se rende à la piscine avec Julie est donc égale à $\frac{1}{12}$. Pour répondre aux deux autres questions, les élèves peuvent se référer aux 12 résultats possibles ou seulement à la roulette correspondant à la question. Ainsi, la probabilité que Véronique fasse une activité avec Fanny est égale à $\frac{3}{12}$ ou $\frac{1}{4}$. La probabilité qu'elle fasse du vélo est égale à $\frac{4}{12}$ ou $\frac{1}{3}$.

Après avoir déterminé ces probabilités, les élèves peuvent réaliser une expérience de probabilité pour vérifier la vraisemblance de leurs réponses en utilisant deux roulettes comme celles présentées ci-dessus. Ils peuvent aussi placer 4 jetons de couleur différente dans un premier sac et 3 jetons de couleur différente dans un deuxième sac. Chaque jeton du premier sac est associé à une des 4 amies et chaque jeton du deuxième sac est associé à une des 3 activités. L'expérience consiste alors à piger un jeton de chaque sac et à noter les résultats. L'enseignant ou l'enseignante doit rappeler aux élèves l'importance d'effectuer l'expérience un nombre suffisant de fois.

Note : Les situations impliquant des choix successifs font appel à la pensée combinatoire, une pensée qui est en émergence au cycle moyen. Il est donc recommandé de ne pas aller au-delà de deux choix successifs et de limiter le nombre de résultats possibles. Sinon, l'énumération de l'ensemble des résultats devient fastidieuse et il se peut que les élèves apprennent à traiter ces situations par obéissance plutôt que par logique.

Exemple 2 : Situation comprenant une expérience répétée

L'enseignant ou l'enseignante présente aux élèves un sac contenant une bille rouge, une bille verte et une bille bleue. La situation consiste à piger, à deux reprises, une bille du sac et à noter sa couleur. Entre les deux tirages, la bille doit être remise dans le sac. Il ou elle leur demande de déterminer la probabilité d'obtenir :

a) deux billes rouges;

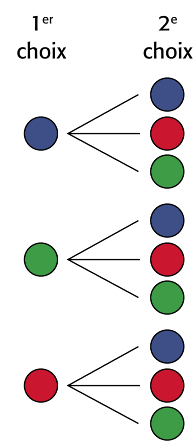
b) une bille rouge et une bille bleue;

c) deux billes de couleur différente.

Cette situation s'apparente à la situation comprenant deux choix successifs présentée précédemment. La seule différence c'est que les deux choix comportent les mêmes possibilités de résultats.

Pour résoudre ce problème, les élèves doivent énumérer l'ensemble des 9 résultats équiprobables possibles. Pour ce faire, ils peuvent utiliser :

- un diagramme en arbre;



- un tableau;

	Bleue	Verte	Rouge
Bleue	BB	BV	BR
Verte	VB	VV	VR
Rouge	RB	RV	RR

- une liste ordonnée.

bleue, bleue	verte, bleue	rouge, bleue
bleue, verte	verte, verte	rouge, verte
bleue, rouge	verte, rouge	rouge, rouge

À partir de ces résultats, les élèves peuvent déterminer que la probabilité d'obtenir :

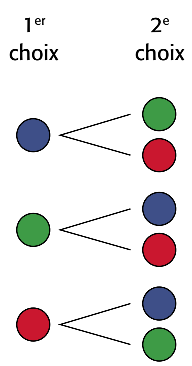
a) deux billes rouges est égale à $\frac{1}{9}$;

b) une bille rouge et une bille bleue est égale à $\frac{2}{9}$;

c) deux billes de couleur différente est égale à $\frac{6}{9}$.

Les élèves devraient ensuite avoir l'occasion de vérifier la vraisemblance de leurs réponses en effectuant une expérience de probabilité.

Notons que dans cette situation d'expérience répétée, le résultat de la deuxième expérience ne dépend pas du résultat de la première. En mathématiques, on dit que ce sont des **résultats indépendants**. C'est là une autre occasion pour les élèves de comprendre l'idée que le hasard n'a pas de mémoire (voir p. 133). Or, il existe des situations d'expériences répétées où le résultat de la deuxième expérience dépend du résultat de la première. En mathématiques, on dit que ce sont des **résultats dépendants**. Par exemple, dans la situation précédente, si la bille n'est pas replacée dans le sac à la suite du premier tirage, il ne reste que deux résultats possibles lors du deuxième tirage. Le nombre total de résultats équiprobables possibles est ainsi réduit à 6 comme le démontre le diagramme suivant.



Dans cette situation, la probabilité d'obtenir :

a) deux billes rouges est égale à 0;

b) une bille rouge et une bille bleue est égale à $\frac{2}{6}$;

c) deux billes de couleur différente est égale à 1.

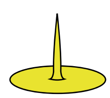
PROBABILITÉ EXPÉRIMENTALE

La probabilité expérimentale est utilisée dans des situations où il est impossible de déterminer la probabilité théorique d'un événement ou d'un résultat en particulier. C'est le cas, par exemple, des prévisions météorologiques, de l'évaluation de l'espérance de vie ou de la probabilité de réussir un lancer franc au basket-ball. Selon le programme-cadre, c'est en 6e année que les élèves voient le concept de probabilité expérimentale pour la première fois.

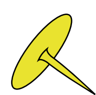
L'apprentissage de ce concept devrait se faire dans le cadre de situations concrètes. Par exemple, l'enseignant ou l'enseignante peut présenter diverses situations impliquant l'activité de piger un objet d'un sac dont le contenu exact est inconnu (voir *De quelle couleur sera le jeton?*, p. 229-250). Il ou elle peut aussi présenter des situations où les résultats possibles ne sont pas nécessairement équiprobables.

Exemple

L'enseignant ou l'enseignante a une boîte de punaises identiques. Il ou elle montre aux élèves que si on lance une punaise dans les airs, elle peut tomber en pointant vers le haut ou vers le bas.



Pointe vers le haut



Pointe vers le bas

Même s'il n'y a que 2 résultats possibles, rien ne nous permet de croire qu'ils sont équiprobables. Il n'est donc pas possible de déterminer la probabilité théorique de chacun. L'enseignant ou l'enseignante rappelle alors aux élèves qu'à diverses occasions, ils avaient :

- déterminé la probabilité théorique d'un résultat quelconque;
- réalisé une expérience de probabilité pour en vérifier la vraisemblance;
- constaté qu'avec un nombre assez élevé d'essais, le rapport entre la fréquence du résultat recherché et le nombre d'essais était comparable à la probabilité théorique.

Il ou elle leur explique que la probabilité expérimentale fait appel à ce constat, c'est-à-dire que si on effectue une expérience de probabilité suffisamment de fois et qu'on note la fréquence de chaque résultat, cette fréquence peut être utilisée pour déterminer une approximation de la probabilité théorique.

L'enseignant ou l'enseignante groupe les élèves par deux et remet une punaise à chaque équipe. Il ou elle leur demande d'effectuer 20 lancers, de noter les résultats et d'indiquer à l'aide d'une fraction ce qui pourrait être la probabilité de chaque résultat. Par exemple, une équipe obtient les résultats suivants : 12 fois la pointe vers le haut et 8 fois la pointe vers le bas. Les élèves pourraient alors dire que la probabilité que la punaise tombe en pointant vers le haut est d'environ $\frac{12}{20}$ et que la probabilité qu'elle tombe en pointant vers le bas est d'environ $\frac{8}{20}$.

L'enseignant ou l'enseignante anime ensuite un échange mathématique afin de faire ressortir la variabilité des réponses des différentes équipes. Il ou elle leur suggère de faire le total des fréquences obtenues par chacune des équipes afin d'obtenir une approximation plus fiable de chacune des probabilités.

SCÉNARIO PÉDAGOGIQUE

Dans ce qui suit, on présente le scénario pédagogique d'une situation de probabilité pour illustrer de quelle façon l'enseignant ou l'enseignante peut amener les élèves à développer une meilleure compréhension des concepts liés à la probabilité théorique et à acquérir, par le fait même, une pensée probabiliste plus approfondie. Cette activité fait aussi ressortir une erreur que plusieurs personnes font lorsqu'il est question de probabilité, soit celle de ne pas tenir compte de tous les résultats possibles.

Le jeu des jetons bicolores

L'enseignant ou l'enseignante groupe les élèves par trois et remet à chaque équipe 2 jetons bicolores (p. ex., un côté vert et un côté rouge). Il ou elle leur présente ensuite la situation suivante :

> Un jeu est **juste** si la probabilité de gagner pour chaque personne est la même.

Trois élèves décident de jouer à un jeu qui consiste à lancer en l'air deux jetons bicolores. Ils s'entendent au préalable sur ce qui suit : l'élève A gagne si le résultat des lancers correspond à 2 côtés verts ( ), l'élève B gagne si le résultat correspond à 2 côtés rouges ( ) et l'élève C gagne si le résultat correspond à 2 couleurs différentes ( ). Selon vous, ce jeu est-il juste?

1re étape : La prise de position

L’enseignant ou l’enseignante demande d’abord à chaque élève d’indiquer aux autres membres de son équipe s’il ou elle pense que le jeu est juste ou non, sans donner de raison.

Note : Le fait de demander aux élèves de prendre position dès le début de l’activité suscite leur intérêt et leur engagement. En effet, ils auront tendance ensuite à vouloir démontrer qu’ils ont raison, et si ce n’est pas le cas, ils voudront comprendre pourquoi. De plus, puisque les élèves risquent de baser leur réponse sur une compréhension intuitive de la probabilité, l’enseignant ou l’enseignante pourra avoir une bonne idée de leur niveau de pensée probabiliste et pourra évaluer dans quelle mesure les fausses conceptions de la probabilité sont présentes.

L’enseignant ou l’enseignante demande ensuite à chaque élève de justifier sa prise de position auprès des autres membres de son équipe. Par exemple, l’élève A pourrait affirmer que le jeu est juste puisqu’on a attribué à chacun des élèves un des trois résultats qu’il est possible d’obtenir à la suite du lancer des 2 jetons bicolores, soit R R, R V et V V. Les élèves doivent discuter entre eux des arguments présentés et tenter de s’entendre sur une prise de position commune pour l’équipe. Certains élèves pourraient être étonnés de voir que ce qu’ils perçoivent comme étant une évidence peut être perçu différemment par les autres. Ces remises en question contribuent grandement à faire changer certaines des fausses conceptions en probabilité.

2e étape : L’expérience

L’enseignant ou l’enseignante suggère ensuite aux élèves d’effectuer une expérience afin de vérifier si la position retenue par leur équipe semble correcte. Chaque équipe doit lancer les deux jetons 10 fois, noter les résultats et les analyser pour voir si ces derniers confirment ou infirment leur position.

L’enseignant ou l’enseignante prépare un tableau des résultats et demande à chaque équipe d’y inscrire leurs données. Voici un exemple de résultats possibles.

Résultats des lancers des jetons bicolores

Équipe	Rouge, Rouge	Vert, Vert	Rouge, Vert
équipe 1	3	3	4
équipe 2	5	0	5
équipe 3	2	2	6
équipe 4	3	2	5
équipe 5	1	3	6
équipe 6	3	4	3
équipe 7	2	0	8
équipe 8	1	2	7
équipe 9	5	2	3
équipe 10	2	4	4

L'enseignant ou l'enseignante anime une discussion au sujet des résultats présentés dans le tableau en posant des questions telles que :

– « Y a-t-il des équipes qui ont modifié leur position initiale, à savoir si le jeu est juste ou pas, à la suite des résultats obtenus? Si oui, pourquoi? »

Note : Compte tenu du nombre restreint d'essais, il est fort possible que la position d'une équipe soit la bonne, mais que les résultats de l'expérience laissent croire le contraire.

– « Que constatez-vous lorsque vous comparez les résultats obtenus par les différentes équipes? » (*Il y a une grande variabilité dans les résultats.*)

– « Selon les résultats, quelles équipes pourraient conclure que le jeu est juste? qu'il n'est pas juste? »

L'enseignant ou l'enseignante discute ensuite avec les élèves de la difficulté pour chaque équipe de tirer des conclusions à partir de seulement 10 essais. Afin d'augmenter la fiabilité des conclusions, il ou elle leur suggère de considérer l'ensemble des résultats de toutes les équipes. En faisant la somme des résultats dans chaque colonne, on obtient le tableau qui suit.

Résultats des lancers des jetons bicolores

	Rouge, Rouge	Vert, Vert	Rouge, Vert
Total des 100 essais	27	22	51

L'enseignant ou l'enseignante incite les élèves à analyser ces données en posant des questions telles que :

– « Que constatez-vous au sujet du nombre de résultats R R et V V? » (*Le nombre de résultats R R est très semblable au nombre de résultats V V.*)

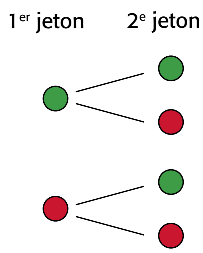
– « Que constatez-vous au sujet du nombre de résultats R V? » (*Il est nettement plus élevé que le nombre de résultats R R et que le nombre de résultats V V. En fait, il est presque équivalent à la somme des résultats R R et V V.*)

– « Qu'est-ce que ces données semblent indiquer au sujet du jeu? Pourquoi? » (*Les données semblent indiquer que le jeu n'est pas juste parce que l'élève C semble avoir une plus grande probabilité de gagner que les deux autres élèves.*)

– « Si on faisait 100 autres essais, est-il possible que les données nous portent à penser que le jeu est juste? » (*Si on tient compte de la variabilité des résultats obtenus par chacune des équipes, ceci est en effet possible.*)

3e étape : La théorie

L'enseignant ou l'enseignante souligne aux élèves qu'il serait important de trouver une autre façon de déterminer si le jeu est juste ou pas. Il ou elle leur suggère d'analyser plus attentivement les résultats qu'il est possible d'obtenir à la suite du lancer de deux jetons bicolores. Pour faciliter cette analyse, il ou elle inscrit le nombre 1 sur les deux côtés du premier jeton et le nombre 2 sur les deux côtés du deuxième jeton. Il ou elle leur explique ensuite que si on lance le premier jeton, deux résultats sont possibles, soit un côté vert ou un côté rouge et que ces deux résultats sont équiprobables. Puis, à la suite de chacun de ces deux résultats, on peut aussi obtenir un côté vert ou un côté rouge avec le lancer du deuxième jeton. Les résultats des lancers des deux jetons peuvent être représentés par le diagramme en arbre ou par le tableau suivants.



	2e jeton 🟢	**2e jeton** 🔴
1er jeton 🟢	🟢🟢	🟢🔴
1er jeton 🔴	🔴🟢	🔴🔴

En examinant ces résultats, on constate qu'il y a 1 façon d'obtenir deux jetons verts, 1 façon d'obtenir deux jetons rouges et 2 façons d'obtenir deux jetons de couleur différente. La probabilité d'obtenir deux jetons de couleur différente est donc plus grande que celle d'obtenir deux jetons rouges ou que celle d'obtenir deux jetons verts, ce qui confirme que le jeu proposé n'est pas juste.

On peut aussi observer qu'il y a 2 façons d'obtenir deux jetons de couleurs différentes (V R et R V) et 2 façons d'obtenir deux jetons de la même couleur (R R et V V). La probabilité d'obtenir deux couleurs différentes est donc égale à la probabilité d'obtenir la même couleur. Les résultats des 100 essais présentés dans le tableau à la page précédente illustrent assez bien ces probabilités (51 résultats R V ou V R et 49 résultats R R ou V V).

L'enseignant ou l'enseignante peut aussi demander aux élèves si les conclusions seraient différentes dans une situation où un même jeton bicolore est lancé à deux reprises. L'objectif est de les amener à reconnaître que les deux situations sont identiques puisqu'il s'agit de résultats indépendants, c'est-à-dire que le résultat du lancer du deuxième jeton ne dépend pas du résultat du lancer du premier jeton. Il n'y a donc pas de différence, en ce qui a trait aux possibilités, entre deux lancers successifs d'un seul jeton ou d'un seul lancer de deux jetons.

Note : Plusieurs élèves ont de la difficulté à accepter que leur prise de position initiale ne soit pas correcte, même lorsqu'une explication théorique leur est fournie. Pour les aider, il est important de les exposer à une variété d'expériences de probabilité.

ÉTABLIR DES LIENS

> *Les élèves doivent se rendre compte que « … les mathématiques sont beaucoup plus qu'un ensemble de notions théoriques et pratiques isolées. Les enseignantes et enseignants encouragent les élèves à découvrir de quelles façons les mathématiques sont reliées à leurs expériences quotidiennes afin de leur permettre d'en comprendre l'utilité et la pertinence, à l'école et ailleurs. »*
>
> (Ministère de l'Éducation de l'Ontario, 2005, p. 19)

Afin de faciliter l'apprentissage des concepts en traitement des données et probabilité, l'enseignant ou l'enseignante doit fournir aux élèves des occasions d'établir des liens entre ces concepts et :

- des expériences de la vie quotidienne;
- des concepts dans les autres domaines de mathématiques;
- des concepts dans les autres matières;
- différentes professions.

Voici quelques exemples d'activités qui permettent de créer de tels liens ainsi que des exemples de professions qui demandent une bonne connaissance des concepts en traitement des données et probabilité.

Liens avec des expériences de la vie quotidienne

Exemple 1 : Les statistiques dans les sports

Cette activité permet aux élèves d'utiliser leur connaissance de divers concepts en traitement des données et probabilité pour analyser et comparer le rendement de différentes équipes sportives à un moment donné de leur saison.

L'enseignant ou l'enseignante présente aux élèves le classement d'équipes de hockey, de football ou de basket-ball tel qu'on le retrouve dans les journaux ou dans des sites Internet comme celui du Réseau des sports (RDS) [www.rds.ca], de la Ligue nationale de hockey (LNH) [www.nhl.com] ou encore de la Ligue canadienne de football (LCF) [www.lcf.ca]. Il ou elle leur demande de représenter, à l'aide d'un diagramme, différents aspects de leur rendement.

Voici, par exemple, le classement des 6 équipes canadiennes de la LNH après les 20 premières parties de la saison 2008-2009.

Équipe	PJ	V	D	DP	PTS	BP	BC
Vancouver	20	12	6	2	**26**	63	49
Montréal	20	11	5	4	**26**	61	55
Calgary	20	11	8	1	**23**	57	63
Edmonton	20	9	9	2	**20**	53	62
Toronto	20	7	8	5	**19**	63	72
Ottawa	20	7	9	4	**18**	48	51
PJ : Parties jouées		**V** : Victoires		**D** : Défaites	**DP** : Défaites en prolongation		
Pts : Points		**BP** : Buts pour			**BC** : Buts contre		

Données tirées du site de la LNH [www.NHL.com], consulté le 24 novembre 2008.

Au début du cycle moyen, l'enseignant ou l'enseignante peut demander aux élèves :

- de représenter par un diagramme les victoires, les défaites, les points accumulés, les buts pour ou les buts contre des 6 équipes afin de les comparer;
- de comparer les victoires et les défaites ou les buts pour et les buts contre de chaque équipe à l'aide d'un diagramme à bandes doubles.

Vers la fin du cycle moyen, l'enseignant ou l'enseignante peut demander aux élèves de déterminer, pour chacune des équipes :

- le pourcentage de victoires (p. ex., Vancouver : $\frac{12}{20} = 60\ \%$) et de défaites (p. ex., Ottawa : $\frac{9}{20} = 45\ \%$), puis de représenter ces données à l'aide d'un diagramme de leur choix;
- la moyenne par partie de buts marqués ou de buts accordés et de les comparer à l'aide d'un diagramme;
- la moyenne par partie de points accumulés.

Il ou elle peut ensuite leur demander de se baser sur ces statistiques pour faire des prédictions quant au nombre de victoires ou de défaites de chaque équipe pour la saison complète (82 parties) ou quant au nombre de points que chacune devrait accumuler au cours des 10 ou 20 prochaines parties. À la fin de la saison, les élèves pourraient vérifier dans quelle mesure leurs prédictions se sont réalisées.

Exemple 2 : Les élections

Cette activité permet aux élèves d'utiliser leur connaissance de divers concepts en traitement des données et probabilité pour analyser et comparer les résultats d'une élection fédérale.

L'enseignant ou l'enseignante peut préparer un tableau semblable à celui ci-après à l'aide des résultats publiés dans les journaux ou dans des sites Internet comme celui d'Élections Canada (www.elections.ca) ou d'Élections Ontario (www.elections.on.ca).

Voici les résultats du vote lors de la 40e élection générale au Canada tenue le 14 octobre 2008.

Parti	Nombre de députés élus	Pourcentage de votes obtenus
Bloc Québécois	50	10,0
Conservateur	143	37,6
Indépendant	2	0,7
Libéral	76	26,2
Nouveau Parti démocratique	37	18,2
Parti Vert	0	6,8
Autres	0	0,5
Total	308	100,0
Participation électorale : 13 832 972 sur 23 401 064 électeurs inscrits (59,1 %)		

Données tirées du site d'Élections Canada [enr.elections.ca/National_f.aspx], consulté le 2 décembre 2008.

Au début du cycle moyen, l'enseignant ou l'enseignante peut demander aux élèves de représenter par un diagramme le nombre de députés des différents partis ou le pourcentage de votes obtenus par chacun des partis.

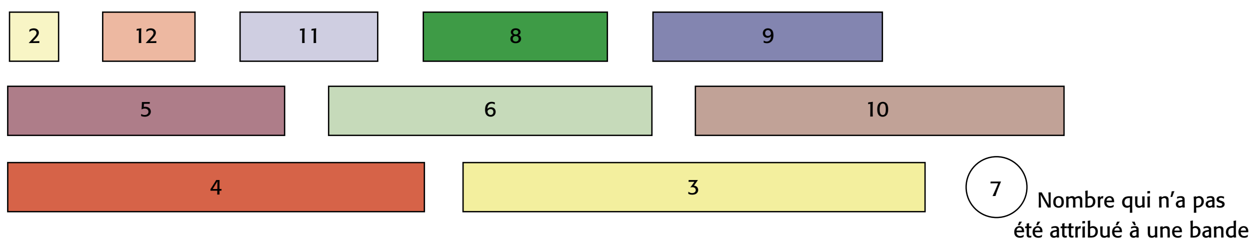
À la fin du cycle moyen, l'enseignant ou l'enseignante peut demander aux élèves de déterminer le pourcentage de députés de chaque parti (p. ex., députés du Parti Conservateur : $\frac{143}{308} = 46,4\ \%$) et de construire un diagramme à bandes doubles pour comparer le pourcentage de députés élus avec le pourcentage de votes obtenus. Les élèves peuvent par la suite analyser ce diagramme et en tirer des conclusions.

Liens avec des concepts dans les autres domaines de mathématiques

Exemple 1 : Des choix stratégiques

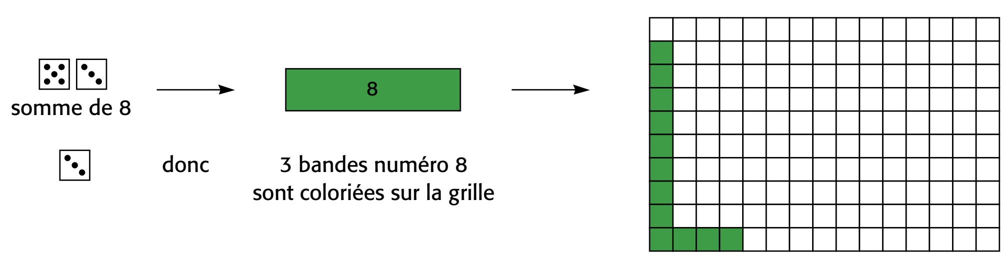
Cette activité fait appel à des concepts en traitement des données et probabilité ainsi qu'en géométrie et sens de l'espace.

L'enseignant ou l'enseignante forme des équipes de deux élèves et remet à chacune deux dés et deux copies de l'annexe 1 (p. 166). Il ou elle demande à chaque élève d'inscrire un nombre de 2 à 12 sur chacune des 10 bandes apparaissant sur sa copie de l'annexe 1. Un nombre ne peut être utilisé qu'une fois et le nombre qui n'a pas été attribué à une bande doit être inscrit à côté, comme dans l'exemple suivant. Les élèves doivent ensuite colorier chaque bande d'une couleur différente et les découper.

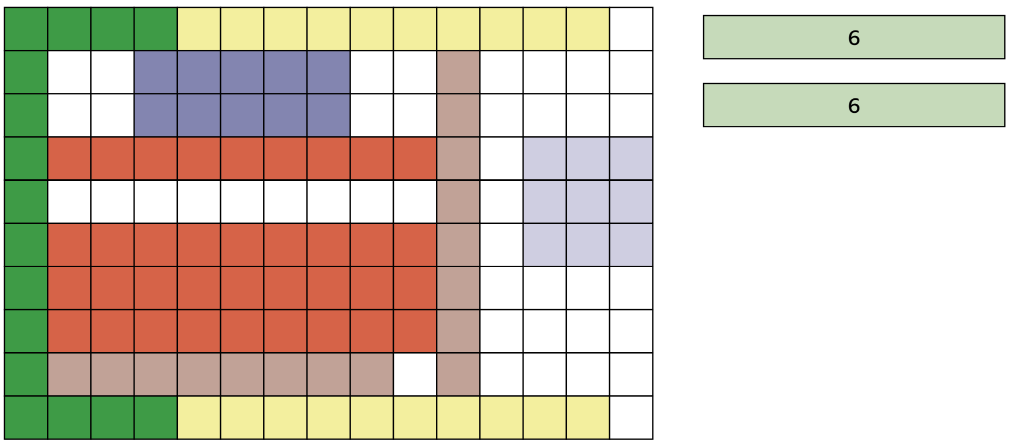


L'enseignant ou l'enseignante propose ensuite aux élèves un jeu qui consiste à colorier le plus grand nombre possible de carrés sur la grille de jeu de 10 unités sur 15 unités (Annexe 1). À tour de rôle, chaque élève lance les deux dés, note la somme et prend la bande dont le numéro correspond à cette somme. Ce sont des bandes de cette longueur qu'il ou elle devra colorier sur sa grille. L'élève lance ensuite un seul dé afin de déterminer combien de bandes de cette longueur il ou elle doit colorier, à l'endroit de son choix, sur sa grille. Par exemple :

- si l'élève obtient une somme de 8 avec les deux dés et un 3 avec un dé, il ou elle doit colorier sur sa grille 3 bandes qui ont la même longueur que la bande numéro 8;



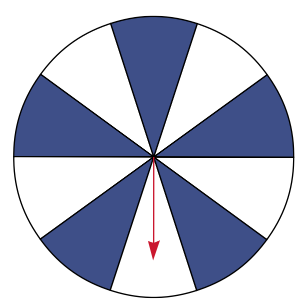
- si l'élève obtient une somme correspondant au nombre qui n'a pas été attribué à une bande (p. ex., 7), il ou elle lance d'abord le dé pour déterminer le nombre de bandes à colorier sur sa grille, puis il ou elle choisit la bande qui lui semble la plus appropriée;
- si l'élève ne peut pas exécuter la tâche, comme illustré ci-dessous (colorier 2 bandes numéro 6), il ou elle passe son tour.



Le jeu se poursuit jusqu'au moment où les deux joueurs ou joueuses, un à la suite de l'autre, doivent passer leur tour. La personne qui gagne est alors celle qui a le moins de carrés blancs sur sa grille.

Lorsque le jeu est terminé, l'enseignant ou l'enseignante peut proposer aux élèves de jouer une autre partie en tentant cette fois de parfaire leur stratégie. Ensuite, il ou elle discute avec le groupe classe des diverses stratégies utilisées.

Exemple 2 : Des probabilités équivalentes

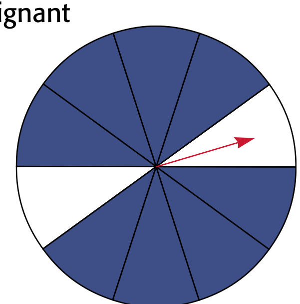


Cette activité fait appel à des concepts en traitement des données et probabilité, ainsi qu'en numération et sens du nombre.

L'enseignant ou l'enseignante groupe les élèves par deux et remet à chaque équipe une copie de l'annexe 2 (p. 167). Il ou elle leur demande de représenter, à l'aide d'une fraction, la probabilité que l'aiguille sur la figure 1 s'arrête dans un secteur bleu. Il ou elle leur demande ensuite de colorier les deux autres roulettes (Figures 2 et 3) de sorte que la probabilité que l'aiguille s'arrête dans un secteur bleu sur chacune soit équivalente à celle obtenue avec la roulette de la figure 1.

Au cours d'une mise en commun, l'enseignant ou l'enseignante demande aux élèves d'expliquer leur raisonnement et leur demande si la taille de la roulette a une influence sur la probabilité d'obtenir un résultat quelconque.

L'enseignant ou l'enseignante distribue ensuite à chaque équipe un sac de papier ainsi que des jetons bleus et des jetons blancs. Il ou elle leur demande de placer dans le sac un certain nombre de jetons de chaque couleur de façon à ce que la probabilité de piger un jeton bleu soit équivalente à celle obtenue avec les roulettes. Par la suite, quelques équipes présentent à la classe le contenu de leur sac et expliquent la stratégie utilisée. L'enseignant ou l'enseignante incite les élèves à faire des liens entre les résultats obtenus et le concept de fractions équivalentes.



Variante : Reprendre la même démarche à partir d'une roulette sur laquelle le rapport entre le nombre de secteurs bleus et le nombre de secteurs blancs est différent (p. ex., 4 : 1).

Liens avec des concepts dans les autres matières

Exemple 1 : Des jeux pour les jours pluvieux!

Cette activité intègre des concepts en traitement des données et probabilité, ainsi qu'en français.

L'enseignant ou l'enseignante présente aux élèves divers jeux qui requièrent l'utilisation d'un dé, d'une roulette ou de tout autre matériel qui permet de générer des résultats aléatoires (voir *Matériel de manipulation,* p. 139-140). Il ou elle discute avec eux de la différence entre les jeux de hasard et les jeux de mémoire ou d'adresse.

L'enseignant ou l'enseignante groupe ensuite les élèves par quatre et leur propose l'activité suivante. Chaque équipe doit inventer un jeu de hasard simple en utilisant le modèle de son choix pour générer des résultats aléatoires, puis elle doit rédiger, de façon claire et concise, les règles de ce jeu. L'enseignant ou l'enseignante met à leur disposition le matériel nécessaire à la réalisation du jeu (p. ex., petits cubes, sacs opaques, jeux de cartes, papier de bricolage, marqueurs).

Lorsque les élèves ont terminé, chaque équipe échange son jeu avec une autre équipe. L'enseignant ou l'enseignante alloue suffisamment de temps pour permettre aux élèves d'essayer le jeu d'une autre équipe et de formuler des suggestions pour améliorer ou modifier le jeu s'il y a lieu.

Une fois les jeux modifiés ou améliorés à la suite des suggestions de leurs pairs, chaque équipe doit créer une annonce publicitaire pour faire la promotion de son nouveau jeu. L'enseignant ou l'enseignante revoit avec eux les composantes de l'annonce publicitaire. Finalement, chaque équipe présente à la classe son jeu à l'aide de son annonce publicitaire et explique comment il se joue.

Note : Tous les jeux peuvent ensuite être rangés et mis à la disposition des élèves à d'autres moments (p. ex., lorsque la récréation se déroule à l'intérieur en raison d'une intempérie).

Annonce publicitaire écrite : Message payé par un annonceur, qui transmet aux lecteurs des informations sur un commerce, un produit, un événement ou un service. Mots accrocheurs et imagés, jeux de mots, logo ou symbole, mise en page originale, emploi de diverses stratégies publicitaires (p. ex., appel aux sens, idée surprenante, humour, pastiche).

(Ministère de l'Éducation de l'Ontario, 2006b, p. 100)

Exemple 2 : Les météorites

Cette activité intègre des concepts en traitement des données et probabilité, ainsi qu'en sciences et technologie.

L'enseignant ou l'enseignante montre aux élèves des photos de météorites et anime une discussion à leur sujet (p. ex., leur composition, leur provenance, la fréquence et les conséquences de leur impact sur la Terre). Il ou elle demande ensuite aux élèves de faire appel à leurs connaissances et de noter sur un bout de papier si, selon eux, il est plus probable qu'une météorite tombe sur la terre ferme ou s'il est plus probable qu'elle tombe dans l'eau. L'enseignant ou l'enseignante détermine, en dénombrant les mains levées, la fréquence de chaque choix et note ces données au tableau. Il ou elle propose ensuite aux élèves de faire un exercice de simulation qui leur permettra d'établir la probabilité expérimentale de chacune des deux possibilités et de constater dans quelle mesure ils ont vu juste.

L'enseignant ou l'enseignante répartit les élèves en deux équipes et demande à chacune de former un cercle. À l'aide d'un marqueur, il ou elle trace un point rouge sur l'index de la main droite de chaque élève et précise que ce point représente une météorite. Il ou elle remet un globe terrestre gonflable à chaque équipe et leur propose la démarche suivante pour simuler la chute d'une météorite.

1. Dans chaque équipe, on lance le globe dans les airs.
2. L'élève qui l'attrape vérifie si le point rouge sur son index se retrouve dans une région du globe qui correspond à la terre ferme ou à l'eau. En cas de doute, on reprend le lancer.
3. Un ou une élève note ce résultat dans un tableau.
4. Chaque équipe répète l'activité jusqu'à ce que 50 données soient enregistrées.

L'enseignant ou l'enseignante totalise ensuite les résultats de chaque équipe afin d'obtenir les données correspondant à 100 lancers. Il ou elle demande aux élèves de déterminer, à l'aide de ces données, la probabilité expérimentale qu'une météorite tombe sur la terre ferme et celle qu'elle tombe dans l'eau, puis de comparer ces probabilités aux prévisions.

L'enseignant ou l'enseignante peut aussi animer une discussion au sujet de la validité d'une telle simulation et de ses résultats. Il ou elle pourrait alors inciter les élèves à faire une recherche sur Internet ou dans un atlas afin de déterminer quel pourcentage de la surface de la Terre est constituée de terre ferme et quel pourcentage de sa surface est constituée d'eau. Puis, en supposant que la force d'attraction est la même dans un cas comme dans l'autre, les élèves pourraient établir la probabilité de chacun des deux événements et les comparer aux probabilités obtenues lors de la simulation.

Variante : Demander aux élèves s'il est plus probable qu'un météorite tombe sur un continent plutôt qu'un autre ou dans un océan plutôt qu'un autre. Afin de vérifier leurs prédictions, leur demander d'effectuer la même expérience, mais en indiquant le nom du continent ou de l'océan à la suite de chaque lancer.

Liens avec des professions

Dans le cadre de la mise en œuvre de la politique *Des choix qui mènent à l'action : Politique régissant le programme d'orientation et de formation au cheminement de carrière dans les écoles élémentaires et secondaires de l'Ontario,* l'enseignant ou l'enseignante doit aider les élèves « … à identifier dans le milieu communautaire les emplois et les professions connexes aux matières étudiées à l'école » (Ministère de l'Éducation de l'Ontario, 1999, p. 8). Pour ce faire, il ou elle peut profiter de toutes les occasions pour mettre en évidence les professions qui nécessitent une bonne compréhension des concepts en traitement des données et probabilité. Le tableau ci-après présente des exemples de telles professions.

Exemple de profession	Courte description du travail
Statisticien ou statisticienne	Il ou elle élabore des questionnaires, effectue des enquêtes dans divers domaines, et présente, analyse et interprète les données.
Démographe	Il ou elle mène des enquêtes, recueille des données et les analyse pour mieux connaître les impacts économiques et sociaux de phénomènes démographiques.
Urbaniste	Il ou elle recueille et analyse des données sur les facteurs démographiques, économiques, juridiques, politiques, culturels, sociologiques, physiques ou autres, influant sur l'utilisation des sols.
Entraîneur ou entraîneuse	Il ou elle analyse les résultats obtenus à la suite de l'observation des athlètes (p. ex., nombre de victoires, nombre de défaites, nombre et force des lancers, nombre de buts, nombre de mètres parcourus) et prépare un programme d'entraînement adapté à leurs besoins.
Professeur ou professeure d'université	Il ou elle enseigne une ou plusieurs matières, dirige des programmes de recherche, exécute des recherches dans son champ de spécialisation et publie les résultats de ses recherches dans des livres ou des revues scientifiques.
Journaliste	Il ou elle recherche, vérifie, commente et communique des nouvelles locales, nationales et internationales au moyen d'interviews, d'enquêtes ou d'observations.

ANNEXE 1

Des choix stratégiques

Inscrire un nombre de 2 à 12 sur chacune des bandes. Chaque nombre doit être inscrit une seule fois.

Nombre qui n'a pas été attribué à une bande

Grille de jeu

ANNEXE 2

Des probabilités équivalentes

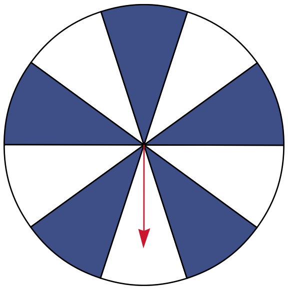


Figure 1

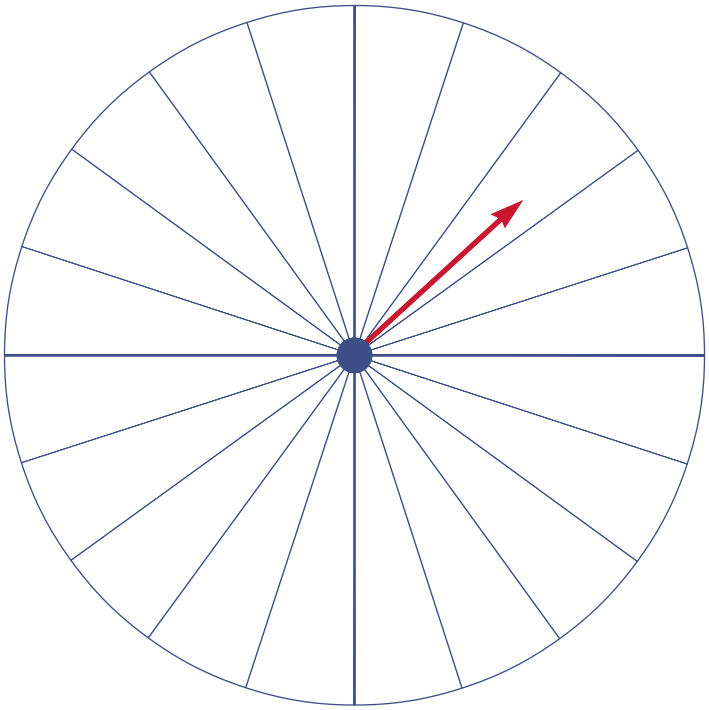


Figure 2

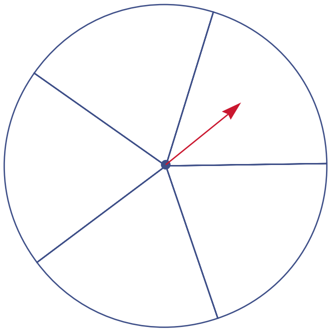


Figure 3

CHEMINEMENT DE L'ÉLÈVE

Les élèves poursuivent leur apprentissage en traitement des données et probabilité en s'appuyant sur les connaissances acquises au cours des années précédentes et sur l'acquisition d'un nouveau vocabulaire et de nouvelles habiletés.

Les tableaux 1 et 2 ci-après présentent une synthèse du vocabulaire et des habiletés relatifs aux concepts en traitement des données et probabilité à l'étude au cycle primaire et une progression du vocabulaire et des habiletés à développer au cours de la 4e à la 6e année.

Note : Sous chacune des années d'études sont inscrits seulement le vocabulaire et les habiletés présentés pour la première fois. Toutefois, afin de s'assurer que les élèves en poursuivent l'acquisition et la consolidation tout au long du cycle moyen, l'enseignant ou l'enseignante doit tenir compte de l'ensemble du tableau lors de sa planification.

Tableau de progression 1 - Vocabulaire

		Synthèse du cycle primaire	4ᵉ année	5ᵉ année	6ᵉ année
Vocabulaire	Traitement des données	• Comparer • Trier • Classer • Classifier • Attribut • Données • Recueillir • Enregistrer • Tableau • Sondage • Collecte de données • Diagramme concret • Diagramme à pictogrammes • Données primaires • Diagramme à bandes • Diagramme de Venn • Diagramme de Carroll • Critère • Questionnaire de sondage • Légende • Axe gradué • Échelle • Intervalle • Interpréter • Plus que • Moins que • Autant que • Plusieurs • Aucun	• Question statistique • Tableau des effectifs • Diagramme à bandes horizontales • Diagramme à bandes verticales • Ligne de dénombrement	• Enquête • Données secondaires • Tableau de corrélation • Diagramme à bandes doubles • Mesure statistique • Mode	• Population d'un sondage • Échantillon d'un sondage • Diagramme à ligne brisée • Diagramme à tiges et à feuilles • Inférence • Argument • Étendue • Moyenne • Médiane
	Probabilité	• Quelquefois • Toujours • Jamais • Vraisemblable • Invraisemblable • Très vraisemblable • Peu vraisemblable • Certain • Possible • Impossible • Probabilité • Événement • Expérience de probabilité • Prédire • Prédiction • Probable • Résultat • Ligne de probabilité • Ligne de fréquence • Ligne de certitude	• Probabilité • Très probable • Peu probable • Également probable • Plus probable • Moins probable • Liste ordonnée • Diagramme en arbre • Hasard • Chance • Possibilités • Variabilité • Résultats équiprobables	• Probabilité théorique • Ensemble des résultats possibles	• Probabilité expérimentale • Résultats dépendants • Résultats indépendants • Pourcentage

Tableau de progression 2 - Habiletés

		Synthèse du cycle primaire	4e année	5e année	6e année
Habiletés	**Traitement des données**	**Comparer, trier, classer et classifier** des objets, des images et des symboles selon un ou deux attributs. **Classifier,** en utilisant les diagrammes de Venn et de Carroll, des objets et des renseignements en fonction de deux critères. **Déterminer** à partir d'objets préalablement classés, les attributs ou les critères qui ont été utilisés pour le classement. **Formuler,** lors de la préparation de son propre questionnaire de sondage, jusqu'à trois questions ayant un nombre limité de réponses. **Effectuer** un sondage, recueillir les données primaires à partir de ce sondage et les **enregistrer** dans un tableau. **Construire** des diagrammes à pictogrammes et **inscrire** la légende appropriée. **Construire** des diagrammes à bandes dont les axes sont gradués selon une échelle appropriée.	**Formuler** des questions ayant un nombre limité de réponses. **Effectuer** un sondage. **Enregistrer** les données primaires à l'aide d'un tableau des effectifs. **Décrire** les résultats et la méthode de collecte de données. **Construire,** à la main et à l'ordinateur, des diagrammes. **Choisir** une échelle appropriée pour graduer l'axe. **Interpréter** les données présentées dans un tableau ou un diagramme. **Formuler** des conclusions.	**Concevoir** et **mener** une expérience, une enquête ou un sondage. **Recueillir** des données primaires. **Comparer** des données primaires à des données secondaires portant sur le même sujet. **Enregistrer** des données primaires et secondaires à l'aide d'un tableau de corrélation. **Construire,** à la main et à l'ordinateur, un diagramme à bandes doubles. **Interpréter** les données présentées dans un tableau de corrélation ou dans un diagramme à bandes doubles. **Formuler** des conclusions et en discuter. **Démontrer** comment la méthode de collecte de données peut influencer la nature des résultats. **Démontrer** les effets possibles sur l'interprétation des données d'une variation de l'échelle verticale d'un diagramme. **Déterminer** le mode d'un ensemble de données.	**Déterminer** la différence entre la population et l'échantillon d'un sondage. **Démontrer** comment la grandeur de l'échantillon peut influencer la nature des résultats d'une enquête. **Prédire** les résultats possibles d'un sondage avant de recueillir les données. **Concevoir** et **effectuer** un sondage. **Recueillir** les données et les **enregistrer** selon des catégories et des intervalles appropriés. **Construire,** à la main et à l'ordinateur, divers diagrammes. **Décrire** les effets des choix d'intervalles de l'échelle sur l'apparence ou la disposition d'un graphique. **Comparer** et **choisir** le genre de diagramme qui représente le mieux un ensemble de données. **Formuler,** oralement ou par écrit, des inférences ou des arguments à la suite de l'analyse et de la comparaison de données présentées dans un tableau ou dans un diagramme.

Tableau de progression 2 - Habiletés (suite)

		Synthèse du cycle primaire	4e année	5e année	6e année
Habiletés	Traitement des données	**Lire** et **interpréter** les données figurant dans un tableau ou dans un diagramme, **poser des questions** et **discuter** des conclusions possibles. **Expliquer** les relations entre un diagramme à pictogrammes et un diagramme à bandes.			**Utiliser** diverses techniques pour déterminer le mode, la moyenne et la médiane d'un ensemble de données.

Tableau de progression 2 - Habiletés (suite)

		Synthèse du cycle primaire	4e année	5e année	6e année
Habiletés	Probabilité	**Formuler** des phrases simples qui décrivent des événements et les **classifier** en utilisant les expressions *quelquefois, toujours* ou *jamais.* **Prédire** et **décrire** la probabilité que certains événements se produisent et la probabilité des résultats obtenus à la suite d'une expérience en utilisant les expressions *très vraisemblable, vraisemblable, peu vraisemblable, certain, possible* et *impossible.* **Déterminer** les résultats possibles d'une expérience de probabilité simple. **Réaliser** des expériences simples de probabilité, à l'aide de matériel concret, et **noter** les résultats dans un tableau.	**Prédire** et **écrire** la probabilité que certains événements se produisent en utilisant les expressions *très probable, probable, peu probable, certain* ou *impossible.* **Explorer** différentes méthodes pour dénombrer les résultats possibles d'une situation réelle et déterminer la probabilité d'un événement. **Comparer** les résultats prévus aux résultats obtenus à la suite d'une expérience. **Réaliser** des expériences simples de probabilité. **Noter** les résultats dans un tableau. **Combiner** les résultats avec ceux des autres élèves afin d'en tirer des conclusions. **Comparer** la probabilité de deux événements différents en utilisant les expressions *plus probable, également probable* et *moins probable.*	**Prédire** et **décrire,** à l'aide de fractions ou d'un diagramme en arbre, la probabilité qu'un événement ou que certains événements se produisent. **Réaliser** une expérience simple de probabilité. **Utiliser** des stratégies basées sur des probabilités lors d'un jeu. **Prédire** et **écrire** la probabilité que certains événements se produisent en utilisant les expressions *certain, très probable, probable, peu probable* ou *impossible.*	**Utiliser** les expressions *certain, très probable, probable, peu probable, très peu probable* ou *impossible* pour décrire la probabilité qu'un événement se produise. **Comparer** la probabilité expérimentale à la probabilité théorique d'un événement. **Démontrer** que la reprise de la même expérience peut produire des résultats différents. **Déterminer** la probabilité d'un événement à partir de données dans un tableau ou dans un diagramme. **Démontrer** une compréhension de la probabilité lors de prises de décisions. **Résoudre** des problèmes de probabilité à l'aide de diagrammes en arbre ou de tableaux. **Identifier** 0 et 1 comme étant respectivement la probabilité d'un événement impossible et la probabilité d'un événement certain. **Décrire** la probabilité d'un événement à l'aide de fractions et de pourcentages.

SITUATIONS D'APPRENTISSAGE

Aperçu

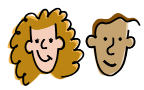
Cette section présente, pour chacune des années d'études du cycle moyen, une situation d'apprentissage en lien avec les grandes idées en traitement des données et probabilité. Ce sont des situations de résolution de problèmes engageantes qui suscitent le questionnement et la réflexion. En outre, elles contribuent au développement de l'habileté à communiquer et à formuler un bon argument mathématique. Chacune des situations d'apprentissage est riche en contenu mathématique. Afin d'être en mesure d'anticiper les difficultés que pourraient éprouver les élèves et de planifier ses interventions, l'enseignant ou l'enseignante devrait résoudre le problème avant de le présenter aux élèves.

Toutes les situations d'apprentissage présentées sont structurées en trois temps : avant l'apprentissage (mise en train), pendant l'apprentissage (exploration) et après l'apprentissage (objectivation/échange mathématique). Elles sont suivies de suggestions d'adaptations pour faciliter ou enrichir la tâche, d'une activité de suivi à la maison et de quelques activités supplémentaires que l'enseignant ou l'enseignante pourrait utiliser comme prolongement.

Dans un contexte d'enseignement par la résolution de problèmes, l'enseignant ou l'enseignante a recours à l'étayage et à des stratégies de questionnement efficaces afin d'inciter les élèves à réfléchir et à développer leurs propres stratégies de résolution de problèmes. Pour plus de détails au sujet du rôle de l'enseignant ou de l'enseignante dans un contexte de résolution de problèmes, voir le *Guide d'enseignement efficace des mathématiques, de la maternelle à la 6e année,* fascicule 2 (Ministère de l'Éducation de l'Ontario, 2006a, p. 27).

Dans la présentation des situations d'apprentissage, les icônes suivantes sont utilisées afin de faciliter le repérage de certains renseignements.

Légende

Icônes d'ordre organisationnel		Icônes d'ordre pédagogique	
	Travail individuel		Observations possibles
	Travail en équipe		Mise au point à l'intention de l'enseignant ou de l'enseignante
	Travail en groupe classe		Pistes de questionnement
	Durée approximative		

Situation d'apprentissage, 4e année

Des livres bien classés

Matériel

- livres illustrés (1 par équipe de deux)
- marqueurs
- règles
- cerceaux (3, facultatif)
- contenants (4)
- papillons autocollants
- transparents de l'annexe 4.1 (1 par équipe de deux)
- annexes 4.2, 4.4 et 4.5 (1 copie de chacune par équipe de deux)
- annexe 4.3 (1 copie par élève)
- annexe 4.6 (facultatif)

GRANDE IDÉE : TRAITEMENT DES DONNÉES

SOMMAIRE

Dans cette situation d'apprentissage, les élèves appliquent le processus d'enquête au classement de livres illustrés.

INTENTION PÉDAGOGIQUE

Cette situation d'apprentissage a pour but d'amener les élèves :

- à recueillir des données primaires;
- à construire un diagramme à bandes;
- à créer et à interpréter un diagramme de Venn;
- à effectuer un classement selon certains critères;
- à mettre en pratique les quatre étapes du processus d'enquête.

ATTENTE ET CONTENUS D'APPRENTISSAGE

Attente

L'élève doit pouvoir représenter et analyser les résultats d'une collecte de données primaires.

Contenus d'apprentissage

L'élève doit :

– effectuer un sondage, enregistrer les données primaires à l'aide d'un tableau des effectifs, décrire les résultats et la méthode de collecte des données;

– construire, à la main et à l'ordinateur, des diagrammes à bandes horizontales et des diagrammes à bandes verticales en choisissant une échelle appropriée pour graduer l'axe;

– interpréter les données présentées dans un tableau ou dans un diagramme et formuler des conclusions.

Durée approximative de la situation d'apprentissage : **200 minutes réparties sur 3 jours**

CONTEXTE

Au cycle primaire, les élèves ont utilisé, en situation d'enquête, différentes façons de recueillir et d'enregistrer des données (p. ex., tableau des effectifs), et de les représenter (p. ex., diagramme à pictogrammes, diagramme à bandes, diagramme de Venn). En 4^e année, ils approfondissent, toujours à l'aide du processus d'enquête, leurs habiletés relatives à l'interprétation de résultats et à la construction de différents diagrammes.

PRÉALABLES

La présente situation d'apprentissage permet aux élèves de développer leurs habiletés reliées au traitement des données en utilisant le processus d'enquête pour résoudre une situation-problème.

Pour être en mesure de réaliser cette situation d'apprentissage, les élèves doivent pouvoir construire et interpréter :

- un tableau des effectifs;
- un diagramme à bandes;
- un diagramme de Venn.

VOCABULAIRE MATHÉMATIQUE

Collecte de données, diagramme à bandes horizontales, diagramme à bandes verticales, diagramme de Venn, critère d'inclusion, échelle, tableau des effectifs, étiquette.

ACTIVITÉ PRÉPARATOIRE FACULTATIVE

Cette activité préparatoire facultative permet aux élèves d'actualiser, au besoin, leurs connaissances relatives à la construction et à l'interprétation d'un diagramme de Venn.

Tracer au tableau un diagramme de Venn (Figure 1) et identifier chaque ensemble par un des critères d'inclusion suivants : multiple de 2, multiple de 5 et nombre plus grand que 25. Rappeler aux élèves que chaque critère sert à déterminer si un élément (nombre, objet…) est inclus dans l'ensemble ou s'il en est exclu.

Nombres

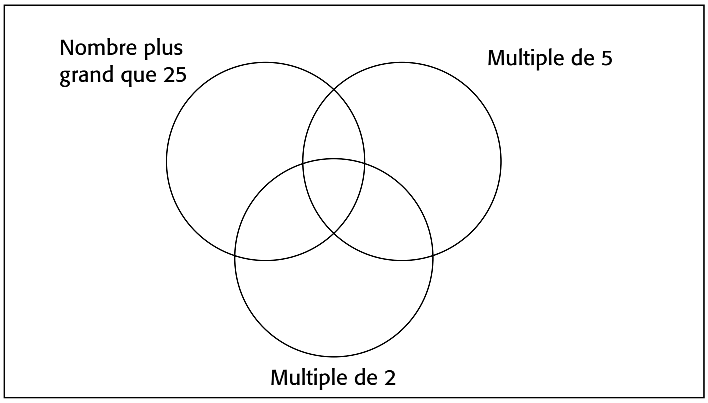


Figure 1

Situer quelques nombres (p. ex., 5, 12 et 20) dans le diagramme (Figure 2) et demander aux élèves de les interpréter (p. ex., l'endroit où est placé le nombre 20 dans ce diagramme permet de montrer qu'il est à la fois un multiple de 2 et un multiple de 5, mais qu'il n'est pas supérieur à 25).

Nombres

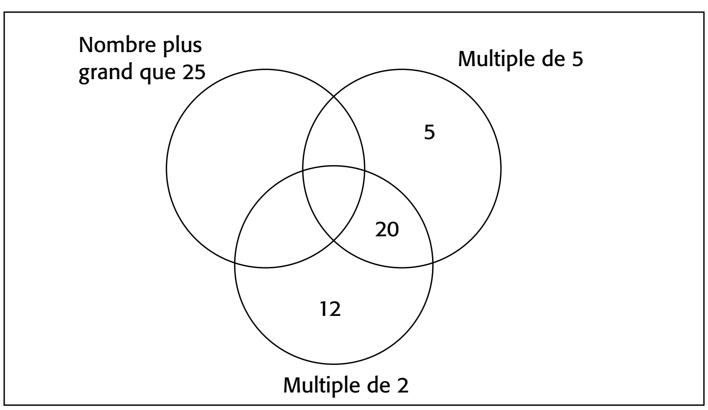
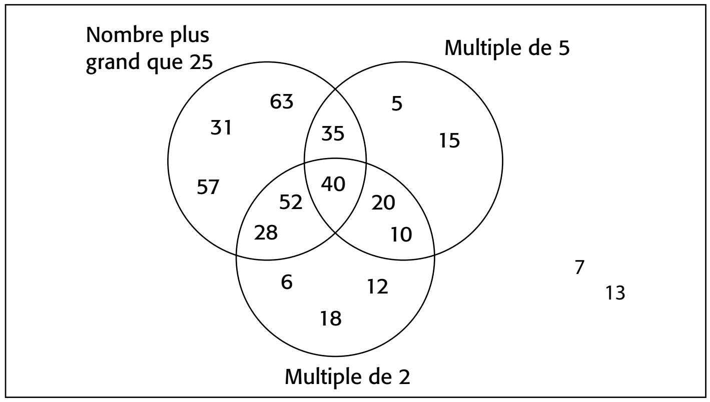


Figure 2

Inviter ensuite les élèves à situer d'autres nombres (p. ex., 63, 6, 7, 57, 52, 10, 18, 28, 13, 15, 35, 40, 31) dans le diagramme en fonction des critères et à expliquer leur raisonnement.

Nombres



AVANT L'APPRENTISSAGE (MISE EN TRAIN)

environ
20 minutes

Jour 1

Choisir préalablement les livres illustrés à classer. Identifier chaque livre par une lettre inscrite sur deux papillons autocollants (l'utilité du deuxième papillon est expliquée plus loin). Prévoir un livre par équipe de deux élèves.

Note : Les élèves auront à classer ces livres en fonction de trois attributs : la taille de la police de caractères, la longueur des phrases et le nombre de phrases qu'ils contiennent. Il importe donc que les livres choisis représentent un éventail de ces attributs. Plus les livres se ressemblent, plus il sera difficile pour les élèves de définir les critères d'inclusion (voir *Jour 3,* p. 187). Des livres qui contiennent une courte histoire se prêtent mieux à cette activité que des livres documentaires, des recueils de textes ou des bandes dessinées.

Présenter la situation d'apprentissage suivante aux élèves :

> *Dans la classe de 2e année de Mme Isabelle*, les livres du centre de lecture ne sont pas classés. Elle nous demande de l'aider à les classer en quatre groupes selon leur niveau de difficulté de lecture. Les livres d'un même groupe seront mis dans un même contenant. Elle précise que le niveau de difficulté d'un livre doit être déterminé en fonction des attributs suivants : la taille de la police de caractères, le nombre total de phrases par livre et le nombre de mots dans 10 phrases.*

---

*Pour rendre la situation plus authentique, utiliser le nom d'un enseignant ou d'une enseignante de l'école.

Pour aider les élèves à **cerner la situation,** présenter pour chacun des attributs deux livres préalablement choisis en leur demandant lequel est le plus facile à lire. Laisser les élèves expliquer leur choix. Ainsi, présenter :

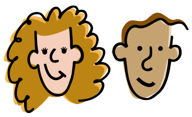
- un livre dont la taille de la police de caractères est grande (p. ex., 14 points, 16 points) et un autre dont la taille est plus petite (p. ex., 10 points, 8 points);
- un livre ayant peu de phrases (peu de texte) et un autre ayant beaucoup de phrases (beaucoup de texte);
- un livre ayant de courtes phrases et un autre ayant de longues phrases. (Lire un passage de chacun des livres.)

Expliquer brièvement le sens de ces trois attributs.

- **La taille de la police de caractères :** La police de caractères est la forme d'écriture des lettres dans une publication (p. ex., Arial Narrow ou Times New Roman). La taille de la police de caractères est définie en **points.** Projeter un transparent de l'annexe 4.1 (*Taille de la police de caractères*) afin de montrer aux élèves, par exemple, qu'un caractère dont la taille est de 10 points est plus petit qu'un caractère dont la taille est de 16 points.
- **Le nombre total de phrases par livre :** Revoir ce qu'est une phrase. En général, la façon de reconnaître une phrase est d'en trouver les limites, soit avec la lettre majuscule qui en marque le début et le point qui en marque la fin.
- **Le nombre de mots dans 10 phrases :** Un attribut souvent utilisé pour évaluer le niveau de difficulté de lecture d'un livre est le nombre moyen de mots par phrase, c'est-à-dire la longueur moyenne des phrases. Cependant, puisque les élèves de 4e année ne connaissent pas le concept de moyenne, il suffit de leur expliquer qu'ils devront compter le nombre total de mots dans 10 phrases choisies au hasard dans le texte.

PENDANT L'APPRENTISSAGE (EXPLORATION)

Note : Le classement des livres s'effectuera selon des critères reliés aux attributs. Pour déterminer ces critères, il faut préalablement avoir de l'information au sujet des livres qui feront l'objet du classement. C'est pourquoi les élèves devront d'abord **effectuer une collecte de données** sur les trois attributs : la taille de la police de caractères, le nombre total de phrases dans le livre et le nombre de mots dans 10 phrases choisies au hasard.



équipes de 2

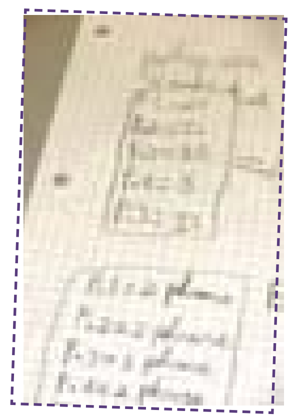
environ
50 minutes

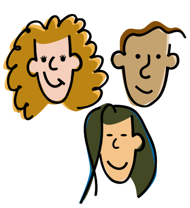
Grouper les élèves par deux et remettre à chaque équipe un livre identifié par une lettre, un transparent de l'annexe 4.1 (*Taille de la police de caractères*) ainsi qu'une copie de l'annexe 4.2 (*Données reliées aux livres à classer*).

Modeler une façon de déterminer la taille de la police de caractères utilisée dans un livre. Inviter ensuite les équipes à déterminer quelle taille est utilisée dans leur livre et à l'inscrire à l'annexe 4.2. Circuler parmi les équipes et aider les élèves au besoin.

Une fois que toutes les équipes ont terminé, revoir brièvement la définition d'une phrase et modeler une stratégie pour déterminer le nombre total de phrases dans un livre. Inviter les équipes à faire de même avec leur livre et à inscrire le résultat à l'annexe 4.2. Circuler parmi les équipes et aider les élèves au besoin.

Modeler ensuite une stratégie pour déterminer le nombre de mots dans 10 phrases choisies au hasard, puis demander aux équipes de procéder de la même façon avec leur livre et d'inscrire le résultat à l'annexe 4.2.





En groupe classe, insister sur le fait que chaque équipe a recueilli les données relatives à son livre. En discutant avec les élèves, les amener à reconnaître que pour déterminer les critères de classement des livres selon leur niveau de difficulté de lecture, il est important d'avoir une vue d'ensemble des données recueillies. Leur suggérer que les tableaux de l'annexe 4.2 s'avéreraient utiles pour **organiser les données.**

Reproduire sur de grandes feuilles de papier les trois tableaux. Demander, tour à tour, à chaque équipe de venir inscrire leurs résultats dans ces tableaux et aux autres élèves de remplir leurs tableaux de l'annexe 4.2 au fur et à mesure que les données sont fournies.

Une fois les tableaux remplis, amorcer une **interprétation des résultats** en incitant les élèves à énoncer des conclusions (p. ex., dans l’ensemble des livres, la police 14 est la plus utilisée; certains livres présentent peu de phrases; plusieurs livres ont des phrases courtes).

Animer l’échange en posant des questions telles que :

– « Est-ce qu’à première vue ces données permettent de classer les livres en quatre catégories? » (*Non*)

– « Est-ce que certaines données peuvent nous aider à faire des groupes de livres? » (*Oui, si on compare un attribut à la fois. Par exemple, un livre qui comporte de nombreuses phrases est plus difficile à lire qu’un livre qui en a moins.*)

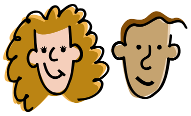
– « Mme Isabelle a choisi ses attributs afin que le classement reflète le niveau de difficulté de lecture des livres. D’après nos résultats, est-ce que le livre A est plus facile ou plus difficile à lire que le livre G? » (*Le livre G contient moins de phrases et moins de mots que le livre A. La taille de la police du livre G est plus grande que celle du livre A. Alors, le livre G est plus facile à lire que le livre A.*)

– « Selon nos données, est-ce qu’un livre semble plus facile à lire qu’un autre? » (*Il est difficile de comparer simultanément les données dans les trois tableaux.*)

– « Comment peut-on percevoir plus rapidement les différences entre les livres pour un même attribut? » (*Il faudrait trouver une autre façon d’organiser et de représenter les données. La création d’un diagramme à bandes permettrait de jeter un regard différent sur les données.*)

Jour 2

Revoir la tâche précédente et proposer aux élèves d’organiser l’ensemble des données par attribut à l’aide de trois diagrammes à bandes.



équipes de 2

environ
60 minutes

Reformer les mêmes équipes que le jour 1 et assigner à chaque équipe la responsabilité de construire un diagramme à bandes représentant les données d’un attribut. On comptera donc plus d’une équipe travaillant au diagramme représentant un même attribut. En prévision de l’activité supplémentaire 1 (p. 193), leur préciser aussi qu’il faut tracer le contour des bandes sans dessiner à l’intérieur.

Distribuer à chaque élève une copie de l’annexe 4.3 (*Papier quadrillé*) qui servira à la construction du diagramme à bandes. Préciser que cette opération se fera en deux parties : un ou une élève construira un diagramme représentant les données d'une moitié des livres (p. ex., les livres identifiés par les lettres de A à H) et l'autre fera de même pour le reste des livres (p. ex., les livres identifiés par les lettres de I à O). Spécifier qu'ils devront ensuite réunir les deux diagrammes en un seul pour illustrer l'ensemble des données. Leur expliquer qu'il est donc important que les deux membres de l'équipe déterminent à l'avance l'orientation des bandes (bandes horizontales ou bandes verticales) et l'échelle à utiliser (p. ex., chaque carré représente 10 phrases).

Pendant que chaque élève construit sa section de diagramme, circuler parmi les équipes et les aider au besoin. Profiter de l'occasion pour repérer des diagrammes particuliers qui pourraient enrichir la discussion au cours de l'échange mathématique.

Une fois les diagrammes individuels réalisés, prendre les deux diagrammes d'une équipe et modeler la façon de les réunir, soit :

- plier le diagramme correspondant à la deuxième moitié des livres le long de l'axe vertical pour les diagrammes à bandes verticales (Figure 1) ou le long de l'axe horizontal pour les diagrammes à bandes horizontales;
- joindre les deux diagrammes à l'aide d'un ruban adhésif ou de colle (Figure 2), en prenant soin de conserver le même espace entre les bandes.

Exemple

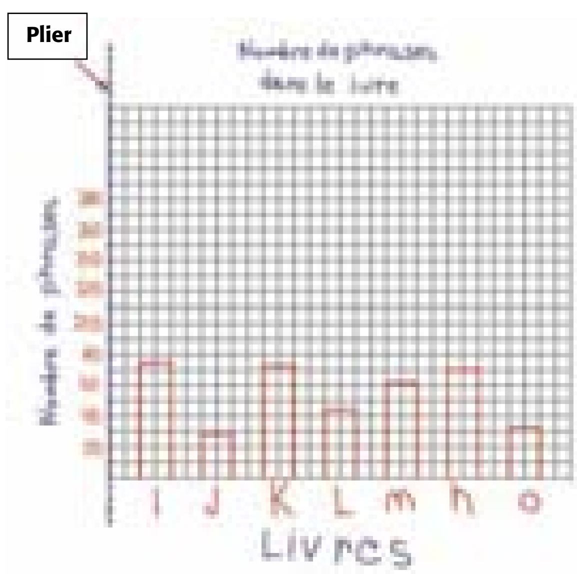


Figure 1

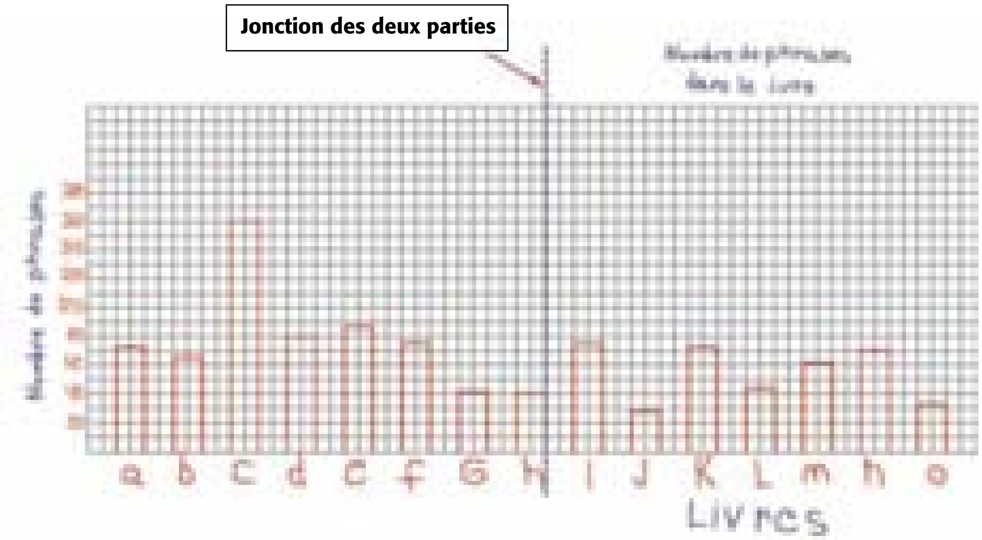


Figure 2

Dire aux élèves d'effacer un titre et une étiquette s'ils se retrouvent en double. Une fois tous les diagrammes réunis, les afficher au mur en les regroupant selon l'attribut. Inviter les élèves à s'approcher et à observer les diagrammes illustrant la taille de la police de caractères des livres. Convier une équipe à présenter son diagramme et à l'expliquer.

Note : À titre d'exemple, l'annexe 4.4 (*Diagrammes à bandes*) présente pour chaque attribut, un diagramme à bandes correspondant aux données recueillies lors de la mise à l'essai de cette situation d'apprentissage. La plupart des interprétations proposées dans ce qui suit découlent de ces diagrammes.

Inciter les élèves à **interpréter les diagrammes** en posant des questions telles que :

– « Lequel des diagrammes est le plus facile à lire ou à interpréter? Pourquoi? »

– « Quel est le rôle du titre, des étiquettes, de la droite graduée et des bandes dans un diagramme à bandes? »

– « Quelle différence y a-t-il entre ces diagrammes? » (*L'échelle, l'espacement entre les bandes, le sens des bandes, la couleur des bandes, la largeur des bandes, entre autres, sont différents d'un diagramme à l'autre.*)

– « Quel est l'effet de l'utilisation d'une échelle différente sur un diagramme? » (*Plus l'échelle est grande, plus on voit clairement la différence entre les valeurs.*)

– « En examinant les diagrammes, quelles conclusions peut-on tirer? » (*Par exemple, les livres G et J ont la plus grande taille de police de caractères.*)

– « Quelle taille de police de caractères revient le plus souvent? Qu'est-ce que cela signifie? » (*C'est le 14, ce qui signifie que 14 points est la taille la plus utilisée dans nos livres.*)
– « Entre quelles valeurs, la taille des polices de caractères de nos livres se situe-t-elle? » (*Entre 12 et 22 points.*)
– « Est-ce plus facile de comparer la taille de la police de caractères des livres dans les diagrammes ou dans le tableau? Pourquoi? » (*Dans les diagrammes, car on peut comparer d'un coup d'œil la longueur des bandes et, par conséquent, la taille de la police de caractères des livres.*)

Note : Le but de cet échange est de faire remarquer à la classe que tous ces diagrammes d'un même attribut représentent les mêmes données, et ce, peu importe l'échelle ou la longueur, la largeur et l'orientation des bandes.

Refaire rapidement le même exercice avec les diagrammes correspondant aux deux autres attributs. Inciter les élèves à reconnaître que, puisque chaque diagramme à bandes permet de comparer les livres en fonction d'un seul attribut, il serait utile de trouver un autre type de diagramme pour comparer les livres en fonction de plusieurs attributs. Pour ce faire, poser des questions telles que :

– « À partir de tous ces diagrammes, est-il possible de classer nos livres en quatre groupes reflétant le niveau de difficulté de lecture des livres selon les trois attributs simultanément, comme le demandait Mme Isabelle? » (*Ça demeure difficile.*)
– « Est-ce qu'on pourrait utiliser une autre sorte de diagramme pour comparer en même temps les trois attributs? » (Amener les élèves à suggérer le diagramme de Venn.)

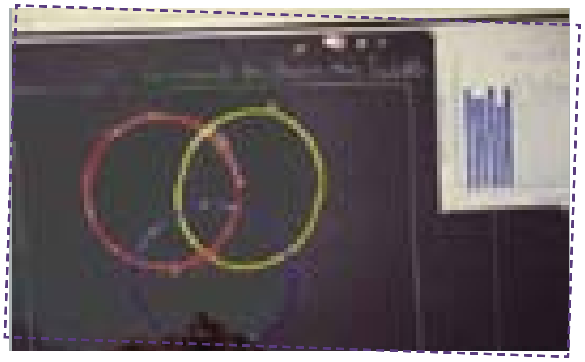
Préciser que la situation d'apprentissage se poursuivra le lendemain.

Jour 3

Revoir les tâches accomplies préalablement et expliquer aux élèves qu'ils utiliseront un diagramme de Venn qui les aidera à classer les livres selon leur niveau de difficulté de lecture.

environ
55 minutes

Tracer un grand rectangle au tableau. À l'intérieur du rectangle, fixer trois cerceaux avec du ruban-cache ou dessiner trois cercles pour former un diagramme de Venn.



Indiquer aux élèves que chaque cercle regroupera les livres dont le niveau de difficulté de lecture est jugé plus élevé en fonction de l'un des attributs. Leur préciser que pour remplir le diagramme de Venn, il faut préalablement adopter, pour chaque attribut, un **critère d'inclusion,** c'est-à-dire le seuil à partir duquel le niveau de difficulté de lecture sera jugé plus élevé. Chaque critère doit donc permettre de différencier les livres faciles à lire des livres difficiles à lire. Il doit aussi faire en sorte qu'un certain nombre de livres y répondent et soient inclus dans cet ensemble, et que d'autres ne le soient pas.

Choisir, pour chacun des trois attributs, un diagramme parmi ceux construits par les élèves et les afficher au tableau. Inviter les élèves à examiner le diagramme à bandes représentant la **taille de la police de caractères,** à proposer un critère d'inclusion et à justifier leur choix. Discuter en groupe classe des propositions et convenir, par consensus, du critère d'inclusion à retenir. Inscrire ce critère comme une étiquette dans le diagramme de Venn au tableau.

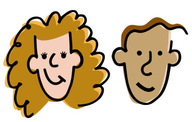
Par exemple, dans le diagramme 1 (Annexe 4.4), on constate que la taille de la police de caractères de tous les livres se situe entre 12 et 22 points. Près de la moitié des livres affichent une taille de 14 points ou moins. À partir de cette observation, on pourrait retenir comme critère d'inclusion dans le premier ensemble, les livres dont la **taille de la police de caractères est de 14 points**

ou moins, puisqu'un texte dont les caractères sont plus petits est plus difficile à lire. Un autre critère serait tout aussi valable (p. ex., la taille est de 16 points ou moins, ou même de 18 points ou moins) pourvu qu'il soit établi par consensus.

Reprendre la même démarche pour chacun des deux autres diagrammes.

À titre d'exemples,

- dans le diagramme 2 (Annexe 4.4), on constate que le nombre de phrases dans les livres varie entre 27 et 161. On pourrait alors convenir que le critère d'inclusion sera de **55 phrases ou plus,** puisque plus il y a de phrases dans un livre, plus il risque d'être difficile à lire.
- dans le diagramme 3 (Annexe 4.4), on constate que le total de mots dans 10 phrases s'échelonne de 55 à 162. On pourrait alors convenir que le critère d'inclusion sera de **80 mots ou plus,** puisque plus il y a de mots dans un texte, plus il est difficile à lire.



équipes de 2

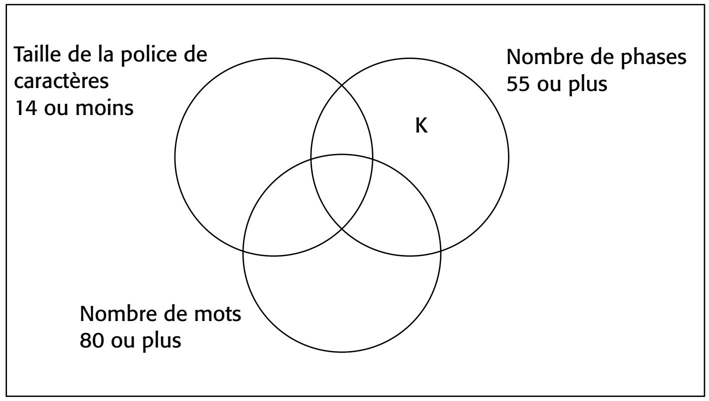
Reformer les mêmes équipes que lors du jour 2 et distribuer à chacune une copie de l'annexe 4.5 (*Diagramme de Venn*). Leur demander de compléter les étiquettes de chaque ensemble selon ce qui a été convenu, puis de situer leur livre (à l'aide de la lettre d'identification) dans le diagramme de Venn.

Note : Il est important que les élèves justifient l'endroit où est placé leur livre. Pour leur faciliter la tâche, on peut leur suggérer de remplir une copie de l'annexe 4.6 (*Analyse des critères*).

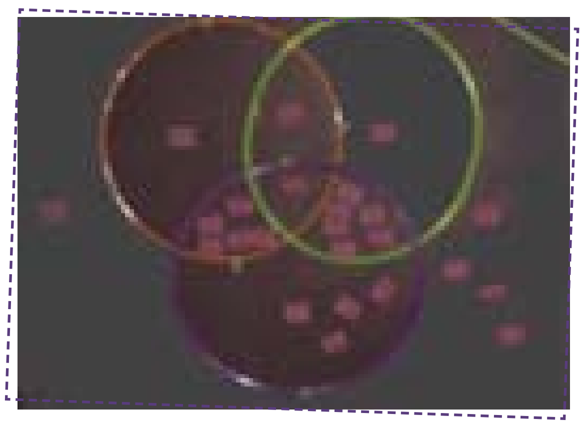
Exemple d'explication à l'aide de l'annexe 4.6

Notre livre est identifié par la lettre ***K***.	
La taille de la police de caractères est ***16***.	Le critère d'inclusion pour la taille de la police de caractères est ***14*** ou moins. Notre livre se situe donc à ***l'extérieur*** du cercle correspondant à cet attribut.
Dans notre livre, il y a ***73*** phrases.	Le critère d'inclusion pour le nombre de phrases est de **55** ou plus. Notre livre se situe donc à ***l'intérieur*** du cercle correspondant à cet attribut.
Dans les 10 phrases choisies, il y a ***55*** mots.	Le critère d'inclusion pour le nombre de mots dans 10 phrases est de ***80*** ou plus. Notre livre se situe donc à ***l'extérieur*** du cercle correspondant à cet attribut.
Notre livre se situe donc à ***l'extérieur*** du cercle pour la taille de la police de caractères, à ***l'intérieur*** du cercle pour le nombre de phrases et à ***l'extérieur*** du cercle pour le nombre de mots dans 10 phrases.	

Cette équipe indique alors l'endroit où se situe son livre comme suit.



Inviter chaque équipe à venir placer, au bon endroit sur le diagramme de Venn au tableau, l'un des papillons autocollants apposés sur la couverture de leur livre. Demander à quelques élèves de décrire ce que représente l'endroit où est situé leur livre ou celui d'une autre équipe.



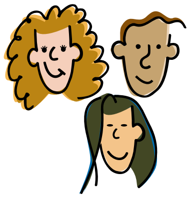
Demander aux élèves de remplir au fur et à mesure leur diagramme de Venn (Annexe 4.5). Les inviter ensuite à **interpréter les résultats** et à énoncer des conclusions en posant des questions telles que :

– « Que peut-on dire au sujet d'un livre qui est inclus dans un seul cercle? » (*Il répond à un seul critère.*)

– « Que peut-on dire au sujet d'un livre qui est inclus dans deux cercles? » (*Il répond à deux critères.*)

- « Qu’est-ce qui différencie le livre A du livre C? » (*Le livre A répond à deux critères, puisqu’il contient plus de 80 mots dans 10 phrases et plus de 55 phrases, mais que la taille de la police de caractères n’est pas de 14 points ou moins. Le livre C, par contre, répond aux trois critères.*)
- « Est-ce qu’il y a des livres qui ne remplissent aucun critère? Où les retrouve-t-on? » (*Oui. Ces livres sont placés dans le rectangle, mais à l’extérieur des cercles.*)
- « Est-ce que tous les livres répondent au même nombre de critères? » (*Non*)

APRÈS L’APPRENTISSAGE (OBJECTIVATION/ÉCHANGE MATHÉMATIQUE)



Inciter les élèves à **interpréter le diagramme** de Venn, en posant des questions telles que :

environ
15 minutes

- « Où sont situés les livres les plus faciles à lire dans le diagramme? Pourquoi dit-on qu’ils sont plus faciles à lire que les autres? (*Ils sont situés à l’extérieur des trois ensembles, mais dans le rectangle. Ils sont plus faciles à lire, car selon nos données, une police de caractères relativement grande est utilisée et ces livres comptent peu de phrases et comportent des phrases courtes.*)

- « En fonction des attributs utilisés et des critères énoncés, où sont situés les livres les plus difficiles à lire? Comment pouvez-vous justifier leur degré de difficulté? » (*Ils sont situés à l’intérieur de l’intersection des trois cercles. Ils sont plus difficiles à lire, car selon nos données, une police de caractères relativement petite est utilisée et ces livres comptent un grand nombre de phrases et comportent des phrases longues.*)
- « Comment pourrait-on utiliser ce diagramme pour classer les livres en quatre groupes selon leur niveau de difficulté de lecture? » (*On peut regrouper les livres selon qu’ils ne remplissent aucun critère ou qu’ils remplissent un critère, deux critères ou trois critères.*)

Placer quatre contenants devant la classe et demander à chaque équipe de déposer leur livre dans le contenant approprié, c’est-à-dire un contenant pour les livres qui ne remplissent aucun critère, un second pour ceux qui remplissent un seul critère, un troisième pour ceux qui en remplissent deux et un quatrième pour ceux qui en remplissent trois.

Poser les questions suivantes :

– « Comment les livres sont-ils classés? » (*Ils sont classés selon leur niveau de difficulté de lecture en fonction des attributs donnés par Mme Isabelle.*)

– « Comment s'y prendrait-on pour classer de nouveaux livres pour la classe de Mme Isabelle? » (*Maintenant que l'on a établi les critères d'inclusion pour chaque attribut, on vérifierait la taille de la police de caractères, le nombre de phrases dans le livre et le nombre de mots dans 10 phrases choisies au hasard. Puis, selon le nombre de critères remplis par le livre, on le déposerait dans le contenant approprié, le classant ainsi selon son niveau de difficulté de lecture.*)

ADAPTATIONS

L'activité peut être modifiée pour répondre aux différents besoins des élèves.

Pour faciliter la tâche	Pour enrichir la tâche
• de la collecte de données : remettre à l'équipe un livre plus court. • de la construction d'un diagramme à bandes : aider les élèves à choisir l'échelle à utiliser. • du positionnement de leur livre dans le diagramme de Venn : fournir aux élèves une copie de l'annexe 4.6 (*Analyse des critères*).	• demander aux élèves de tenir compte d'un quatrième attribut (p. ex., quantité d'illustrations). • modifier le choix des critères d'inclusion et demander aux élèves d'en vérifier l'impact sur la répartition des livres selon les niveaux de difficulté de lecture.

SUIVI À LA MAISON

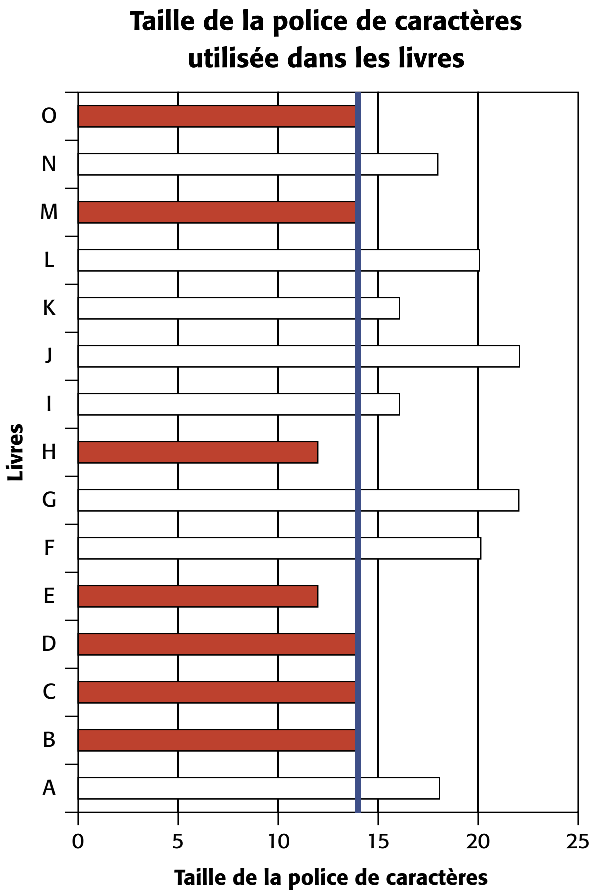
Demander aux élèves de déterminer si le choix des livres dans le centre de lecture de la classe de Mme Isabelle constitue une bonne répartition des quatre niveaux de difficulté de lecture et de construire un diagramme approprié pour justifier leur réponse. Par exemple, ils peuvent construire un diagramme à bandes pour représenter le nombre de livres correspondant à chacun des niveaux de difficulté, puis comparer la longueur des bandes. Si les longueurs sont semblables, c'est qu'il y a à peu près le même nombre de livres à chaque niveau de difficulté; la répartition est donc bonne.

ACTIVITÉ SUPPLÉMENTAIRE - 1

Dessinons un peu

Rappeler aux élèves que le classement des livres lors de la situation d'apprentissage était basé sur l'analyse d'un diagramme de Venn. Leur expliquer qu'on aurait pu arriver au même classement en modifiant un peu les diagrammes à bandes.

Prendre un des diagrammes représentant la taille de la police de caractères utilisée dans les livres et demander à l'équipe la permission de modifier leur diagramme. À l'aide d'une règle, tracer une droite à la limite du critère d'inclusion retenu (à 14 points pour le critère 14 points et moins). Ensuite, colorier les bandes des livres qui répondent au critère comme dans le diagramme illustré ci-contre. Faire la même chose avec les diagrammes montrant les deux autres attributs.



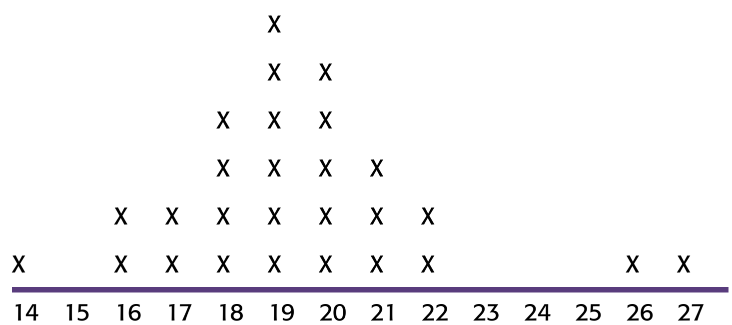
Inviter les élèves à examiner les trois diagrammes dont les bandes ont été coloriées et à tirer des conclusions. Par exemple, le livre A répond à deux critères puisque deux des trois bandes correspondant à ce livre sont dessinées; le livre B répond à trois critères puisque les trois bandes sont dessinées. Poursuivre l'analyse avec tous les livres. Les élèves s'aperçoivent alors que le classement des livres fait à partir du diagramme à bandes est le même que celui fait à partir du diagramme de Venn.

ACTIVITÉ SUPPLÉMENTAIRE - 2

Respirons calmement

À l'aide d'un transparent de l'annexe 4.7 (*Nombre de respirations*), présenter la ligne de dénombrement ci-après, illustrant le nombre de respirations par minute des élèves d'une classe de 4^e année.

Nombre de respirations par minute des élèves d'une classe de 4^e année



Afin d'amener les élèves à interpréter ces données, poser les questions suivantes :

– « Que représente chaque X sur cette ligne de dénombrement? » (*Chaque X représente un ou une élève dont le nombre de respirations par minute correspond au nombre placé en dessous.*)

– « Pourquoi n'y a-t-il aucun X à certains endroits? » (*Aucun élève n'a pris 15, 23, 24 ou 25 respirations en une minute.*)

– « Combien d'élèves y a-t-il dans cette classe? » (*Il y a 27 élèves dans cette classe de 4^e année.*)

– « Dans cette classe, quel est le plus petit nombre de respirations par minute enregistré par un ou une élève? le plus grand nombre? » (*Le plus petit nombre de respirations par minute est 14 et le plus grand nombre est 27.*)

– « Où se situent la majorité des élèves de cette classe pour le nombre de respirations par minute? » (*La majorité des élèves de cette classe se situent dans l'intervalle de 16 à 22 respirations par minute.*)

– « Si on voulait représenter le nombre de respirations par minute de cette classe par un seul nombre, lequel utiliserait-on? » (*Ce nombre serait 19 respirations par minute parce que plusieurs élèves de la classe effectuent 19 respirations par minute et que beaucoup d'autres élèves effectuent un nombre de respirations par minute qui se situe près de 19, soit 17 ou 18 et 20 ou 21.*)

– « Comment peut-on expliquer le fait que certains élèves de cette classe de 4^{e} année effectuent 14, 26 ou 27 respirations par minute? » (*Ces élèves ont peut-être mal compté leurs respirations ou ils s'efforcent peut-être de respirer lentement ou rapidement.*)

Demander ensuite aux élèves de compter le nombre de respirations qu'ils effectuent en une minute, d'inscrire leurs données sur une ligne de dénombrement et de comparer les résultats de la classe aux données présentées.

ACTIVITÉ SUPPLÉMENTAIRE - 3

Réorganisons l'information

Présenter la situation suivante :

> *On a demandé aux élèves de 4^{e} année de l'école Laviolette d'exprimer leur préférence en ce qui a trait aux activités parascolaires de l'école. Chaque enseignant et enseignante a enregistré à sa façon les données de sa classe. Voici les tableaux qu'ils ont remis.*

Distribuer une copie de l'annexe 4.8 (*Sondage à l'école Laviolette*) à chaque élève et les inviter à réorganiser les données dans un diagramme ou plus de leur choix. Inciter les élèves à interpréter les résultats et à formuler des observations pertinentes.

Animer une discussion en classe afin d'approfondir l'interprétation en posant des questions telles que :

– « Qu'est-ce que les données vous disent? »

– « Est-ce que les données pour chaque classe sont semblables? »

– « Quels seraient les résultats du sondage pour l'ensemble des trois classes de 4^{e} année? »

– « Y a-t-il des activités qui ont été choisies par le même nombre d'élèves dans les trois classes? »

– « Combien d'élèves de plus, parmi les trois classes, préfèrent les jeux de ballon à l'improvisation? »

– « Est-ce qu'au moins la moitié des élèves des trois classes a préféré une autre activité aux jeux de ballon? »

– « Est-ce qu'il y a plus d'élèves des trois classes qui préfèrent le jeu d'échec et les expériences scientifiques à l'improvisation? »

– « Quelles sont, en ordre décroissant, les activités préférées des élèves des trois classes de 4e année de l'école Laviolette? »

Demander aux élèves de développer un sondage similaire dans l'école et de comparer les résultats avec ceux de l'école Laviolette.

ANNEXE 4.1

Taille de la police de caractères

Times New Roman	Arial Narrow
Livre – 10	Livre - 10
Livre – 12	Livre - 12
Livre – 14	Livre - 14
Livre – 16	Livre - 16
Livre – 18	Livre - 18
Livre – 20	Livre – 20
Livre – 22	Livre – 22
Livre – 24	Livre – 24
Livre – 26	Livre – 26
Livre – 28	Livre – 28
Livre – 30	Livre – 30
Livre – 32	Livre – 32
Livre – 34	Livre – 34
Livre – 36	Livre – 36

ANNEXE 4.2

Données reliées aux livres à classer

Notre livre est identifié par la lettre ______.

La taille de la police de caractères est _____.

Dans notre livre, il y a ________ phrases.

Dans les 10 phrases choisies, il y a _____ mots.

Livre	Taille de la police de caractères
A	
B	
C	
D	
E	
F	
G	
H	
I	
J	
K	
L	
M	
N	
O	

Livre	Nombre de phrases
A	
B	
C	
D	
E	
F	
G	
H	
I	
J	
K	
L	
M	
N	
O	

Livre	Nombre de mots
A	
B	
C	
D	
E	
F	
G	
H	
I	
J	
K	
L	
M	
N	
O	

ANNEXE 4.3

Papier quadrillé

ANNEXE 4.4

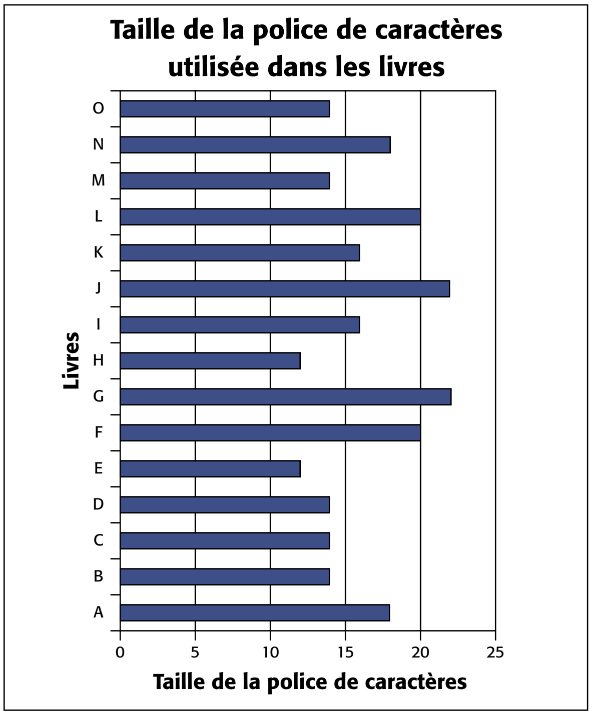


Diagramme 1

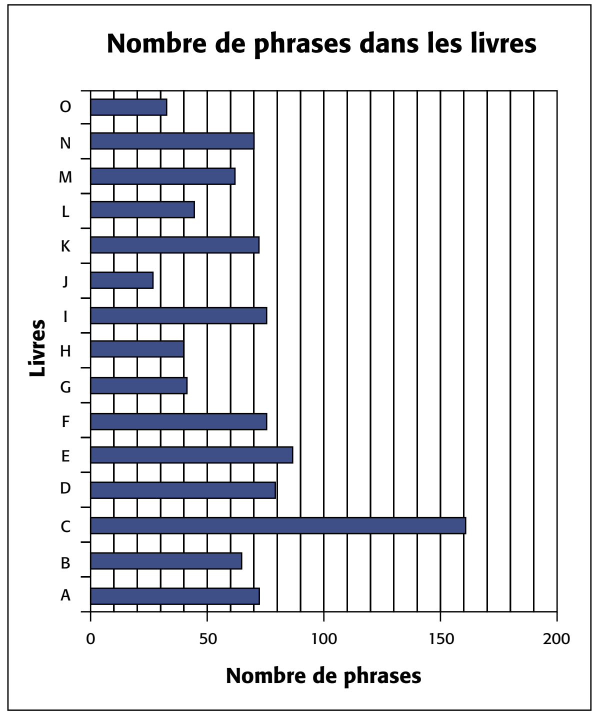


Diagramme 2

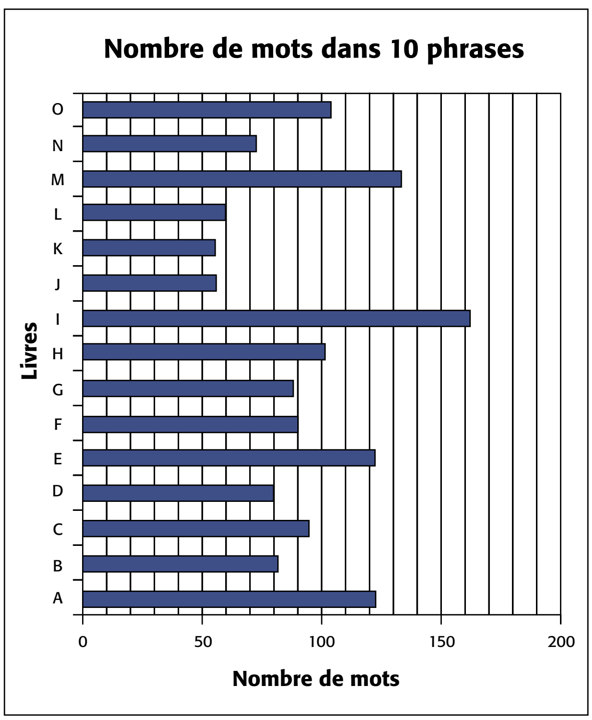
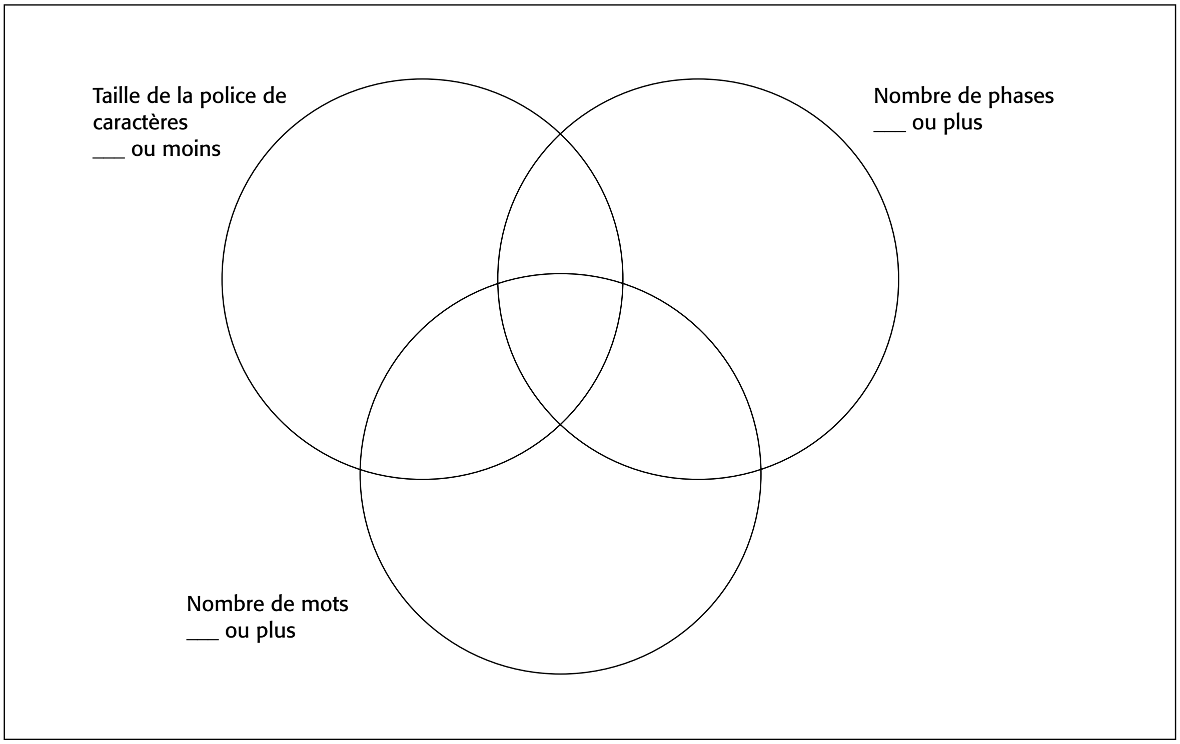


Diagramme 3

ANNEXE 4.5

Diagramme de Venn

Classement des livres



ANNEXE 4.6

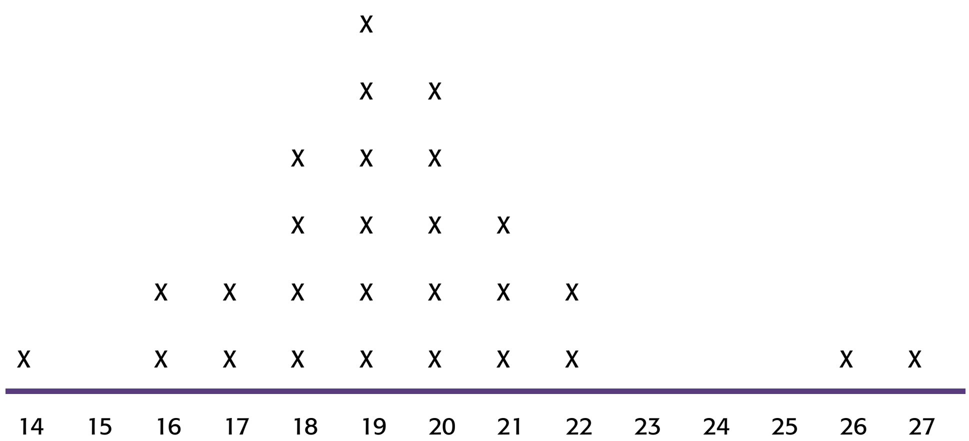
Analyse des critères

Notre livre est identifié par la lettre _____.	
La taille de la police de caractères est ________.	Le critère d'inclusion pour la taille de la police de caractères est _____ ou moins. Notre livre se situe donc à ______________ du cercle correspondant à cet attribut.
Dans notre livre, il y a _____ phrases.	Le critère d'inclusion pour le nombre de phrases est de _____ ou plus. Notre livre se situe donc à __________________ du cercle correspondant à cet attribut.
Dans les 10 phrases choisies, il y a _____ mots.	Le critère d'inclusion pour le nombre de mots dans 10 phrases est de ____ ou plus. Notre livre se situe donc à ___________________ du cercle correspondant à cet attribut.
Notre livre se situe donc à ________________________________ du cercle pour la taille de la police de caractères, à _____________________________ du cercle pour le nombre de phrases et à ________________________________ du cercle pour le nombre de mots dans 10 phrases.	

ANNEXE 4.7

Nombre de respirations

Nombre de respirations par minute des élèves d’une classe de 4e année



ANNEXE 4.8

Sondage à l'école Laviolette

Question de sondage

Quelle est votre activité parascolaire préférée : l'improvisation, les jeux de ballon, le jeu d'échec ou les expériences scientifiques?

Résultats de la classe de M. White

Activité parascolaire	Nombre d'élèves
Improvisation	6
Jeux de ballon	12
Jeu d'échec	4
Expériences scientifiques	3

Résultats de la classe de M. Tremblay

Activité parascolaire	Improvisation	Jeux de ballon	Jeu d'échec	Expériences scientifiques
Dénombrement	𝍸 𝍷𝍷𝍷	𝍸 𝍸	𝍷𝍷𝍷𝍷	𝍷𝍷𝍷

ANNEXE 4.8 (suite)

Résultats de la classe de Mme Wu

Élève	Improvisation	Jeux de ballon	Jeu d'échec	Expériences scientifiques
1		X		
2	X			
3		X		
4		X		
5	X			
6		X		
7				X
8			X	
9			X	
10				X
11			X	
12		X		
13	X			
14		X		
15		X		
16		X		
17				X
18		X		
19		X		
20		X		
21		X		
22		X		
23			X	
24		X		
25	X			

Situation d’apprentissage, 5e année

Une activité pleine de rebondissements!

GRANDE IDÉE : TRAITEMENT DES DONNÉES

SOMMAIRE

Dans cette situation d’apprentissage, les élèves utilisent un diagramme à bandes doubles pour comparer des données primaires et des données secondaires.

INTENTION PÉDAGOGIQUE

Cette situation d’apprentissage a pour but d’amener les élèves :

- à analyser les données contenues dans un diagramme ou un tableau et à en tirer des conclusions;
- à effectuer une expérience dans le but de recueillir des données primaires;
- à représenter et à communiquer avec efficacité et précision la comparaison entre des données primaires et des données secondaires;
- à appliquer des stratégies de résolution de problèmes.

MATÉRIEL

- annexes 5.1, 5.2 et 5.3 (1 transparent de chacune)
- balles de tennis de table (1 par équipe)
- rubans à mesurer (1 par équipe)
- ruban-cache
- papier quadrillé de grand format (1 feuille par équipe)
- marqueurs de couleur différente (2 par équipe)

ATTENTE ET CONTENUS D’APPRENTISSAGE

Attente

L’élève doit pouvoir représenter les résultats d’une collecte de données primaires et les comparer aux résultats d’une collecte de données secondaires sur le même sujet.

Contenus d’apprentissage

L’élève doit :

– concevoir et mener une expérience, une enquête ou un sondage afin de recueillir des données primaires dans le but de les comparer à des données secondaires sur le même sujet;

– enregistrer des données primaires et secondaires à l’aide d’un tableau de corrélation et construire, à la main et à l’ordinateur, un diagramme à bandes doubles;

– interpréter les données présentées dans un tableau de corrélation ou dans un diagramme à bandes doubles, formuler des conclusions et en discuter;

– déterminer le mode d’un ensemble de données.

Durée approximative de la situation d’apprentissage : **85 minutes**

CONTEXTE

Au cours des années précédentes, les élèves ont traité des données et ont vu l'importance de bien représenter ces données pour pouvoir les interpréter correctement. Au cours d'activités, ils ont utilisé diverses représentations des données comme le tableau des effectifs, le diagramme à pictogrammes et le diagramme à bandes. En 5e année, les élèves consolident leurs connaissances de ces représentations et apprennent à utiliser le diagramme à bandes doubles pour représenter et comparer des données.

PRÉALABLES

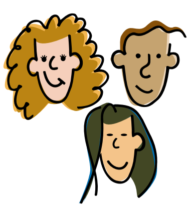
La présente situation d'apprentissage expose les élèves, dans un contexte d'une expérience, à la comparaison entre des données secondaires et des données primaires à l'aide, notamment, d'un diagramme à bandes doubles.

Pour être en mesure de réaliser cette situation d'apprentissage, les élèves doivent :

- connaître les composantes d'un diagramme à bandes;
- savoir utiliser un ruban à mesurer.

VOCABULAIRE MATHÉMATIQUE

Diagramme à bandes, diagramme à bandes doubles, légende, étiquette, échelle, tableau des effectifs, tableau de corrélation, données primaires, données secondaires, mode.



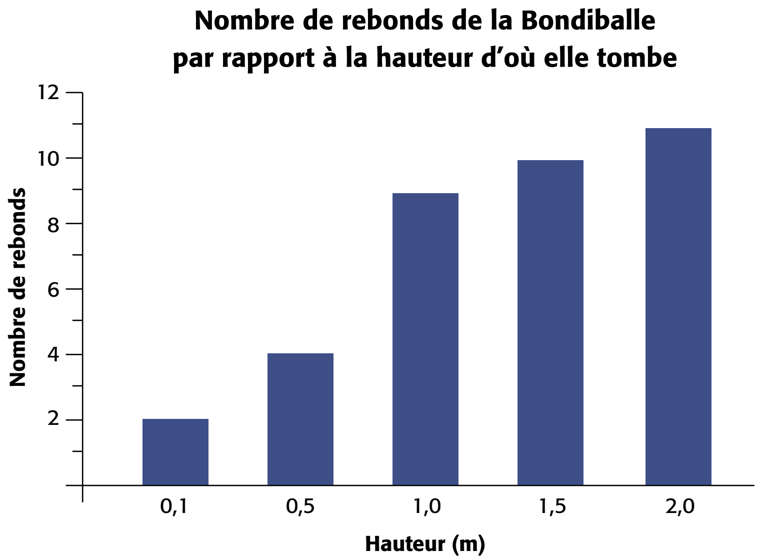
environ
20 minutes

AVANT L'APPRENTISSAGE (MISE EN TRAIN)

Note : Cette activité peut se réaliser dans la salle de classe, à l'extérieur, dans un corridor ou dans le gymnase.

Présenter aux élèves la mise en situation suivante :

> *Une entreprise de fabrication est en train de mettre au point une nouvelle balle, la Bondiballe. Selon ses inventeurs, cette balle rebondit très facilement. Persuadée que cette caractéristique nous intéressera, l'entreprise nous a fait parvenir des données à cet effet à l'aide du diagramme que voici.* (Projeter un transparent de l'annexe 5.1.)



Demander aux élèves d'indiquer quels renseignements sont communiqués par l'entremise de ce diagramme. Leur donner quelques minutes pour qu'ils puissent observer et analyser les données présentées.

Après avoir recueilli un certain nombre d'observations, poursuivre avec la mise en situation :

> *Convaincue que leur nouvelle balle est celle qui rebondit le mieux, l'entreprise nous suggère de comparer les rebonds de la Bondiballe avec les rebonds d'une autre balle. Je propose qu'on relève leur défi et qu'on utilise une balle de tennis de table. D'après vous, laquelle des deux rebondira le plus et pourquoi?*

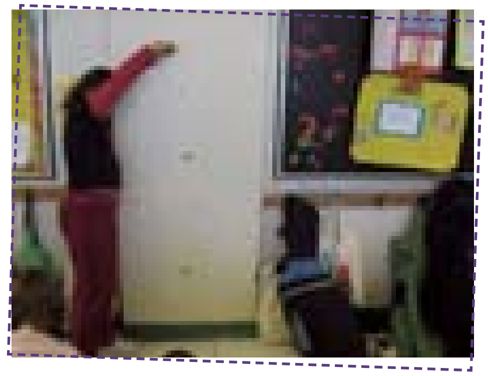
Accepter les hypothèses des élèves, puis leur suggérer d'effectuer une expérience pour les vérifier. Afin de les aider à planifier la collecte de données, poser des questions telles que :

– « Comment pourrait-on procéder pour obtenir les résultats avec la balle de tennis de table? » (*On pourrait laisser tomber une balle de tennis de table et compter les rebonds.*)

– « D'après vous, comment devrions-nous procéder pour que notre comparaison soit valable? » (*Il faudrait laisser tomber la balle des mêmes hauteurs que celles indiquées dans le diagramme relatif* à *la Bondiballe*).

– « Quels moyens pouvons-nous prendre pour nous assurer de faire preuve de rigueur lors de la collecte de données? » (*Nous devons nous assurer de laisser tomber la balle sans lui donner d'élan. Il faudrait aussi faire l'expérience plusieurs fois afin d'assurer la validité des résultats.*

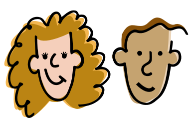
Dire aux élèves qu'ils effectueront l'expérience en équipe. Préciser que chaque équipe laissera tomber **dix fois** une balle de tennis de table à partir d'une hauteur assignée et devra noter, à chaque essai, le nombre de rebonds qu'effectue la balle. Modeler ensuite la marche à suivre lors de l'expérience :



- se rendre à une station de travail avec une balle de tennis de table, du ruban-cache et un ruban à mesurer;
- indiquer sur le mur, à l'aide d'un morceau de ruban-cache, une des hauteurs qui sera assignée (p. ex., 2 m);
- sans appliquer de force, laisser tomber la balle à partir de la hauteur indiquée par le ruban-cache;
- compter le nombre de rebonds en même temps que les élèves et l'inscrire sur une feuille de papier (préciser ce qui constitue un rebond et quand on doit cesser de les compter).

Répéter à quelques reprises les deux dernières étapes. Souligner que l'objectif de l'expérience est d'obtenir, pour la balle de tennis de table, des données comparables aux données fournies par l'entreprise et qu'il faudra trouver une représentation de ces données qui facilite la comparaison.

PENDANT L'APPRENTISSAGE (EXPLORATION)



équipes de 2 ou 3

environ **50 minutes**

Grouper les élèves par deux ou trois afin de former dix équipes. Assigner à chacune des équipes une station de travail et une des cinq hauteurs (0,1 m, 0,5 m, 1 m, 1,5 m ou 2 m) à partir de laquelle elle devra réaliser l'expérience, en s'assurant d'assigner chaque hauteur à deux équipes différentes.

Rappeler aux élèves que pour assurer la fiabilité des résultats, chaque équipe doit effectuer dix essais. Leur suggérer de déterminer d'abord une façon de noter et d'enregistrer les résultats de leur expérience, c'est-à-dire le nombre de rebonds que fait la balle à chaque essai. Leur remettre ensuite une balle de tennis de table, du ruban-cache et un ruban à mesurer.

Allouer suffisamment de temps pour permettre à toutes les équipes de réaliser l'expérience. Circuler et observer le travail des élèves. Intervenir au besoin en posant des questions telles que :

– « Comment procédez-vous pour enregistrer vos résultats? »

– « Êtes-vous surpris des résultats? Pourquoi? »

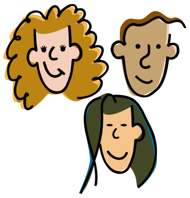
– « Pourquoi avez-vous opté pour ce type de tableau? »

Observations possibles	Interventions possibles
Une équipe éprouve de la difficulté à compter correctement le nombre de rebonds.	Revoir ce que constitue un rebond. Leur suggérer de compter les rebonds à haute voix et d'inscrire systématiquement chaque résultat dans un tableau.
Une équipe manque de rigueur lors du comptage des rebonds.	Modeler de nouveau les deux dernières étapes de la marche à suivre. Insister sur l'importance de faire preuve de rigueur afin d'obtenir des résultats valables.

Mettre à la disposition des élèves un transparent de l'annexe 5.2 (*Résultats de l'expérience*) et un crayon-feutre. Demander à chaque équipe d'inscrire les résultats de leur expérience dans le tableau des résultats.

Tableau des résultats

Équipe	Hauteur (m)	Nombre de rebonds de la balle de tennis de table									
1											
2											
3											
4											
5											
6											
7											
8											
9											
10											



Lorsque toutes les équipes ont inscrit leurs résultats, projeter le transparent. En groupe classe, demander aux élèves de proposer, pour chacune des hauteurs, une valeur qui représenterait le mieux le nombre de rebonds que fait la balle de tennis de table. Amener les élèves à reconnaître que le résultat le plus fréquent serait une valeur appropriée et qu'on appelle ce résultat le mode d'un ensemble des données. Demander aux élèves de déterminer le *mode* des données correspondant à chacune des hauteurs et inscrire ces résultats dans le tableau de corrélation de l'annexe 5.2.

Tableau de corrélation

Hauteur (m)	Nombre de rebonds	
	Bondiballe	Balle de tennis de table
0,1	2	
0,5	4	
1,0	9	
1,5	10	
2,0	11	

Une fois le tableau de corrélation rempli, poser la question suivante : « Quel diagramme nous permettrait de comparer, pour chacune des hauteurs, le nombre de rebonds de la Bondiballe et de la balle de tennis de table? » Laisser les élèves présenter leurs suggestions.

Projeter un transparent de l'annexe 5.3 qui présente le diagramme à bandes du fabricant de la Bondiballe (diagramme 1) ainsi qu'un diagramme à bandes doubles (diagramme 2). Inviter les élèves à comparer les deux types de diagrammes et à en faire ressortir les ressemblances et les différences.

Par exemple, le diagramme à bandes doubles a les mêmes composantes que le diagramme à bandes, soit :

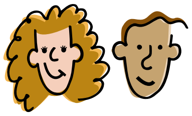
- un titre (*Sports préférés des élèves de 5e année*);
- une étiquette sur chacun des axes (*Nombre d'élèves, Sports*);
- une échelle verticale appropriée (*intervalles de 2*);
- des bandes de même largeur;
- un même écart entre les bandes;
- la désignation des catégories (*hockey, basket-ball, soccer, football, autres*).

Par contre, le diagramme à bandes doubles comprend :

- deux bandes de couleur différente par catégorie (*une bande jaune et une bande rouge*);
- une légende qui indique ce que représente chaque couleur (*les bandes jaunes représentent les données pour les filles et les bandes rouges, les données pour les garçons*).

Amener les élèves à constater que le diagramme à bandes doubles permet de comparer facilement des résultats, de les interpréter et d'en tirer des conclusions.

Demander aux élèves de reformer les équipes et remettre à chacune une feuille de papier quadrillé de grand format et deux marqueurs de couleur différente. Projeter de nouveau le transparent de l'annexe 5.2 et demander à chaque équipe de construire un diagramme à bandes doubles pour représenter les données du tableau de corrélation (nombre de rebonds obtenus avec la Bondiballe et avec la balle de tennis de table).



équipes
de 2 ou 3

Laisser le temps aux élèves de compléter leur diagramme. Circuler et, au besoin, aider les élèves en posant des questions telles que :

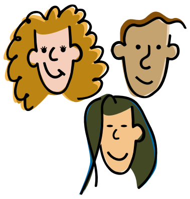
– « Est-ce que les bandes sont de la même largeur? »

– « Y a-t-il le même écart entre les bandes doubles? »

– « Que représentent les bandes jaunes? les bandes vertes? »

– « Quel titre porte votre diagramme? »

– « Pouvez-vous me montrer la bande qui indique le nombre de rebonds effectués par la Bondiballe lorsqu'elle tombe d'une hauteur de 1,5 mètre? »



environ
15 minutes

APRÈS L'APPRENTISSAGE (OBJECTIVATION/ÉCHANGE MATHÉMATIQUE)

Inviter quelques équipes à présenter leur diagramme à la classe et à l'expliquer. Laisser les autres élèves intervenir, tout en leur demandant de justifier leurs propos et leurs questions. Au besoin, poser des questions telles que :

– « Ce diagramme est-il correctement construit? »
– « Que représente cette bande? »
– « Est-ce que tous les diagrammes présentés sont identiques? Sinon, en quoi sont-ils différents? »

Discuter des résultats de cette expérience en posant des questions telles que :

– « Pourquoi n'avez-vous pas tous obtenu les mêmes résultats au cours de l'expérience? »
– « En général, êtes-vous arrivés à la même conclusion? »
– « Pouvez-vous justifier la validité de l'expérience menée? »
– « D'après vos résultats, est-ce qu'on peut déterminer quelle balle rebondit le plus haut? Comment pourrait-on le vérifier? » (*Puisque l'expérience ne consistait pas à mesurer la hauteur des rebonds, on ne peut déterminer quelle balle rebondit le plus haut. Pour ce faire, il faudrait obtenir des données du fabricant relatives à la hauteur du rebond de la Bondiballe et faire ensuite une expérience afin d'obtenir des données comparables avec la balle de tennis de table.*)

Amener les élèves à reconnaître l'utilité du diagramme à bandes doubles dans cette situation et à formuler des conclusions. Par exemple :

- D'après le diagramme à bandes doubles, on peut reconnaître que plus les balles tombent de haut, plus le nombre de rebonds est élevé.
- La balle de tennis de table fait plus de rebonds que la Bondiballe.

ADAPTATIONS

L'activité peut être modifiée pour répondre aux différents besoins des élèves.

Pour faciliter la tâche	Pour enrichir la tâche
• Éliminer de l'expérience les hauteurs de 0,1 m et 0,5 m.	• Demander aux élèves d'effectuer la même expérience avec d'autres sortes de balles (p. ex., balle de tennis, balle de golf). • Demander aux élèves de construire le diagramme à bandes doubles à l'aide d'un logiciel.

SUIVI À LA MAISON

Apporter en classe une pile de courrier de diverses provenances et présenter la mise en situation suivante :

Quand j'arrive à la maison en fin de journée, je ramasse mon courrier. J'ai pris l'habitude de le trier selon deux catégories : les lettres et les dépliants publicitaires. (Modeler le triage avec le courrier apporté.) *Vos parents font peut-être la même chose avec le contenu de leur boîte aux lettres. L'autre jour, alors que je faisais le tri, deux questions me sont venues à l'esprit :*

1. *En général, est-ce qu'on reçoit plus de lettres ou plus de dépliants publicitaires?*
2. *Est-ce que le nombre dans chaque catégorie varie selon la journée de la semaine?*

Suggérer aux élèves de vous aider à obtenir des réponses à ces questions en participant à une enquête. Leur demander de vérifier chaque soir pendant une semaine le courrier reçu à la maison et de noter le nombre de lettres et de dépliants publicitaires qu'il contient. S'assurer que tous comprennent bien la tâche à effectuer.

Chaque lendemain, déterminer avec les élèves le nombre total de courrier reçu par l'ensemble de la classe dans chacune des deux catégories et inscrire ces données dans un tableau de corrélation comme celui ci-dessous.

Exemple

Jour	Nombre de lettres	Nombre de dépliants publicitaires
lundi	68	84
mardi		
mercredi		
jeudi		
vendredi		

À quelques reprises pendant la semaine, inciter les élèves à analyser les données en posant des questions telles que :

– « Y avait-il plus de lettres ou de dépliants publicitaires hier? »

– « Jusqu'à maintenant, dans quelle catégorie avons-nous enregistré le plus grand nombre d'articles? »

– « À partir des données recueillies jusqu'à maintenant, êtes-vous en mesure de prédire si, à la fin de la semaine, les dépliants publicitaires représenteront plus de la moitié ou moins de la moitié du courrier reçu? »

Lorsque toutes les données ont été recueillies, demander aux élèves de prendre en note les données inscrites dans le tableau de corrélation, de représenter ces données par un diagramme à bandes et de répondre aux deux questions à l'origine de l'enquête. Analyser les diagrammes et les réponses aux questions en groupe classe.

Variante

On pourrait conserver les données recueillies et répéter l'expérience à un autre moment dans l'année (p. ex., à l'approche d'une fête, du congé d'hiver). Il serait alors possible de comparer les deux ensembles de données, d'en tirer d'autres conclusions et de faire des liens intéressants.

ACTIVITÉ SUPPLÉMENTAIRE - 1

Un bon sandwich

Grouper les élèves par trois. Remettre à chaque membre d'une équipe une page différente de l'annexe 5.4 (*Un bon sandwich*) et leur demander de répondre aux questions sans montrer leur feuille aux autres membres.

Lorsque tous les membres de l'équipe ont terminé, leur demander d'examiner les feuilles de leurs coéquipiers ou coéquipières et de réagir.

Mener ensuite une discussion en groupe classe afin de faire ressortir les avantages et les inconvénients de chacun des trois types de représentations et de l'importance d'organiser les données.

ACTIVITÉ SUPPLÉMENTAIRE - 2

Titres mystères

Grouper les élèves par trois. Distribuer à chaque équipe une copie de l'annexe 5.5 (*Titres mystères*) et leur demander d'accomplir la tâche demandée.

Une fois la tâche réalisée, leur demander de partager leurs réponses et de justifier leurs choix.

Réponses

1. En analysant les données représentées, associez chacun des titres suivants à un diagramme.
   - Nombre de caries dentaires par élève (*Diagramme 3*)
   - Nombre de personnes résidant à la maison des élèves (*Diagramme 5*)
   - Âge des pères des élèves (*Diagramme 2*)
   - Nombre de fois que les élèves peuvent écrire le mot « on » en une minute (*Diagramme 4*)
2. Un des diagrammes ne sera pas choisi. Donnez-lui un titre en lien avec ce qu'il pourrait représenter.

   (*Exemples de titres pour le diagramme 1 : Nombre de fruits mangés en une semaine par les élèves; Nombre de résultats « pile » obtenus par les élèves sur 50 lancers d'une pièce de monnaie.*)

ACTIVITÉ SUPPLÉMENTAIRE - 3

Réorganisons nos données

Projeter le transparent de l'annexe 5.6 (*Résultats d'une enquête*). Inviter les élèves à interpréter les résultats en posant diverses questions telles que :

– « Chez qui retrouve-t-on le même nombre de téléviseurs que chez vous? le même nombre total de résidents à la maison? le même nombre d'enfants? »

– « Y a-t-il des élèves qui partagent plus d'une caractéristique avec vous personnellement? »

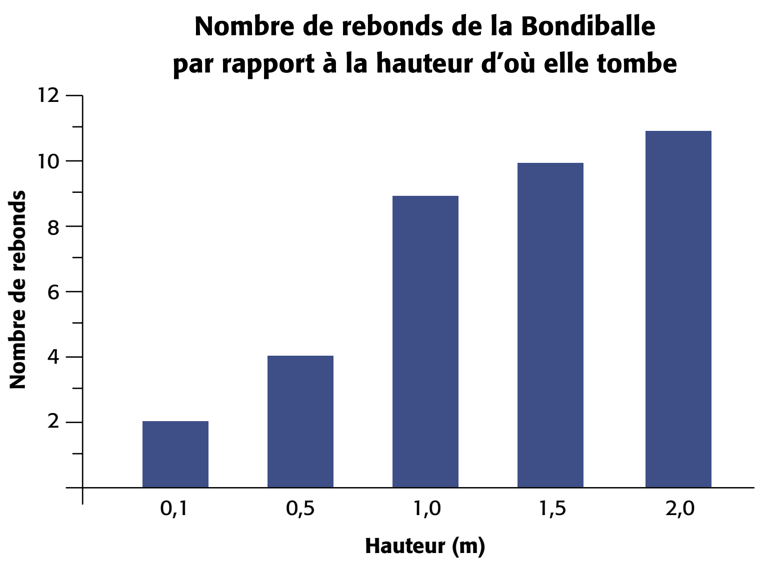
– « Quel est le mode de chaque catégorie? »

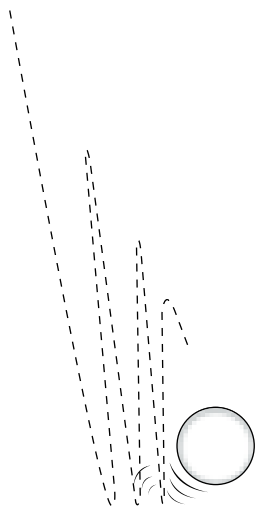
– « Si nous faisions ce sondage auprès des élèves de notre classe, les résultats seraient-ils très différents? Pourquoi? »

Sonder les élèves de la classe afin de déterminer, pour chacune des caractéristiques, le mode des données relatives à leur situation personnelle. Leur demander de comparer les données de la classe à celles de la classe de 5^e année de l'école Tournesol.

ANNEXE 5.1

Bondiballe





ANNEXE 5.2

Résultats de l'expérience

Tableau des résultats

Équipe	Hauteur (m)	Nombre de rebonds de la balle de tennis de table									
1											
2											
3											
4											
5											
6											
7											
8											
9											
10											

Tableau de corrélation

	Nombre de rebonds	
Hauteur (m)	Bondiballe	Balle de tennis de table
0,1	2	
0,5	4	
1,0	9	
1,5	10	
2,0	11	

ANNEXE 5.3

Diagramme 1

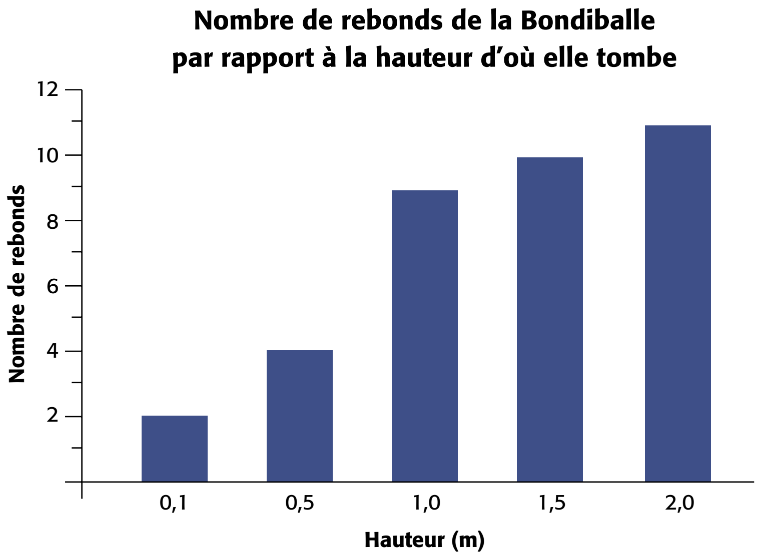
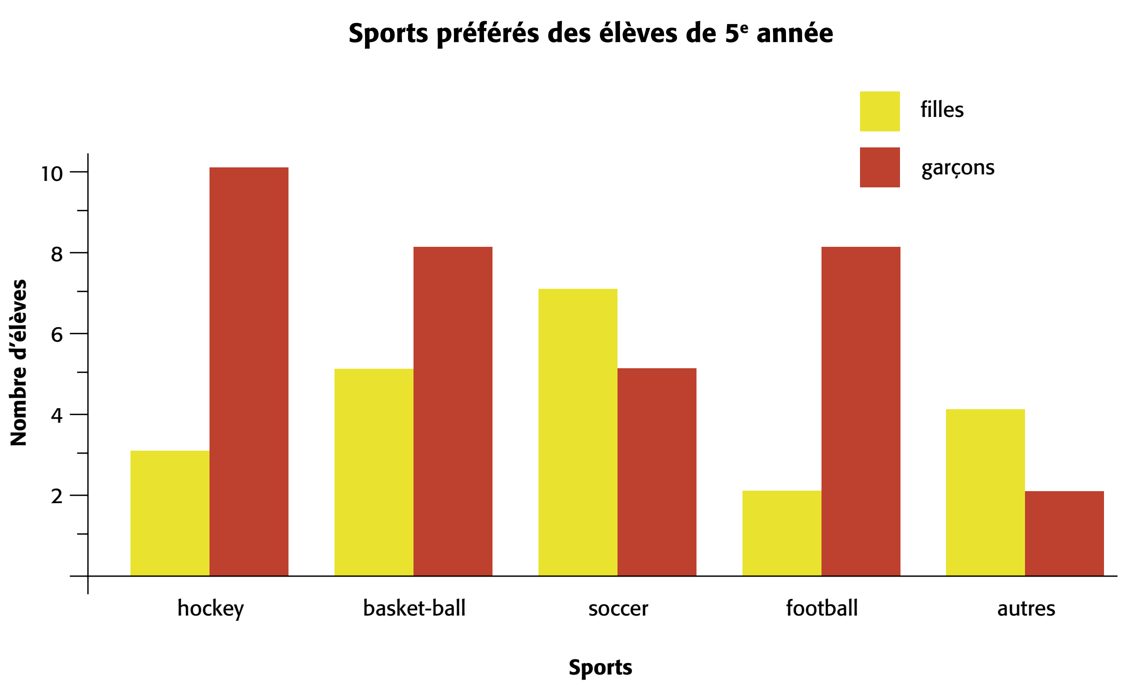


Diagramme 2



ANNEXE 5.4

Un bon sandwich

À l'aide du texte ci-dessous, réponds aux questions suivantes.

1. Quelle sorte de sandwich retrouve-t-on le plus fréquemment dans les sacs-repas de ce groupe d'amis?

   ____

2. Quelles sortes de sandwichs retrouve-t-on dans les sacs-repas de deux personnes?

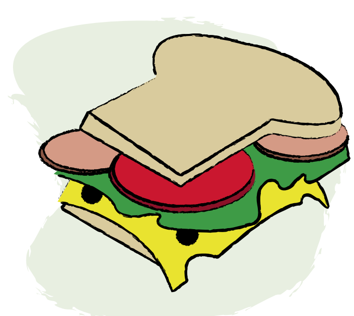
   ____

3. Quelle sorte de sandwich Steve avait-il apporté?

   ____

Un bon sandwich !

Pour le lunch, Laura avait un sandwich au jambon et au fromage. Kelly, quant à elle, a dévoré le sien, qui était à la confiture de bleuets. Jessie aussi avait un sandwich à la confiture de bleuets. David et Paula avaient des sandwichs aux œufs. Oh, j'ai oublié de mentionner que Steve, Isabelle et Sam avaient aussi des sandwichs au jambon et au fromage dans leur sac-repas! Kristel a dégusté un sandwich au fromage à la crème et au saumon. Mariko avait un sandwich au poulet, alors que Logan avait un sandwich aux tomates.



ANNEXE 5.4 (suite)

Un bon sandwich

À l'aide du diagramme ci-dessous, réponds aux questions suivantes.

1. Quelle sorte de sandwich retrouve-t-on le plus fréquemment dans les sacs-repas de ce groupe d'amis?

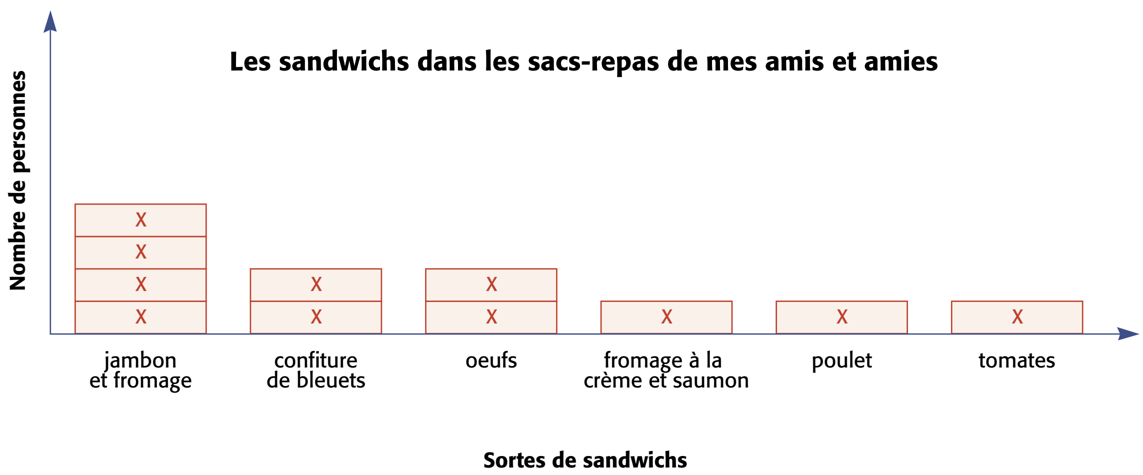
   ____

2. Quelles sortes de sandwichs retrouve-t-on dans les sacs-repas de deux personnes?

   ____

3. Quelle sorte de sandwich Steve avait-il apporté?

   ____



ANNEXE 5.4 (suite)

Un bon sandwich

À l'aide du tableau ci-dessous, réponds aux questions suivantes.

1. Quelle sorte de sandwich retrouve-t-on le plus fréquemment dans les sacs-repas de ce groupe d'amis?

   ____

2. Quelles sortes de sandwichs retrouve-t-on dans les sacs-repas de deux personnes?

   ____

3. Quelle sorte de sandwich Steve avait-il apporté?

   ____

Nos sandwichs

Sam	jambon et fromage
Paula	œufs
Jessie	confiture de bleuets
Kristel	fromage à la crème et saumon
Logan	tomates
Mariko	poulet
Isabelle	jambon et fromage
Kelly	confiture de bleuets
Steve	jambon et fromage
David	œufs
Laura	jambon et fromage

ANNEXE 5.5

Titres mystères

Les cinq diagrammes suivants représentent des données recueillies auprès des 24 élèves d'une classe de 5e année.

1. En analysant les données représentées, associez chacun des titres suivants à un diagramme.
   - Nombre de caries dentaires par élève
   - Nombre de personnes résidant à la maison des élèves
   - Âge des pères des élèves
   - Nombre de fois que les élèves peuvent écrire le mot « on » en une minute
2. Un des diagrammes ne sera pas choisi. Donnez-lui un titre en lien avec ce qu'il pourrait représenter.

Diagramme 1 ______________________________

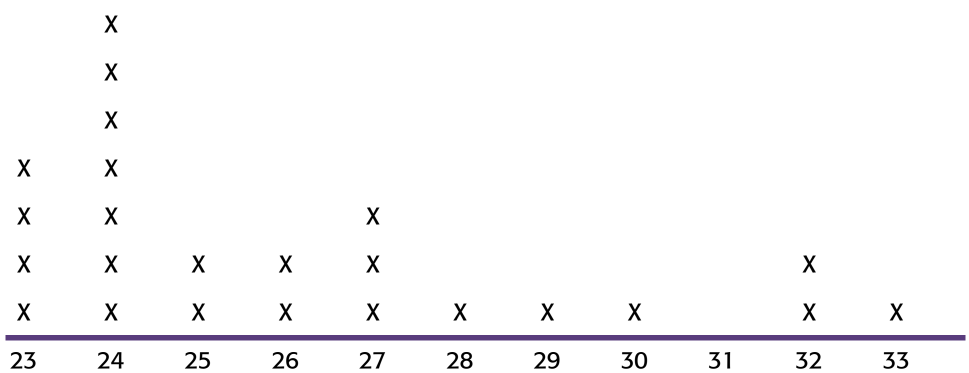
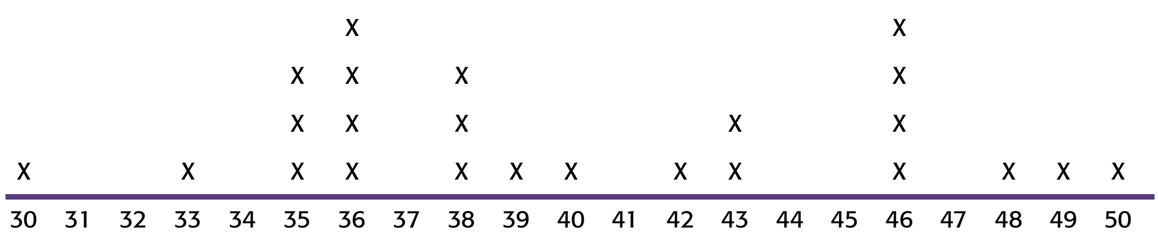


Diagramme 2 ______________________________



ANNEXE 5.5 (suite)

Diagramme 3 ________________________________

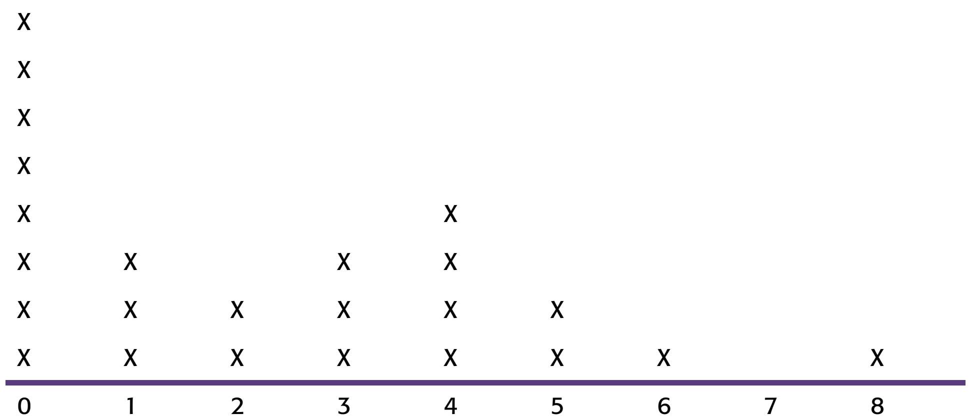


Diagramme 4 ________________________________

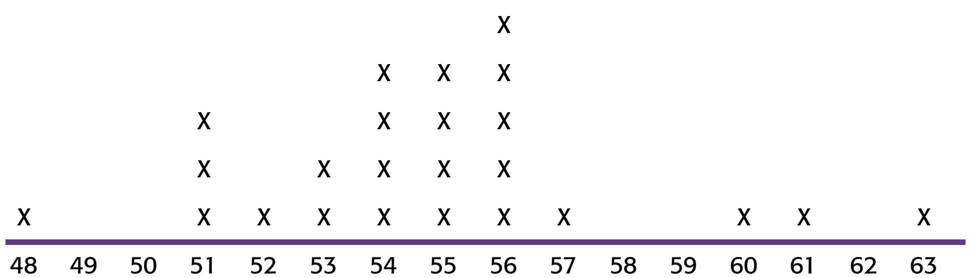
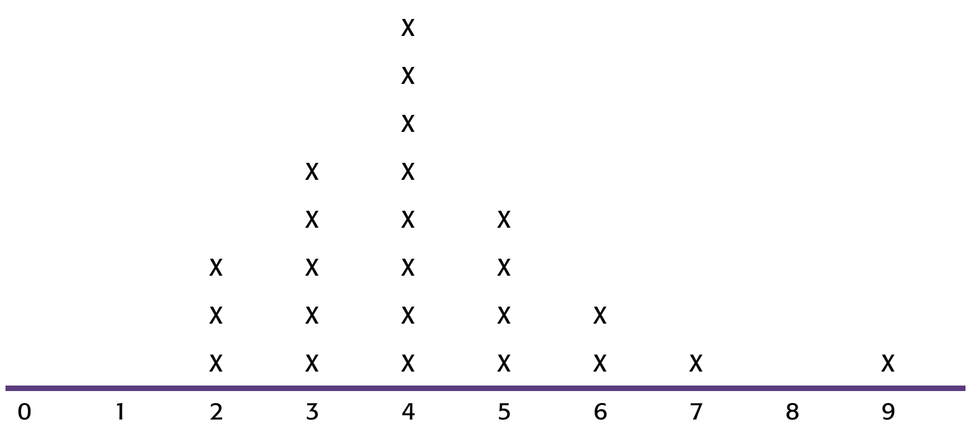


Diagramme 5 ________________________________



ANNEXE 5.6

Résultats d'une enquête

Sondage mené auprès des élèves de 5e année de l'école Tournesol

Nom	Nombre d'enfants à la maison	Nombre total de résidents à la maison	Nombre de téléviseurs à la maison	Nombre de voitures
Adams	1	5	3	2
Awashish	2	3	1	2
Biron	2	4	2	2
Brown	3	4	5	1
Campeau	4	7	3	3
Cyr	1	2	1	1
Dionne	1	3	0	0
El-Asmar	3	5	6	2
Éthier	1	2	4	1
Finnigan	2	4	2	2
Freitas-Branco	3	5	5	2
Garaudé	4	6	1	3
Indy	2	3	2	1
Manziarly	2	6	6	1
Maurice	3	5	2	2
Ryder	3	4	2	2
Salinas	1	2	0	2
Saint-Martin	1	4	1	2
Xiu	1	3	2	2
Winters	3	5	2	2

Situation d'apprentissage, 6e année

De quelle couleur sera le jeton?

GRANDE IDÉE : PROBABILITÉ

SOMMAIRE

Dans cette situation d'apprentissage, les élèves déterminent la probabilité expérimentale de piger un jeton rouge et celle de piger un jeton bleu d'un sac contenant un certain nombre de jetons. Ils jouent ensuite à un jeu dans lequel ils utilisent cette probabilité pour prédire la couleur du jeton qu'ils vont piger.

INTENTION PÉDAGOGIQUE

Cette situation d'apprentissage a pour but d'amener les élèves :

- à reconnaître que les résultats d'une expérience sont sujets à la variabilité;
- à comprendre la relation entre le nombre d'essais effectués lors d'une expérience aléatoire, la fréquence d'un résultat particulier et la probabilité de ce résultat;
- à explorer la relation entre la probabilité théorique et la probabilité expérimentale;
- à appliquer les étapes de la résolution de problèmes en probabilité.

Matériel

- sacs A : sacs de papier contenant 3 jetons bleus et 2 jetons rouges (1 sac par équipe de deux)
- sacs B : sacs de papier contenant 5 jetons rouges et 5 jetons bleus (1 sac par équipe de deux)
- sacs mystères : sacs de papier contenant 35 jetons rouges et 15 jetons bleus (1 sac par équipe de deux)
- annexes 6.1 et 6.2 (1 copie de chacune par équipe)
- annexe 6.3 (1 copie par élève)

ATTENTE ET CONTENUS D'APPRENTISSAGE

Attente

L'élève doit pouvoir résoudre des problèmes en considérant la probabilité expérimentale et la probabilité théorique.

Contenus d'apprentissage

L'élève doit :

– comparer la probabilité expérimentale à la probabilité théorique d'un événement;
– démontrer que la reprise de la même expérience peut produire des résultats différents;
– démontrer une compréhension de la probabilité lors de prises de décisions (p. ex., la probabilité d'obtenir le côté *face* lors du lancer d'une pièce de monnaie est indépendante du résultat du lancer précédent);
– décrire la probabilité d'un événement à l'aide de fractions et de pourcentages.

Durée approximative de la situation d'apprentissage : **90 minutes**

CONTEXTE

Au cours des années d'études précédentes, les élèves ont réalisé des expériences simples de probabilité. Ils ont comparé les résultats obtenus à la liste des résultats prévus et ils ont décrit, à l'aide d'une fraction, la probabilité qu'un événement se produise. En 6e année, ils apprennent à exprimer la probabilité à l'aide d'un pourcentage et à comparer la probabilité expérimentale à la probabilité théorique.

PRÉALABLES

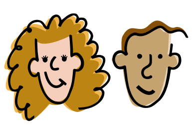
La présente situation d'apprentissage permet aux élèves d'explorer la relation entre la probabilité théorique et la probabilité expérimentale, et de découvrir que la variabilité est inhérente à toute situation aléatoire.

Pour être en mesure de réaliser cette situation d'apprentissage, les élèves doivent pouvoir décrire la probabilité théorique d'un événement à l'aide de fractions et de pourcentages.

VOCABULAIRE MATHÉMATIQUE

Probabilité, probabilité théorique, probabilité expérimentale, fréquence, résultats possibles, variabilité.

AVANT L'APPRENTISSAGE (MISE EN TRAIN)



équipes de 2

environ **15 minutes**

Préparer à l'avance les sacs A et B, ainsi que les sacs mystères (voir l'encadré *Matériel*). Présenter la situation d'apprentissage suivante :

Aujourd'hui, nous allons effectuer une expérience liée au hasard qui nous fera explorer des concepts importants en probabilité. Pour commencer, nous allons faire une petite activité qui permettra de revoir certaines de vos connaissances en probabilité. Je vais vous remettre une copie de l'activité à réaliser et deux sacs de papier. Je vous demande de ne pas regarder le contenu des sacs et d'attendre les consignes.

Grouper les élèves par deux et distribuer à chaque équipe un sac A, un sac B et une copie de l'annexe 6.1 (*Probabilité théorique et probabilité expérimentale*).

En premier lieu, examiner les questions avec les élèves. Après la lecture à haute voix d'une question, demander à un ou à une élève de l'expliquer en ses propres mots. S'assurer que tous comprennent bien le travail à effectuer. Revoir, au besoin, la façon d'exprimer une probabilité à l'aide d'une fraction et à l'aide d'un pourcentage.

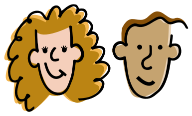
Demander ensuite aux élèves de répondre aux questions. Circuler et intervenir seulement pour des besoins de clarification. Lorsque toutes les équipes ont terminé, faire un retour sur leurs réponses et animer une discussion au sujet des différences entre la probabilité théorique (question 1) et la probabilité expérimentale (question 3).

Exemple d'explication

Question 1 – Sac A : La probabilité de piger un jeton d'une couleur donnée du sac A est déterminée en prenant connaissance du contenu du sac. On compte les jetons afin d'établir un rapport entre le nombre de jetons d'une certaine couleur et le nombre total de jetons. Donc, en considérant le contenu du sac A, on constate que le résultat le plus probable est de piger un jeton bleu et que la probabilité de piger un jeton bleu est égale à $\frac{3}{5}$ ou à 60 %. De même, la probabilité de piger un jeton rouge est égale à $\frac{2}{5}$ ou à 40 %. Lorsqu'on détermine la probabilité en visualisant ou en dénombrant l'ensemble des résultats possibles, on parle de **probabilité théorique.**

Question 3 – Sac B : Puisqu'on ne peut pas regarder à l'intérieur du sac, la seule façon de déterminer la probabilité de piger un jeton d'une couleur donnée est de piger dans le sac un certain nombre de fois et de noter les résultats. La probabilité est alors associée aux résultats de l'**expérience.** Il s'agit dans ce cas d'une **probabilité expérimentale**. Par exemple, si on a pigé 7 fois un jeton bleu et 3 fois un jeton rouge, on dit que la probabilité de piger un jeton bleu est d'*environ* $\frac{7}{10}$ ou 70 % et que la probabilité de piger un jeton rouge est d'*environ* $\frac{3}{10}$ ou 30 %.

PENDANT L'APPRENTISSAGE (EXPLORATION)



équipes de 2

environ **60 minutes**

Présenter aux élèves la situation suivante :

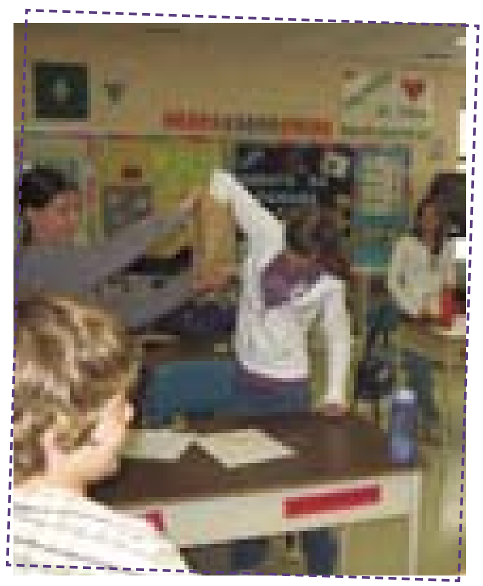
Je vais remettre à chaque équipe un sac mystère différent qui contient un certain nombre de jetons rouges et de jetons bleus. Le jeu consiste à deviner d'abord, à tour de rôle, quelle couleur de jeton vous allez piger. Ensuite, après avoir pigé, si vous avez deviné juste, vous demeurez dans le jeu; sinon, vous êtes éliminé. La dernière personne à jouer gagne la partie.

Avant de procéder au jeu, je vous propose d'effectuer une expérience qui pourrait vous donner des indices sur la répartition des jetons dans le sac et vous aider à gagner.

Grouper les élèves par deux et distribuer à chaque équipe un sac mystère (contenant 35 jetons rouges et 15 jetons bleus), ainsi qu'une copie de l'annexe 6.2 (*Sac mystère*). Présenter la tâche à accomplir en précisant de ne pas regarder à l'intérieur du sac.

Allouer suffisamment de temps pour permettre aux élèves de réaliser l'expérience présentée à l'annexe 6.2. Lorsque toutes les équipes ont terminé, commencer le jeu.

Déroulement suggéré du jeu



1) Demander à tous les élèves de se lever.
2) Choisir au hasard un ou une élève pour commencer le jeu. Lui demander de deviner la couleur du jeton qu'il ou elle va piger et de l'annoncer à toute la classe. Lui demander ensuite de piger un jeton du sac de son équipe, de le montrer à la classe, puis de le remettre dans le sac.
3) Inscrire au tableau la couleur du jeton pigé.
   - Si la couleur du jeton **ne correspond pas** à la couleur annoncée, l'élève doit s'asseoir et il ou elle est éliminé du jeu.
   - Si la couleur du jeton **correspond** à la couleur annoncée, l'élève reste debout et aura ultérieurement droit à un autre tour.

4) Passer au prochain ou à la prochaine élève, dans le sens des aiguilles d'une montre, et ce, jusqu'à ce qu'il ne reste qu'un seul participant ou une seule participante debout. Ce sera le gagnant ou la gagnante.

Tout au long du jeu, inciter les élèves à analyser les résultats des tirages inscrits au tableau et à réfléchir à leur stratégie de jeu. Prêter attention aux commentaires et aux réactions des élèves afin d'évaluer dans quelle mesure ils semblent comprendre et appliquer les concepts de probabilité. Par exemple, à la suite de 10 tirages consécutifs d'un jeton rouge, l'élève qui s'apprête à jouer décide de modifier sa stratégie parce qu'il ou elle estime qu'il est peu probable de piger, de nouveau, un jeton rouge. Il y aurait alors lieu de noter cette réaction et d'animer ultérieurement une discussion au sujet du concept de résultats indépendants et de l'idée que « le hasard n'a pas de mémoire ».

Lorsque le jeu est terminé, faire un retour sur le jeu en posant des questions telles que :

– « Selon vous, est-ce que le gagnant ou la gagnante du jeu a eu de la chance? Pourquoi? »
– « Est-ce que le ou la même élève gagnerait si on jouait de nouveau? Pourquoi? »

Amener les élèves à justifier leur réponse en utilisant des arguments mathématiques et en les exprimant à l'aide du vocabulaire de probabilité approprié. Inciter les autres élèves à réagir aux arguments présentés. Par exemple, même si un jeton rouge a été pigé 10 fois de suite, rien ne nous dit qu'on ne pigera pas encore un jeton rouge au prochain tirage (voir *Sens de la variabilité*, p. 132-134).

Poursuivre l'échange en posant des questions telles que :

– « Quelle stratégie avez-vous utilisée pendant le jeu? » (*J'ai utilisé nos données sur la probabilité expérimentale.*)
– « Combien d'entre vous se sont basés sur la probabilité expérimentale pour deviner, au préalable, la couleur de jeton que vous alliez piger? »
– « Pensez-vous que toutes les équipes ont obtenu la même probabilité expérimentale? Pourquoi? » (*Non, parce que les résultats obtenus par chacune des équipes dépendent du hasard.*)

Demander à chaque équipe de révéler les résultats de leur expérience (questions 1 et 2 de l'annexe 6.2) et inscrire ces données au tableau.

Exemple

Équipe	Fréquence		Probabilité (%)	
	Jeton rouge	Jeton bleu	Jeton rouge	Jeton bleu
1	8	2	80	20
2	7	3	70	30
3	4	6	40	60
4	10	0	100	0
5	9	1	90	10
6	3	7	30	70
7	8	2	80	20
8	9	1	90	10
9	5	5	50	50
10	7	3	70	30
11	8	2	80	20
12	8	2	80	20

Remettre à chaque élève une copie de l'annexe 6.3 (*Qu'est-ce qui se cache dans les sacs mystères?*) et leur demander de répondre individuellement à la question 1 à la lumière des résultats inscrits au tableau.

Inviter ensuite quelques élèves à partager leur réponse en justifiant leur position. Inciter les autres élèves à réagir aux arguments présentés. Révéler ensuite aux élèves qu'en réalité, tous les sacs mystères contiennent 50 jetons et qu'ils possèdent tous la même répartition de jetons rouges et de jetons bleus. Souligner que toute expérience de probabilité entraîne des résultats dont certains peuvent être plus probables que d'autres, mais que le hasard fait en sorte que les résultats obtenus varient d'une fois à l'autre. Insister sur le fait que la variation dans les résultats peut être surprenante, mais qu'elle existe et que ce phénomène s'appelle la *variabilité*. Préciser qu'en traitement des données, tout comme en probabilité, il faut tenir compte de la variabilité dans l'interprétation des résultats.

Demander aux élèves de répondre individuellement à la question 2 de l'annexe 6.3 en commençant par inscrire 50 jetons dans la première phrase.

APRÈS L'APPRENTISSAGE (OBJECTIVATION/ÉCHANGE MATHÉMATIQUE)

environ
15 minutes

Demander à quelques élèves de présenter leur estimation de la répartition des jetons dans le sac et de partager avec le reste de la classe le raisonnement qu'ils ont utilisé pour l'obtenir. Inscrire les estimations proposées au tableau.

Voici des exemples d'estimations possibles.

- Lorsqu'on a effectué nos 10 essais, on a obtenu 4 jetons rouges et 6 jetons bleus. Puisque le sac contient 50 jetons, soit 5 fois plus que le nombre d'essais, alors le sac devrait aussi contenir 5 fois plus de jetons rouges et de jetons bleus. J'estime donc qu'il y a 20 jetons rouges (5×4) et 30 jetons bleus (5×6).
- Puisque tous les sacs ont le même contenu, les résultats du jeu peuvent représenter des résultats de tirages effectués à partir du même sac. Pendant le jeu, on a pigé le plus souvent des jetons rouges, alors les sacs contiennent probablement plus de jetons rouges que de bleus. Il doit alors y avoir plus de la moitié des jetons qui sont rouges. J'en déduis qu'il doit y avoir environ 30 jetons rouges et 20 jetons bleus.
- Puisque tous les sacs ont un contenu identique, c'est comme si on avait pigé 120 fois dans le même sac lors de l'expérience (12 équipes qui ont chacune fait 10 essais). D'après le tableau, il y a eu 86 tirages de jetons rouges sur 120 tirages, ce qui est équivalent à 43 jetons rouges sur 60 tirages ($\frac{86}{120} = \frac{43}{60}$). Mais, puisqu'il y a seulement 50 jetons dans le sac, alors je dirais qu'il y a environ 40 jetons rouges et 10 jetons bleus.

Animer l'échange mathématique en posant des questions telles que :

– « Crois-tu que ton estimation est une bonne approximation de la répartition des jetons dans le sac? Pourquoi? »

– « Si je ne vous avais pas informés que tous les sacs avaient le même contenu, aurais-tu fait cette même estimation? Pourquoi? »

– « Qui, selon toi, a fait la meilleure estimation? Quels éléments te font croire qu'elle est plus précise que d'autres? » (*Je pense que les personnes qui ont examiné plus de résultats pour déterminer le nombre de jetons de chaque couleur ont probablement une estimation plus juste, car si on considère seulement les résultats de nos 10 essais, on obtient des résultats qui risquent d'être moins représentatifs de l'ensemble des jetons dans le sac.*)

– « Es-tu certain (ou certaine) que votre sac contient exactement cette quantité de jetons rouges et de jetons bleus? Pourquoi? » (*Je ne peux pas en être certain (certaine) puisque j'ai fondé mon estimation sur des probabilités expérimentales.*)

Demander ensuite aux élèves :

- de vérifier le contenu de leur sac et de le comparer à leur estimation de la répartition des jetons (question 2 de l'annexe 6.3);
- de déterminer, en pourcentage, la probabilité théorique de chaque résultat et de les comparer aux probabilités obtenues lors des 10 essais (question 2 de l'annexe 6.2).

Animer une discussion au sujet des conclusions que l'on peut tirer de ces deux comparaisons. Par exemple, faire ressortir le fait que dans plusieurs cas, il y a une différence importante entre le contenu du sac et les estimations de la répartition des jetons dans le sac. Par contre, si on examine l'ensemble des résultats obtenus lors du jeu ou encore les 120 résultats obtenus lors des expériences (86 fois un jeton rouge et 34 fois un jeton bleu), on constate que, toutes proportions gardées, la répartition selon les couleurs est assez semblable à la répartition des jetons dans le sac. Amener les élèves à reconnaître que plus la taille de l'échantillon est grande (p. ex., l'ensemble des résultats du jeu), plus la répartition des résultats obtenus semble constituer une bonne approximation de la répartition des jetons dans le sac. De façon similaire, les amener à conclure que plus la taille de l'échantillon est grande, plus la probabilité expérimentale d'un résultat quelconque semble constituer une bonne approximation de la probabilité théorique du même résultat.

Note : Les activités supplémentaires 1 (*100 fois, 500 fois, 1 000 fois*…, p. 237) et 2 (*Une roulette remarquable!*, p. 238) permettent aux élèves de développer une meilleure compréhension des liens qui existent entre le nombre d'essais effectués lors d'une expérience aléatoire, la fréquence d'un résultat particulier et la probabilité de ce résultat.

ADAPTATIONS

L'activité peut être modifiée pour répondre aux différents besoins des élèves.

Pour faciliter la tâche	Pour enrichir la tâche
• Lors de l'activité avec le sac mystère, aider les élèves à utiliser les résultats de l'expérience pour déterminer la probabilité, en pourcentage, de piger un jeton rouge et celle de piger un jeton bleu.	• Demander aux élèves de simuler le tirage des jetons à l'aide d'une calculatrice à affichage graphique ou d'un logiciel. • Préparer un autre sac mystère avec une répartition quelconque de jetons rouges et de jetons bleus. Inviter les élèves à déterminer collectivement une probabilité expérimentale puis à jouer de nouveau au jeu. *Note* : Cette fois, le jeu se présente différemment, car tous possèdent au départ la même information.

SUIVI À LA MAISON

À la maison, les élèves peuvent effectuer une expérience avec un membre de la famille afin de consolider leur apprentissage en probabilité. Leur proposer la démarche suivante.

- Placer dans un sac opaque 10 objets identiques (p. ex., jetons, billes, cubes), dont 3 sont d'une couleur et 7 sont d'une autre couleur.
- Demander à un membre de la famille de piger 10 fois un objet en notant sa couleur et en le remettant dans le sac après chaque tirage.
- Lui demander ensuite d'estimer combien, parmi les 10 objets, sont d'une couleur et combien sont de l'autre couleur.
- Examiner ensemble le contenu du sac, vérifier l'hypothèse émise, et en discuter.
- Lui demander de répéter le tirage de 10 objets à quelques reprises et de comparer chaque fois les résultats à ceux obtenus la première fois.
- Puis, lui expliquer les concepts de variabilité et de probabilité.

ACTIVITÉ SUPPLÉMENTAIRE - 1

100 fois, 500 fois, 1 000 fois…

Décrire aux élèves une expérience de probabilité pour laquelle tous les résultats sont équiprobables (p. ex., lancer une pièce de monnaie, rouler un dé, tourner une roulette dont les secteurs ont la même aire ou piger une bille d'un sac contenant un même nombre de billes de chaque couleur).

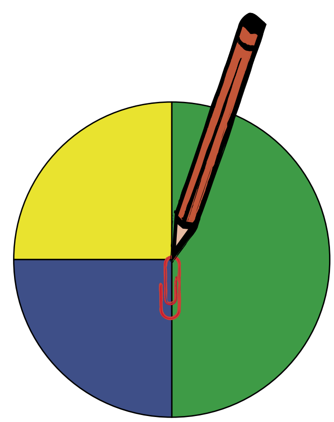
Grouper les élèves par deux et remettre à chaque équipe une copie de l'annexe 6.4. Aider les élèves à compléter la partie *Résultats possibles*. Par exemple, si l'expérience s'effectue à l'aide d'une pièce de monnaie, les résultats possibles sont *pile* et *face*.

Demander à chaque équipe d'effectuer l'expérience 100 fois en notant la fréquence des résultats à l'annexe 6.4 à l'aide d'un entier, d'une fraction et d'un nombre décimal (au millième près). Chaque équipe doit ensuite simuler l'expérience 400 fois à l'aide d'une calculatrice à affichage graphique et ajouter les résultats aux 100 résultats précédents de façon à avoir des fréquences correspondant à 500 essais. Par la suite, chaque équipe doit répéter l'expérience 500 fois à l'aide de la même simulation afin d'obtenir des fréquences correspondant à 1 000 essais.

Note : Si les élèves ne sont pas en mesure de simuler l'expérience à l'aide d'une calculatrice, ils peuvent regrouper les résultats de 5 équipes, puis de 10 équipes afin de remplir leur tableau.

À la suite de l'expérience, demander à chaque équipe d'indiquer dans quelle mesure les résultats de leur expérience à chacune des trois étapes se rapprochent de la probabilité théorique. Inciter les élèves à établir des liens entre le nombre d'essais, la fréquence de chacun des résultats et la probabilité théorique.

ACTIVITÉ SUPPLÉMENTAIRE - 2

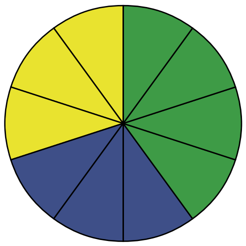


Une roulette remarquable!

Grouper les élèves en dix équipes. Remettre à chacune un trombone et une copie des annexes 6.5A et 6.5B. Demander aux élèves de colorier un quart du cercle de l'annexe 6.5A en jaune, un quart en bleu et une moitié en vert.

Leur demander de placer le trombone au centre du cercle, de le faire tourner 10 fois, de noter les résultats et de les représenter en coloriant les sections appropriées du cercle de l'annexe 6.5B.

Exemple

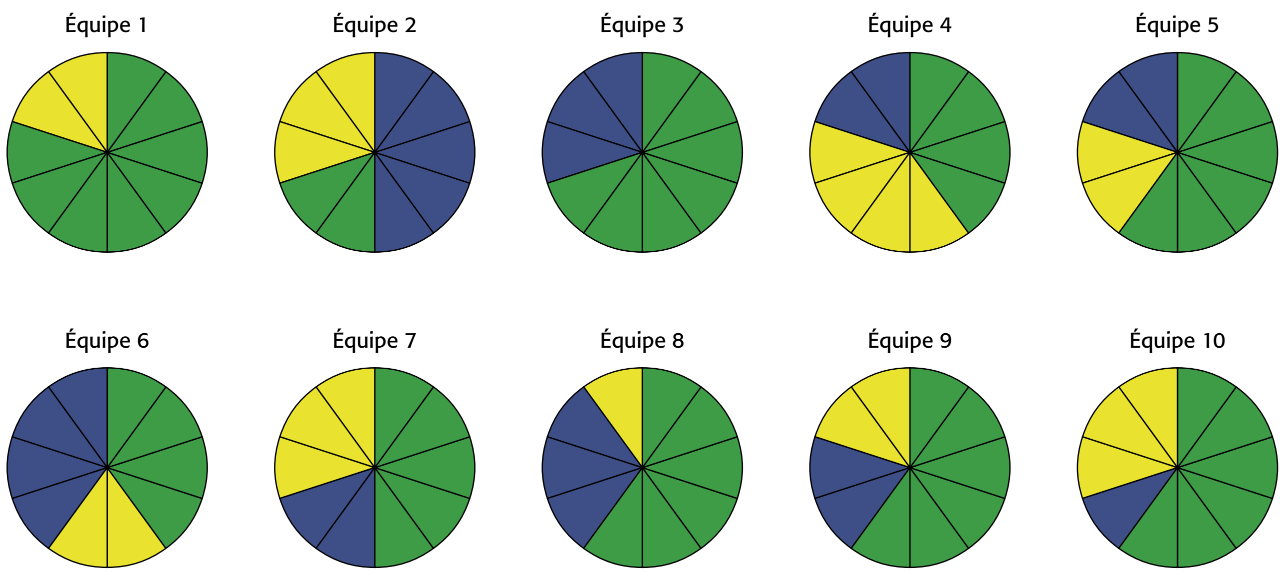


En tournant la roulette 10 fois, le trombone s’est arrêté 4 fois sur la section verte, 3 fois sur la section bleue et 3 fois sur la section jaune.

Note : Afin d’habituer les élèves à se servir d’outils technologiques, on peut aussi demander aux élèves de transcrire les résultats dans un tableur et d’utiliser la fonction appropriée pour créer le diagramme circulaire correspondant à l’annexe 6.5B.

Inviter les équipes à afficher leur diagramme circulaire au tableau.

Exemple



Animer une discussion afin de faire ressortir la variabilité dans les résultats, en posant des questions telles que :

– « Que représentent les diagrammes affichés au tableau? »

– « Que pouvez-vous dire au sujet de ces représentations? »

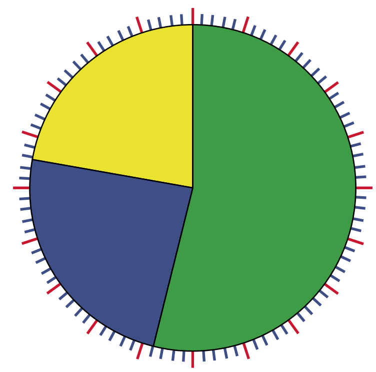
– « Pourquoi n’avez-vous pas tous obtenu les mêmes résultats? »

– « En utilisant ces représentations, est-ce que vous pourriez facilement établir un lien avec la répartition des couleurs sur la roulette initiale? »

Avec les élèves, regrouper l'ensemble des données de chacune des équipes dans un tableau et déterminer la somme des fréquences des résultats pour chaque couleur. Représenter ensuite ces sommes sur un transparent de l'annexe 6.5C.

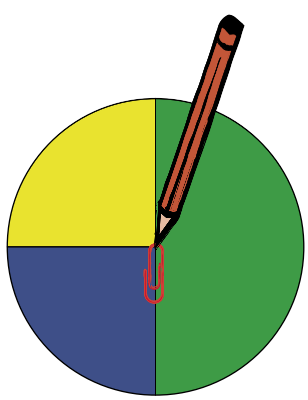
Exemple

Équipe	Vert	Bleu	Jaune
1	8	0	2
2	2	5	3
3	7	3	0
4	4	2	4
5	6	2	2
6	4	4	2
7	5	2	3
8	6	3	1
9	6	2	2
10	6	1	3
Total	**54**	**24**	**22**

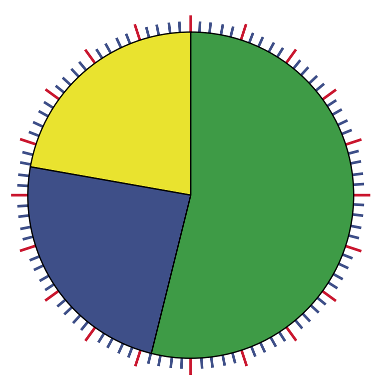


Inciter les élèves à comparer les secteurs coloriés des annexes 6.5A et 6.5C, et à établir un lien entre le nombre d'essais, la fréquence de chacun des résultats et la probabilité théorique.

Exemple



Roulette



Représentation des résultats

ACTIVITÉ SUPPLÉMENTAIRE - 3

Quelle est ta roulette?

Grouper les élèves par deux. Remettre à chaque équipe une copie de l'annexe 6.6 (*Gabarits pour roulette*), un trombone ainsi qu'un ensemble de probabilités théoriques (voir exemples ci-après).

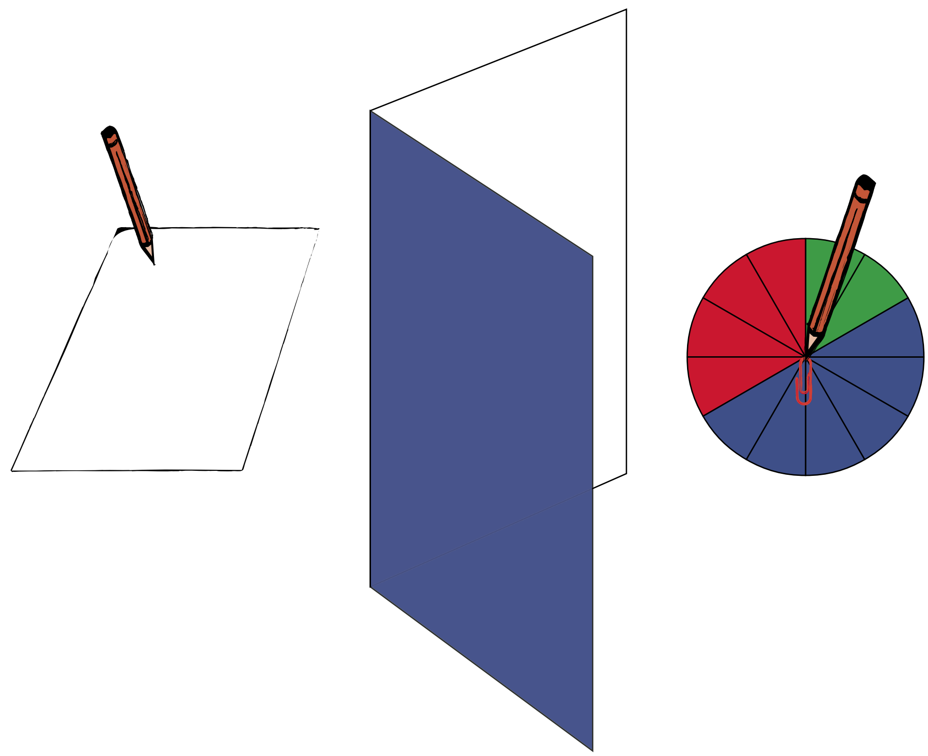
Note : Utiliser seulement des fractions dont le dénominateur est un diviseur de 12 et s'assurer que la somme des probabilités est égale à 1.

Exemples d'ensembles de probabilités théoriques

P(rouge) = $\frac{1}{3}$, P(bleu) = $\frac{1}{2}$, P(vert) = $\frac{1}{6}$
P(rouge) = $\frac{1}{2}$, P(bleu) = $\frac{1}{6}$, P(vert) = $\frac{1}{3}$
P(rouge) = $\frac{2}{3}$, P(bleu) = $\frac{1}{4}$, P(vert) = $\frac{1}{12}$
P(rouge) = $\frac{1}{12}$, P(bleu) = $\frac{2}{3}$, P(vert) = $\frac{1}{4}$
P(rouge) = $\frac{1}{4}$, P(vert) = $\frac{3}{4}$
P(rouge) = $\frac{1}{3}$, P(bleu) = $\frac{1}{3}$, P(vert) = $\frac{1}{3}$

Demander aux élèves de colorier la roulette 1 afin qu'elle représente l'ensemble des probabilités théoriques qui leur a été assigné.

Lorsque les équipes ont terminé, les regrouper par deux en leur indiquant de ne pas montrer leur roulette à l'autre équipe. Leur expliquer que le jeu consiste à tenter de déterminer, à tour de rôle, les probabilités théoriques qui sont représentées sur la roulette 1 de l'autre équipe. Pour ce faire, l'équipe A cache sa roulette 1, fait tourner le trombone en son centre et informe l'équipe B de la couleur du secteur où le trombone s'arrête. L'équipe B note ce résultat et demande à l'équipe A de faire tourner le trombone de nouveau. Lorsque l'équipe B croit avoir une bonne idée de la répartition des couleurs sur la roulette 1 de l'équipe A, elle représente cette répartition sur sa copie de la roulette 2.

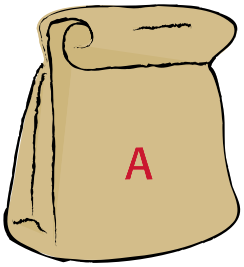


Les deux équipes changent ensuite de rôle et reprennent le jeu. Cette fois, c'est l'équipe A qui note, sur sa copie de la roulette 2, ce qu'elle croit être une bonne représentation de la roulette 1 de l'équipe B. Lorsque les deux équipes ont joué, les élèves comparent les roulettes afin de déterminer quelle équipe a réussi à représenter la roulette de l'équipe adverse avec le plus de justesse.

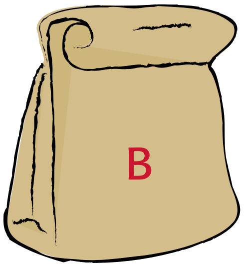
ANNEXE 6.1

Probabilité théorique et probabilité expérimentale

1. **Regardez le contenu du sac A** et déterminez quelle est la probabilité de piger un jeton bleu du sac et celle de piger un jeton rouge. Exprimez chaque probabilité à l'aide d'une fraction et à l'aide d'un pourcentage.



2. **Sans regarder dans le sac B,** pigez un jeton du sac, notez sa couleur et replacez-le dans le sac. Répétez l'expérience neuf fois, puis notez la fréquence du résultat « jeton bleu » et la fréquence du résultat « jeton rouge ».



3. **Sans regarder dans le sac B,** comment pourrait-on évaluer la probabilité de piger un jeton bleu et celle de piger un jeton rouge?

ANNEXE 6.2

Sac mystère

Rappel : <u>Il est interdit de regarder à l'intérieur du sac!</u>

1. Pigez un jeton du sac, notez sa couleur et remettez-le dans le sac. Répétez l'expérience 9 fois de plus, soit 10 fois au total.

2. Déterminez, en pourcentage, la probabilité de piger un jeton rouge et la probabilité de piger un jeton bleu.

   Probabilité de piger un jeton rouge est d'environ ____ %.

   Probabilité de piger un jeton bleu est d'environ ____ %.

3. Quelle couleur de jeton pensez-vous piger pendant le jeu? Pourquoi?

   ____

   ____

   ____

ANNEXE 6.3

Qu'est-ce qui se cache dans les sacs mystères?

1. Est-ce que tu crois qu'il y a la même répartition de jetons dans tous les sacs? Pourquoi?

____

____

____

____

____

____

2. En te basant sur l'activité qu'on a effectuée ensemble aujourd'hui, estime le nombre de jetons rouges et le nombre de jetons bleus contenus dans votre sac.

Il y a _____ jetons dans notre sac.

J'estime qu'il est composé de ________ jetons bleus et de ________ jetons rouges.

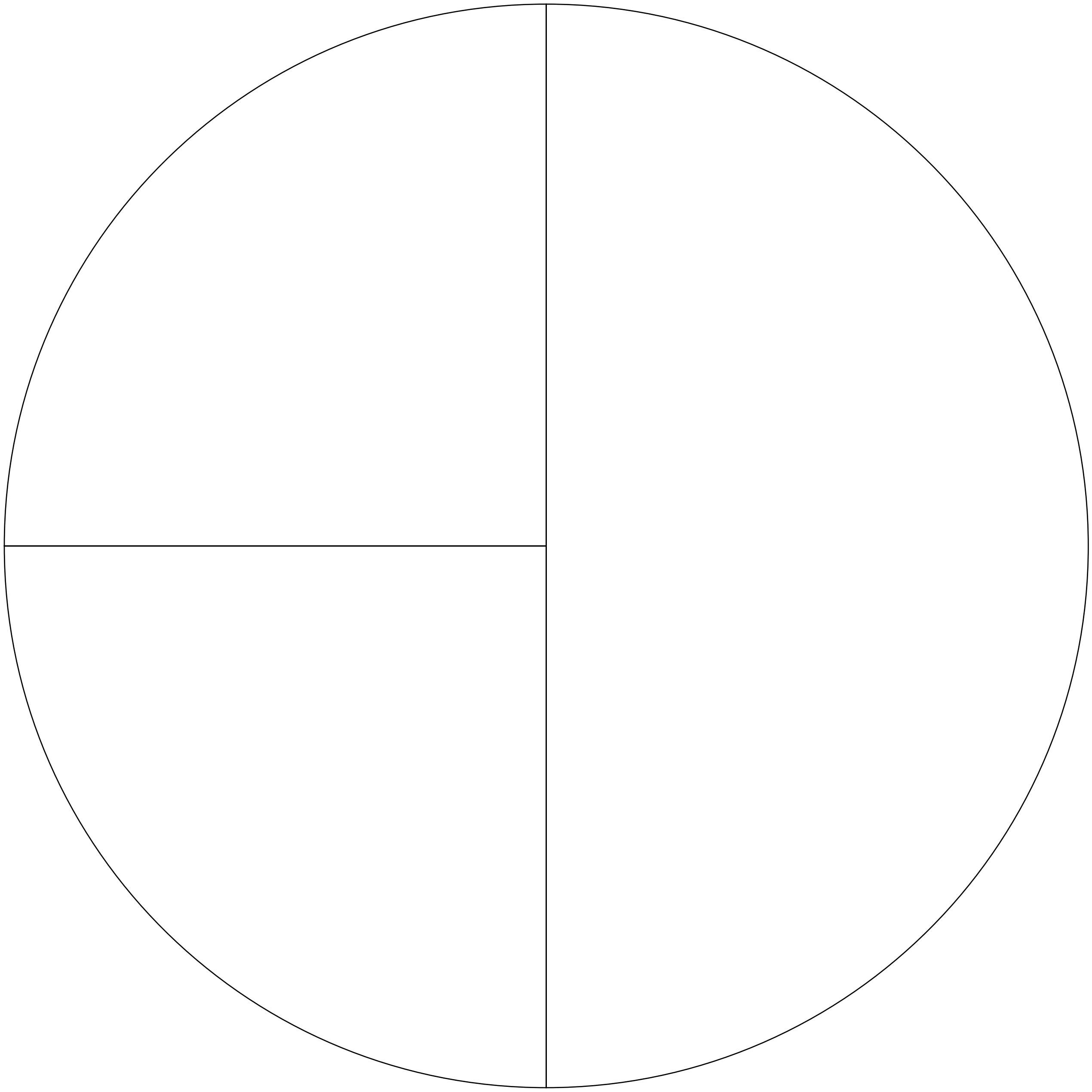
Justifie cette estimation.

ANNEXE 6.4

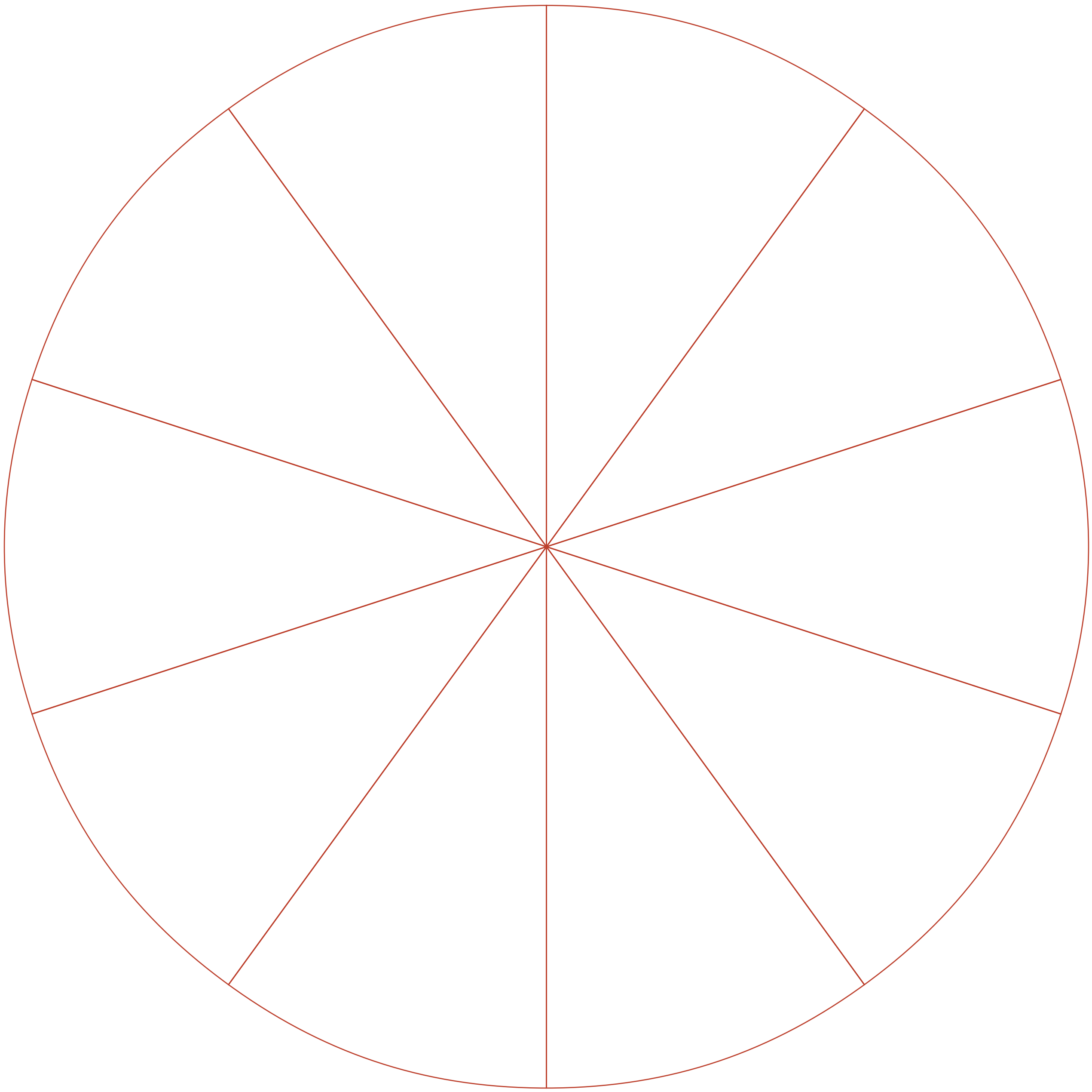
Nombre de fois que l'expérience est répétée	Résultats possibles						
	Fréquence des résultats exprimée à l'aide						
100	d'un entier						
	d'une fraction	$\frac{\ }{100}$	$\frac{\ }{100}$	$\frac{\ }{100}$	$\frac{\ }{100}$	$\frac{\ }{100}$	$\frac{\ }{100}$
	d'un nombre décimal						
500	d'un entier						
	d'une fraction	$\frac{\ }{500}$	$\frac{\ }{500}$	$\frac{\ }{500}$	$\frac{\ }{500}$	$\frac{\ }{500}$	$\frac{\ }{500}$
	d'un nombre décimal						
1 000	d'un entier						
	d'une fraction	$\frac{\ }{1\ 000}$	$\frac{\ }{1\ 000}$	$\frac{\ }{1\ 000}$	$\frac{\ }{1\ 000}$	$\frac{\ }{1\ 000}$	$\frac{\ }{1\ 000}$
	d'un nombre décimal						

ANNEXE 6.5A

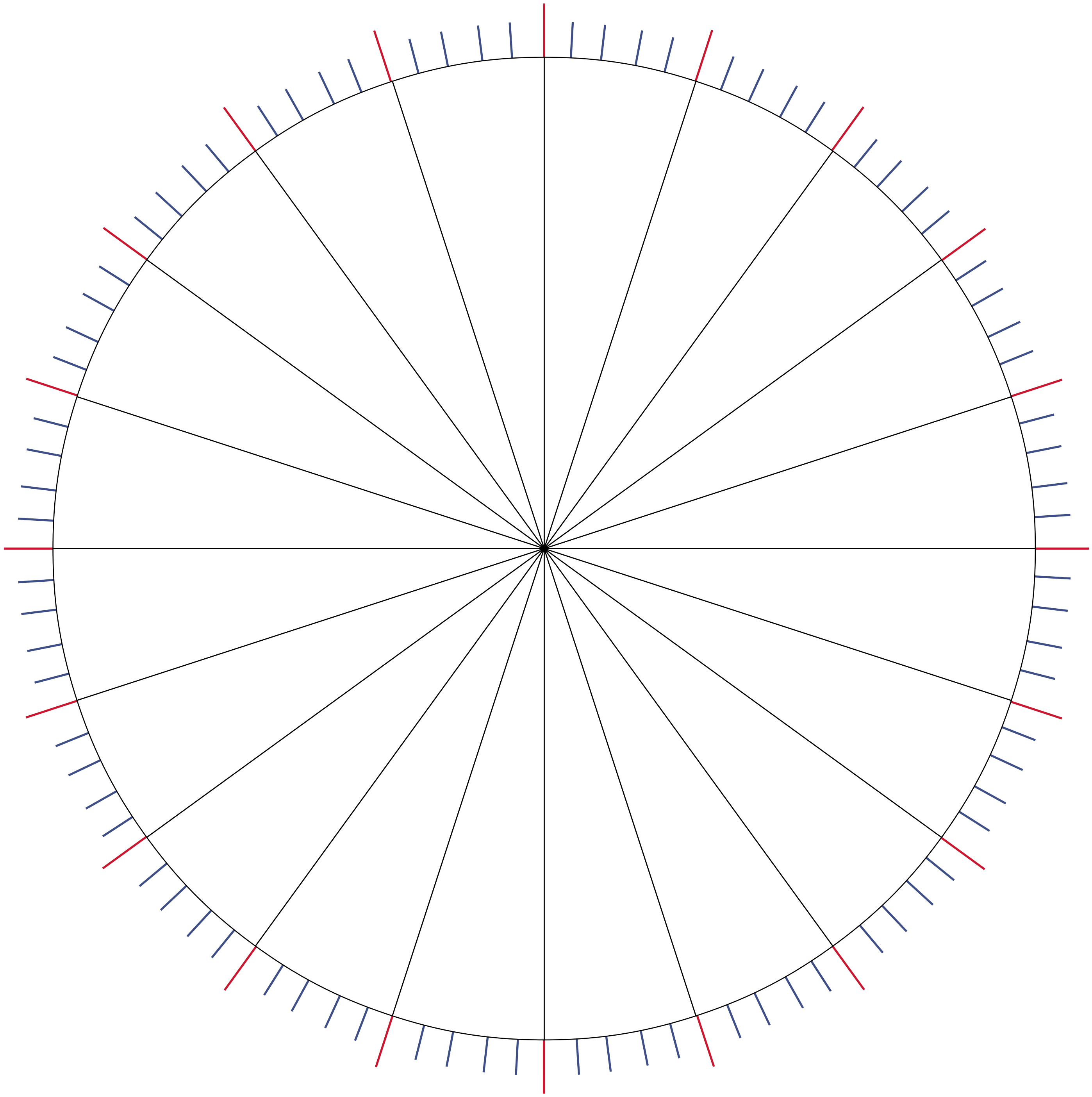
Une roulette remarquable!



ANNEXE 6.5B

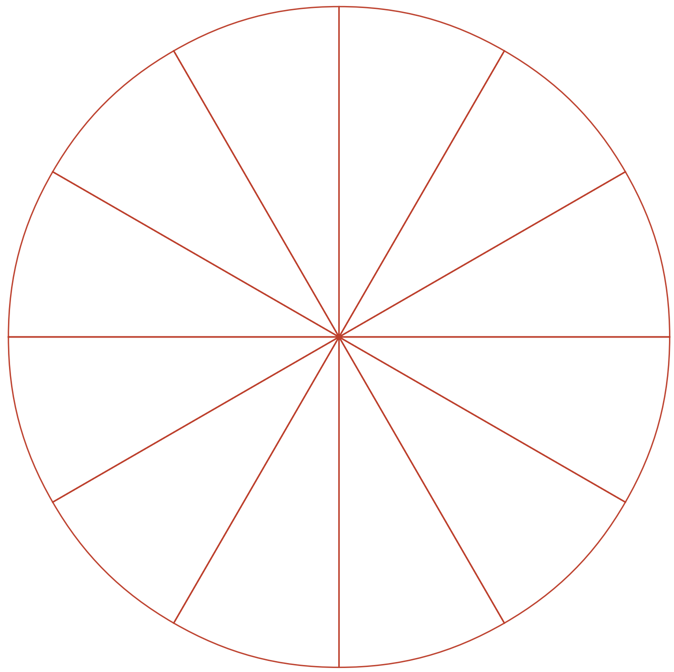


ANNEXE 6.5C

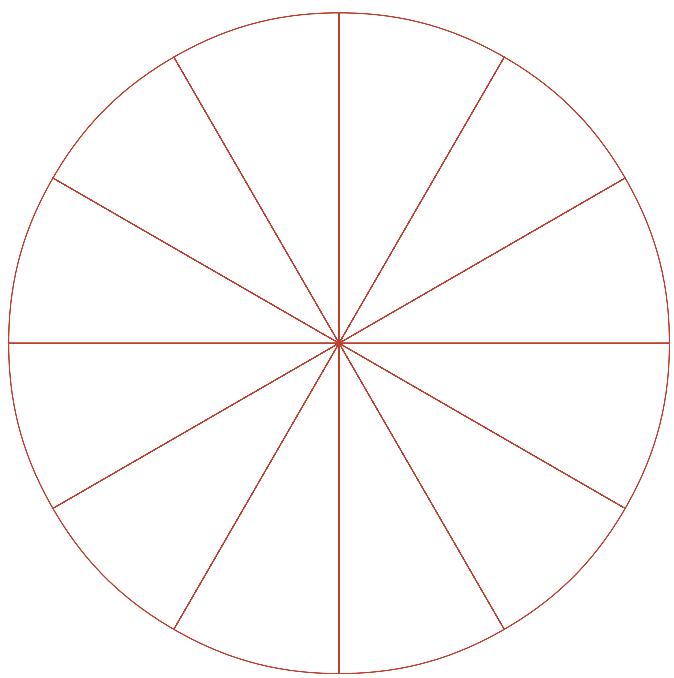


ANNEXE 6.6

Gabarits pour roulette



Roulette 1



Roulette 2

RÉFÉRENCES

ALBERT, Jim. 2006. « Interpreting Probabilities and Teaching the Subjective Viewpoint », *Thinking and Reasoning with Data and Chance: Sixty-eighth Yearbook*, Reston (VA), National Council of Teachers of Mathematics, p. 417.

BURNS, Marilyn. 2000. *About Teaching Mathematics: A K-8 Resource*, Sausalito (CA), Math Solutions Publications, p. 59-61.

CHAPIN, Suzanne, Alice KOZIOL, Jennifer MACPHERSON et Carol REZBA. 2002. *Navigating through Data Analysis and Probability in Grades 3 – 5*, coll. « Navigations Series », Reston (VA), National Council of Teachers of Mathematics, p. 14.

CONNOR, Doreen, Neville DAVIES et Peter HOLMES. 2006. « Using Real Data and Technology to Develop Statistical Thinking », *Thinking and Reasoning with Data and Chance: Sixty-eighth Yearbook*, Reston (VA), National Council of Teachers of Mathematics, p. 185.

FRANKLIN, Christine, et coll. Août 2005. *Guidelines for Assessment and Instruction in Statistics Education (GAISE) Report: A Pre-K-12 Curriculum Framework*, Alexandria (VA), American Statistical Association, p. 6 et 11, [En ligne], [www.amstat.org/education/gaise/GAISEPreK12_Intro.pdf] (Consulté le 10 novembre 2008).

FREEBODY, Peter, et Allan LUKE. 1990. « Literacies programs: Debates and demands in cultural context », *Prospect: Australian Journal of TESOL*, vol. 5, n° 3, p. 7-16.

FRIEL, Susan N., Frances R. CURCIO et George W. BRIGHT. Mars 2001. « Making Sense of Graphs: Critical Factors Influencing Comprehension and Instructional Implications », *Journal for Research in Mathematics Education*, vol. 32, n° 2, Reston (VA), National Council of Teachers of Mathematics, p. 124-158.

GAL, I. 2002. « Adult's statistical literacy. Meanings, components, responsibilities », *International Statistical Review*, vol. 70, n° 1, p. 1-25.

JONES, G. A., C. W. LANGRALL, C. A. THORTON et A. T. MOGILL. 1999. « Students' Probabilistic Thinking in Instruction », *Journal for Research in Mathematics Education*, vol. 30, n° 5, Reston (VA), National Council of Teachers of Mathematics, p. 487-519.

JONES, G. A., C. A. THORNTON, C. W. LANGRALL, E. S. MOONEY, B. PERRY et I. J. PUTT. 2000. « A framework for characterizing children's statistical thinking », *Mathematical Thinking and Learning*, vol. 2, p. 269-307.

KIRK, Sandra, Paul D. EGGEN et Donald P. KAUCHAK. 1980. *Generalizing from Graphs: Developing a Basic Skill through Improved Teaching techniques*, dans Frances R. CURCIO, 1987, « Comprehension of Mathematical Relationships Expressed in Graphs », *Journal for Research in Mathematics Education*, vol. 18, n° 5, Reston (VA), National Council of Teachers of Mathematics, p. 382.

KONOLD, Clifford, et Traci L. HIGGINS. 2001. *Working with Data: Highlights of related Research*, lignes 101-104, [En ligne], [www.umass.edu/srri/serg/papers/KonoldHiggins.pdf] (Consulté le 10 novembre 2008).

KONOLD, Clifford, et Traci L. HIGGINS. 2003. « Reasoning About Data », *A Research Companion to Principles and Standards for School Mathematics*, Reston (VA), National Council of Teachers of Mathematics, p. 194, 199, 202, 203 et 204.

KUZMAK, S., et GELMAN, R., 1986. « Young Children's Understanding of Random Phenomena », *Child Development*, vol. 57, p. 559-566.

LAUZON, Johanne. 2005. « Respirer c'est mauvais pour la santé », *Les Débrouillards*, Montréal, Publication BLD, n° 245, p. 40-41, [En ligne], [www.lesdebrouillards.qc.ca/upload/articles//fichiers/52/52.pdf] ou [www.atelier.on.ca/cfmx/edu/pdf/Mod41_respirer_debrouillards.pdf] (Consulté le 7 novembre 2008).

LUSTHAUS, Charles, Marie-Hélène ADRIEN, Gary ANDERSON et Fred CARDEN. 1999. *Améliorer la performance organisationnelle : Manuel d'auto-évaluation*, Ottawa (ON), Les Éditions du CRDI (Centre de recherche pour le développement international), p. 41.

NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS. 2000. *Principles and Standards for School Mathematics*, 3e éd., Reston (VA), National Council of Teachers of Mathematics, p. 48, 49 et 110.

NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS. 2003. *A Research Companion to Principles and Standards for School Mathematics*, Reston (VA), National Council of Teachers of Mathematics, p. 199.

ONTARIO. MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION. 1999. *Des choix qui mènent à l'action : Politique régissant le programme d'orientation et de formation au cheminement de carrière dans les écoles élémentaires et secondaires de l'Ontario*, Toronto, le Ministère, p. 8.

ONTARIO. MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION. 2004a. *Enseigner et apprendre les mathématiques : Rapport de la Table ronde des experts en mathématiques de la 4e à la 6e année*, Toronto, le Ministère, p. 35.

ONTARIO. MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION. 2004b. *La littératie au service de l'apprentissage : Rapport de la Table ronde des experts en littératie de la 4e à la 6e année*, Toronto, le Ministère, p. 5.

ONTARIO. MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION. 2004c. *Politique d'aménagement linguistique de l'Ontario pour l'éducation en langue française*, Toronto, le Ministère, 100 p.

ONTARIO. MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION. 2005. *Le curriculum de l'Ontario de la 1re à la 8e année – Mathématiques*, *Révisé*, Toronto, le Ministère, p. 19 et 75.

ONTARIO. MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION. 2006a. *Guide d'enseignement efficace des mathématiques, de la maternelle à la 6e année*, Toronto, le Ministère, 5 fascicules.

ONTARIO. MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION. 2006b. *Le curriculum de l'Ontario de la 1re à la 8e année – Français, Révisé*, Toronto, le Ministère, p. 100.

ONTARIO. MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION. 2008. *Guide d'enseignement efficace des mathématiques, de la 4e à la 6e année, Numération et sens du nombre, Fascicule 1*, Toronto, le Ministère, p. 49-54.

POSTMAN, Neil, et Charles WEINGARTNER. 1969. *Teaching as a Subversive Activity*, New York (NY), Dell Publishing Co., p. 23.

QUÉBEC. MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION. 2001. *Programme de formation de l'école québécoise : Éducation préscolaire*, *Enseignement primaire,* Québec, le Ministère, p. 128.

RADFORD, Luis, et Serge DEMERS. 2004. *Communication et apprentissage : Repères conceptuels et pratiques pour la salle de classe de mathématiques*, Toronto, le Ministère, 206 p.

SHAUGHNESSY, J. Michael. 2003. « Research on Students' Understanding of Probability », *A Research Companion to Principles and Standards for School Mathematics*, Reston (VA), National Council of Teachers of Mathematics, p. 216.

SCHIELD, Milo. Été/automne 2004. *Information Literacy, Statistical Literacy and Data Literacy*, ASSIST Quarterly, p. 6-11.

SMALL, Marian. 2006. *Data Management and Probability: Background and Strategies*, coll. « Prime », Toronto, Thomson/Nelson, p. 1, 132 et 178.

VAN DE WALLE, John A., et LouAnn H. LOVIN. 2008. *L'enseignement des mathématiques : L'élève au centre de son apprentissage, Tome 2*, éd. française, Saint-Laurent (Québec), Éditions du Renouveau Pédagogique, p. 344 et 363.

Le ministère de l'Éducation tient à remercier les enseignants, les enseignantes et les élèves qui ont participé à la mise à l'essai des situations d'apprentissage.

Ministère de l'Éducation de l'Ontario
Imprimé sur du papier recyclé
08-267
ISBN 978-1-4249-5492-6