

GÉOMÉTRIE ET SENS DE L'ESPACE

Document d'appui au
Guide d'enseignement efficace
De la 4^e à la 6^e année

FASCICULE
FORMES GÉOMÉTRIQUES

1



La série Levier sur l'apprentissage et la pédagogie (2015),
M-12 est mise à jour et publiée à <http://apprendreenseignerinnover.ca>
ISSN 2561-0961

GÉOMÉTRIE ET SENS DE L'ESPACE

Document d'appui au guide d'enseignement efficace de la 4^e à la 6^e année

FASCICULE 1

FORMES GÉOMÉTRIQUES

Table des matières

L'apprentissage de la géométrie et du sens de l'espace	5
Quelques principes généraux pour l'enseignement et l'apprentissage de la géométrie	5
Pistes de questionnement pour approfondir le raisonnement	7
Les formes géométriques	8
Notation symbolique	8
Les lignes, les droites et les angles	10
Cheminement de l'élève	10
Les lignes	11
Sortes de lignes	11
Les droites	13
MÉDIATRICE D'UN SEGMENT.....	14
Erreur courante	15
Les angles	15
SORTES D'ANGLES.....	16
Propriétés des angles.....	16
Erreur courante.....	18
Mesurer des angles.....	19
Construire des angles.....	20
Pistes de questionnement dans l'exploration des angles	22
Les figures planes.....	23
Cheminement de l'élève	23
Sortes de figures planes.....	24
Classement des polygones selon leurs propriétés	29
Le cercle	31
Propriétés du cercle	31
Les triangles	32
Erreur courante.....	33
Pistes de questionnement dans l'exploration des triangles.....	33
Les quadrilatères.....	34

Classement des quadrilatères.....	35
CLASSEMENT DES FIGURES SELON LEURS PROPRIÉTÉS	36
Pistes de questionnement dans l'exploration des quadrilatères	39
Les solides (ou polyèdres).....	41
Cheminement de l'élève	41
Les polyèdres	41
Propriétés des polyèdres	42
Sortes de corps ronds	47
Classement des corps ronds selon leurs propriétés	47
LE DÉVELOPPEMENT DES SOLIDES.....	48
Pistes de questionnement dans l'exploration des solides.....	50
Ressources	51
Matériel de manipulation	51
Exemples d'applications, de sites et de logiciels à consulter	52
FOLDIFY	52
UNFOLD.....	52
TAPTAPBLOCKS	53
GEOBOARD.....	53

L'apprentissage de la géométrie et du sens de l'espace

Ce document d'appui n'a pas pour objet de dresser un portrait exhaustif de l'enseignement efficace de la géométrie. Il se veut plutôt un complément au Guide d'enseignement efficace des mathématiques de la 4^e à la 6^e année, Géométrie et sens de l'espace, fascicule 1 qui aidera les enseignantes et enseignants à bien accompagner les élèves dans leur développement du sens de l'espace et l'exploration des formes. Deux énoncés appuient la grande idée de formes géométriques proposée dans le Guide : les propriétés et le raisonnement déductif informel. Dans le présent document, nous nous attarderons plus particulièrement aux propriétés des figures planes et des solides, et nous explorerons le raisonnement par l'entremise de pistes de questionnement propices au développement de ce dernier.

Propriété géométrique : Une propriété est une caractéristique particulière qui sert à définir une forme géométrique ou une famille de formes géométriques. Par exemple, le nombre de côtés, la mesure des angles, le nombre de diagonales.

« Le fait de pouvoir visualiser, dessiner et comparer des objets géométriques dans diverses positions permet à l'élève d'acquérir le sens de l'espace. Même si les élèves doivent apprendre le vocabulaire propre à la géométrie, l'apprentissage de cette terminologie ne devrait pas constituer l'aspect principal du programme. L'accent devrait plutôt être mis sur l'exploration et la compréhension des rapports entre les figures et sur le développement de la pensée géométrique. Au fur et à mesure que se développe la compréhension conceptuelle, les termes techniques deviendront davantage significatifs et les élèves pourront s'habituer à utiliser la terminologie appropriée pour présenter leurs points de vue et leurs arguments. » (Programme-cadre de mathématiques de l'Ontario, 2005, p.9)

Le sens de l'espace est la conscience intuitive que l'on a de son environnement et des objets qui s'y trouvent. La géométrie nous aide à représenter et à décrire, de façon ordonnée, les objets qui nous entourent et leurs relations spatiales. En outre, l'acquisition d'un sens approfondi des relations spatiales et une maîtrise des concepts et du langage de la géométrie permettent aux élèves d'améliorer leur compréhension des concepts liés à la mesure et à la numération.

Quelques principes généraux pour l'enseignement et l'apprentissage de la géométrie

1. Une variété de leçons et d'approches : Un programme d'enseignement efficace de la géométrie doit intégrer et proposer un menu varié de leçons et d'approches pédagogiques, par exemple, l'approche par la résolution de problèmes, des mini-leçons, des jeux et des enquêtes.
2. De multiples représentations : En explorant de multiples représentations d'un même concept et en soutenant l'apprentissage grâce à un choix judicieux de

matériel de manipulation, l'élève sera en mesure de faire des liens entre ses nouveaux apprentissages et ses connaissances antérieures. Lorsque l'élève aura développé une bonne compréhension conceptuelle en manipulant des objets concrets, l'enseignante ou enseignant pourra alors proposer des représentations plus abstraites du concept à l'aide de la technologie (p.ex., des représentations en deux dimensions de solides).

3. Utilisation d'exemples et de non-exemples : En plus de présenter de multiples représentations des formes géométriques spécifiques, l'enseignante ou enseignant doit présenter des non-exemples de ces formes de sorte que les élèves acquièrent une meilleure compréhension des propriétés de ces formes géométriques.

Les élèves doivent avoir l'occasion d'explorer chaque classe de figures de nombreuses façons. Lorsque les figures sont présentées, il faut permettre aux élèves de comparer, de classer, de décrire et de construire des exemples et des non-exemples et de discuter de leur raisonnement. Les questions doivent susciter une réflexion sur les propriétés des figures plutôt que d'exiger une simple description de celles-ci.

Classement d'un élève :

Ces figures planes sont des parallélogrammes (exemples)



Ces figures planes ne sont pas des parallélogrammes (non-exemples)



4. Utilisation d'un vocabulaire géométrique juste et précis : Au cours de leur parcours au cycle moyen, les élèves seront appelés à décrire des idées mathématiques et des relations de plus en plus complexes. Pour ce faire, ils devront avoir recours à un vocabulaire et à une terminologie juste et précise, propres à la géométrie.
5. Utilisation pertinente et judicieuse de la technologie : Les applications et les logiciels de géométrie dynamiques sont d'excellents outils de représentation grâce auxquels les élèves acquièrent d'importantes idées mathématiques en manipulant des objets virtuels plus aisément que du matériel concret ou alors










des représentations semi-concrètes. Ainsi, les élèves peuvent miser davantage sur des processus mathématiques comme la résolution de problèmes, la communication, la réflexion et le raisonnement. En voici un exemple : dans un logiciel de géométrie dynamique, tel que Cyber-géomètre, il est facile de modifier l'angle d'un parallélogramme à 90° et de voir ce qui arrive aux autres angles. Ainsi, grâce à la convivialité du logiciel de géométrie dynamique, l'élève peut comprendre en profondeur la relation entre le parallélogramme et le rectangle.

Pistes de questionnement pour approfondir le raisonnement

- Peux-tu m'expliquer ton classement? (J'ai fait deux catégories de figures planes. Il y a des parallélogrammes et des figures qui ne sont pas des parallélogrammes.)
- Comment ces figures planes sont-elles semblables? (Elles possèdent toutes quatre côtés, quatre angles, quatre sommets. Ce sont toutes des quadrilatères.)
- Comment ces figures planes sont-elles différentes? (Dans la catégorie « parallélogrammes », toutes les figures planes possèdent deux paires de côtés parallèles.)
- Peux-tu penser à une autre façon de classer ces figures planes? Quels seraient tes critères de classement?

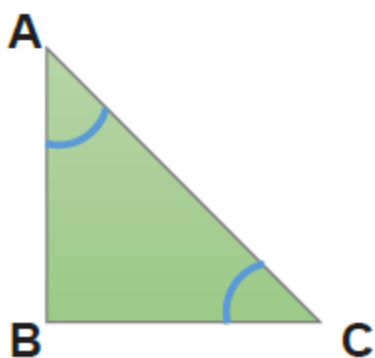
Les formes géométriques

Au cycle moyen, les formes à une dimension, à deux dimensions et à trois dimensions sont explorées pour en connaître les propriétés et créer des liens entre elles.

FORME À UNE DIMENSION	FORME À DEUX DIMENSIONS	FORME À TROIS DIMENSIONS
LIGNE	FIGURE PLANE	SOLIDE
 <p>Structure associée à une dimension :</p> <p> la longueur</p>	 <p>Structure associée à deux dimensions :</p> <p> la longueur  la largeur</p>	 <p>Structure associée à trois dimensions :</p> <p> la longueur  la largeur  la hauteur</p>

Notation symbolique

En géométrie, en plus de construire diverses représentations de chacune des figures planes à l'étude, les élèves doivent utiliser les notations symboliques conventionnelles pour mettre en évidence certaines propriétés. Voici les symboles couramment utilisés au cycle moyen.

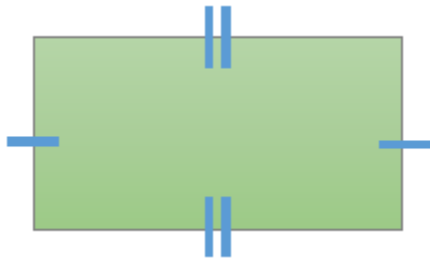
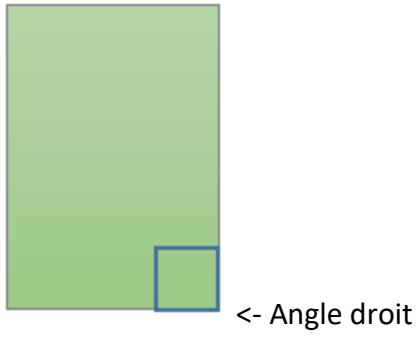


$\angle BAC$ et $\angle BCA$ sont congrus



> 1^{re} paire de côtés parallèles

>> 2^e paire de côtés parallèles



— 1^{re} paire de côtés congrus

== 2^e paire de côtés congrus

Les lignes, les droites et les angles

Cheminement de l'élève

SYNTHÈSE DU CYCLE PRIMAIRE	4 ^e ANNÉE	5 ^e ANNÉE	6 ^e ANNÉE	7 ^e ANNÉE ET 8 ^e ANNÉE
<ul style="list-style-type: none">• ligne ouverte• ligne fermée• ligne brisée• ligne courbe• ligne droite• droite verticale• droite horizontale• droite oblique• coin droit• sommet	<ul style="list-style-type: none">• droites parallèles• droites• perpendiculaires• droite sécantes	<ul style="list-style-type: none">• angle• angle droit• angle aigu• angle obtus• degré	<ul style="list-style-type: none">• angles complémentaires• angles supplémentaires	<ul style="list-style-type: none">• bissectrices• médiatrice• angles opposés par le sommet

Les lignes

Sortes de lignes

L'étude des lignes commence dès la première année et permet aux élèves de reconnaître, de décrire, de comparer les objets et les formes qui les entourent. Les figures géométriques sont construites avec une variété de lignes.

LIGNE



Un trait qu'on peut tracer sans lever le crayon. Une ligne a toujours un début et une fin.

OUVERTE



Ligne dont les deux extrémités sont libres. La fin de la ligne ne retourne pas à son début.

FERMÉE



Ligne dont aucune extrémité n'est libre. La ligne prend fin à l'endroit où elle a commencé. Les deux bouts se touchent.

DROITE



Ligne qui n'a qu'une seule direction. Une ligne droite est toujours ouverte. Note: cette définition évolue au cycle moyen.

BRISÉE



Ligne droite dont la direction change en formant un angle. Une ligne brisée peut être ouverte ou fermée.

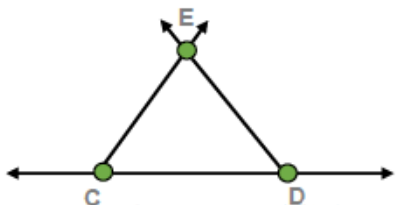
COURBE



Ligne dont la direction change en ne formant aucun angle. Une ligne courbe peut être ouverte ou fermée.

Les droites

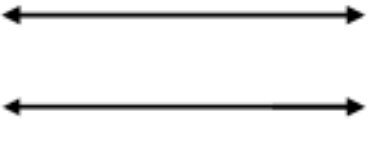
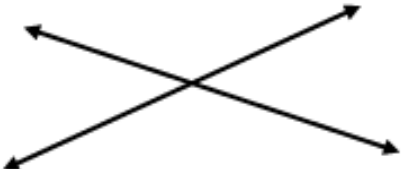
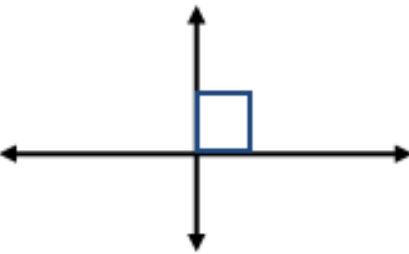
Au cycle moyen, la définition de ligne droite évolue pour se préciser et permettre aux élèves de construire avec exactitude les figures planes à l'étude. Nous tenons pour acquis, en général, que les élèves savent ce qu'est une droite. Or, ils utilisent souvent ce terme de manière erronée pour parler de segment de droite et de demi-droite. Cette appellation et cette connaissance des droites, des demi-droites et des segments de droite devraient se faire au début de la 4^e année pour faciliter la construction et l'identification de figures planes.



Le triangle CDE est formé de trois segments de droite : CD, DE et EC.

D'après les conventions, une flèche indique l'endroit où une droite se poursuit à l'infini et un point indique une extrémité.

DROITE	SEGMENT DE DROITE	DEMI-DROITE
<p>La droite est une ligne formée d'une infinité de points alignés. On peut la représenter par une ligne simple, ou encore ajouter des flèches.</p> <p>Une droite se note habituellement à l'aide de deux lettres majuscules ou d'une lettre minuscule italique.</p> <p>On écrit : AB ou <i>b</i></p>	<p>Le segment de droite est une portion de droite limitée par deux points. Ces deux points aux extrémités peuvent être plus gros ou de la même grosseur que tous les autres points qui forment la droite. Un segment de droite se note habituellement à l'aide de deux lettres majuscules. Cette notation est parfois aussi surlignée.</p> <p>On écrit : AB ou <u>AB</u></p>	<p>La demi-droite est l'ensemble de tous les points d'une droite situés du même côté d'un point P de cette droite, appelé l'origine de la demi-droite. Deux demi-droites peuvent être de même sens ou de sens opposés.</p>

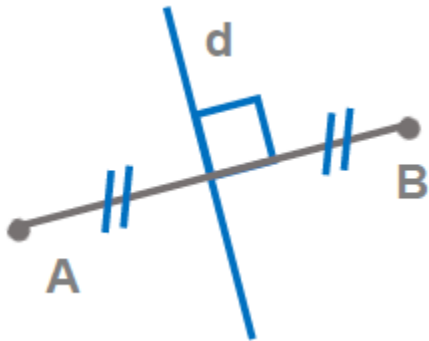
DROITES PARALLÈLES	DROITES SÉCANTES	DROITES PERPENDICULAIRES
		
Deux droites dont la distance qui les sépare reste constante.	Les droites sécantes se rencontrent en un seul point.	Des droites perpendiculaires sont des droites sécantes qui se rencontrent ou se coupent à angle droit.

Les termes parallèles, sécants et perpendiculaires s'appliquent aussi aux segments de droite et aux demi-droites.

Bien que ce concept ne soit pas à l'étude au cycle moyen, il importe de connaître quelques concepts qui marqueront les prochaines étapes du parcours de nos élèves.

MÉDIATRICE D'UN SEGMENT

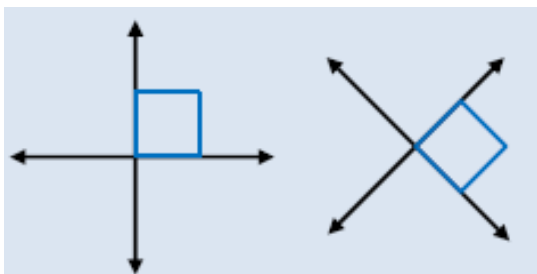
La médiatrice d'un segment est la droite qui est perpendiculaire à ce segment et qui passe par son milieu. On peut donc dire que la médiatrice est l'axe de symétrie de ce segment.



Erreur courante

ORIENTATION DES DROITES PERPENDICULAIRES

Les élèves supposent que deux droites sont perpendiculaires uniquement si une est horizontale et l'autre verticale. Ils auront de la difficulté à identifier les deux illustrations comme des droites perpendiculaires.



Rappeler aux élèves qu'on peut faire tourner des angles sans modifier leur taille.

Faire construire un carré sur le géoplan et le tourner. Mesurer ses côtés et ses angles pour vérifier que rien n'a été modifié. Faire construire des lignes perpendiculaires sur le géoplan et les tourner. Chercher aussi dans la classe des droites perpendiculaires qui ne sont pas horizontales et verticales.

Les angles

C'est au cycle moyen que l'élève explore le concept de l'angle et ses propriétés. Il est important que l'élève comprenne que la mesure de l'angle fait état de l'amplitude d'une « ouverture ».








L'angle peut être déterminé par :

- deux segments de droite
- deux demi-droites de même origine
- deux demi-plans qui se croisent.

SORTES D'ANGLES

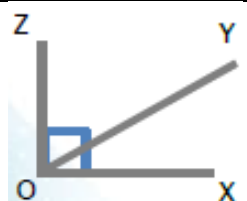
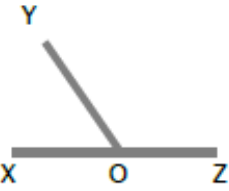
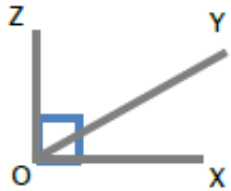

Puis qu'ils sont essentiellement la mesure d'une rotation autour d'un point, les angles sont classés selon les degrés de rotation.

ANGLE AIGU	ANGLE DROIT	ANGLE OBTUS	ANGLE PLAT	ANGLE RENTRANT
				
Un angle aigu est un angle qui mesure moins de 90°	Un angle droit est un angle qui mesure exactement 90° .	Un angle obtus est un angle qui mesure plus de 90° , mais moins que 180° .	Un angle plat est un angle qui mesure exactement 180° .	Un angle dont la mesure est supérieure à 180° et inférieure à 360° .

Les angles aigus, droits, obtus et plats sont tous des angles saillants puisque leur mesure est comprise entre 0° et 180° .

ANGLE NUL	ANGLE PLEIN
	
Un angle de 0°	Un angle de 360°

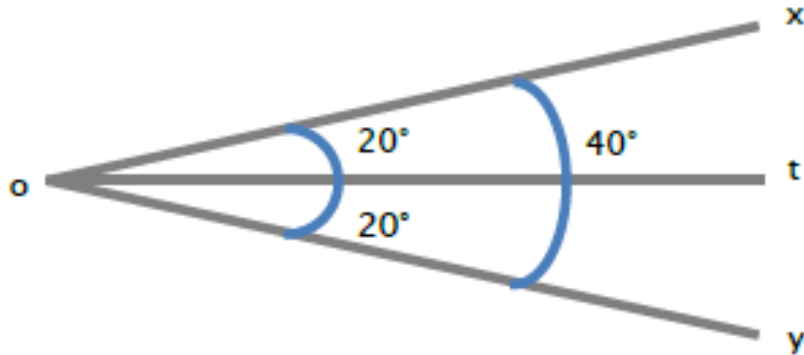
Propriétés des angles

ANGLES ADJACENTS	ANGLES SUPPLÉMENTAIRES	ANGLES COMPLÉMENTAIRES	ANGLES OPPOSÉS PAR LE SOMMET
			
Deux angles sont adjacents s'ils ont le même sommet et un côté commun et s'ils sont situés de part et d'autre du côté commun. P. ex., $\angle zoy$ est adjacent à $\angle yox$.	Deux angles sont supplémentaires lorsque la somme de leur mesure est égale à 180° . P. ex., $\angle xoy$ et $\angle yoz$ sont supplémentaires et adjacents.	Deux angles sont complémentaires lorsque la somme de leur mesure est égale à 90° . P. ex., $\angle zoy$ et $\angle xoy$ sont complémentaires et adjacents.	Des angles formés par l'intersection de deux droites ou de quatre segments de droite orientés dans la même direction deux à deux. Ils sont toujours congrus. P. ex., $\angle xly$ est opposé à $\angle wlv$.

Note : Bien que ces concepts ne soient pas à l'étude au cycle moyen, il importe de connaître quelques concepts qui marqueront les prochaines étapes du parcours de nos élèves.

BISSECTRICE D'UN ANGLE

La bissectrice d'un angle est le segment de droite qui le divise en deux angles congrus. On peut donc dire que la bissectrice est l'axe de symétrie d'un angle.



DES ANGLES REPÈRES

Tout comme les nombres repères 0, $\frac{1}{2}$ et 1 permettent aux élèves de développer une bonne compréhension des fractions, les angles repères aident les élèves à bien identifier et classer les angles. De plus, l'exploration des angles repères fait en sorte que les élèves peuvent acquérir une bonne compréhension de l'amplitude d'un angle.



Au début de leur exploration, les élèves décrivent les angles de manière qualitative (p. ex., cet angle est plus petit/plus grand qu'un angle plat). Par la suite, les élèves utiliseront des nombres (une valeur numérique) pour décrire un angle (p. ex., cet angle est plus petit qu'un angle droit, il doit mesurer environ 80°).

Au cours de leurs premières explorations, les élèves devraient utiliser des mesures non conventionnelles dans plusieurs activités pour comparer les angles à des angles repères. Par exemple, le carré qu'on retrouve dans un ensemble de mosaïques géométriques peut être utilisé pour décrire les angles plus petits ou plus grands que l'angle droit, ou alors utiliser les pointes du losange beige de l'ensemble des mosaïques géométriques. Ici, l'angle A mesure trois pointes de losange.

Les angles repères importants sont :



L'angle plat



L'angle droit



L'angle de 45°

NOTE PÉDAGOGIQUE

Les recherches proposent un parcours didactique réfléchi pour l'exploration des angles. Il est à noter que ce parcours s'inscrit dans un enseignement efficace de la géométrie. En salle de classe, les apprentissages sur les angles se font dans des contextes d'exploration des propriétés des figures planes.

ÉTAPE DU PARCOURS

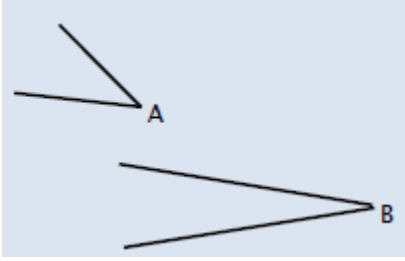
1. Exploration du concept de l'angle : décrire des angles dans le contexte de figures planes. Présentation de l'angle droit : comparer divers angles à l'angle droit.
2. Estimation de l'amplitude d'angles sans unités de mesure; comparaison du plus grand au plus petit.
3. Mesure à l'aide d'unités de mesure non conventionnelles.
4. Présentation de l'unité de mesure conventionnelle (degré) et du rapporteur.
5. Réinvestissement : les mesures d'angles et les figures planes.

Erreur courante

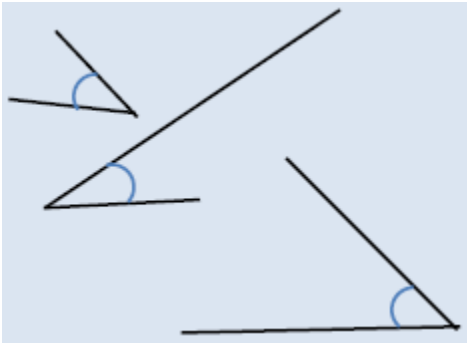
Angles

Au cours de l'exploration des angles, les erreurs courantes des élèves sont liées à leurs représentations fautives et à leur visualisation. En effet, certains élèves associent l'amplitude de l'angle à la longueur des demi-droites qui le forment puisque l'ouverture entre les demi-droites s'élargit.

P. ex., je pense que l'angle A est plus petit que l'angle B, car les lignes qui forment l'angle A sont plus courtes.



Lorsqu'on propose aux élèves des contextes signifiants pour s'exercer à mesurer et comparer des angles qui sont représentés de diverses façons, ceux-ci développent une compréhension approfondie du concept de l'angle et de la mesure de celui-ci. Dans l'exemple ci-dessous, les angles sont équivalents. Toutefois, les segments qui les composent sont de longueurs différentes.



Lorsque les élèves sont capables de comparer l'amplitude des angles sans tenir compte de la longueur des demi-droites qui forment ces angles, ils sont prêts à commencer à mesurer des angles avec précision.

Mesurer des angles

Ce n'est que lorsque l'élève aura eu de nombreuses expériences qui l'auront amené à identifier des angles, à les comparer et à les mesurer à l'aide de mesures non conventionnelles et de repères qu'il sera prêt à mesurer des angles à l'aide d'outils tels le goniomètre et le rapporteur d'angle. Ce dernier est un outil qui crée la confusion chez plusieurs élèves du cycle moyen. En effet, les unités de mesure sont écrites en très petits caractères et la plupart des rapporteurs d'angles présentent deux séries de chiffres. Il serait préférable que les élèves s'exercent à l'aide d'un rapporteur de leur fabrication indiquant des unités de mesure plus grandes pour apprendre à bien l'utiliser. Par exemple, les élèves pourraient se construire un rapporteur transparent en pliant un morceau de papier ciré et mesurer les angles en comptant le nombre de pointes.



Après de nombreuses expériences avec le rapporteur d'angle de leur fabrication, les élèves peuvent comparer celui-ci à un rapporteur d'angle conventionnel pour mieux en comprendre le fonctionnement.

Construire des angles

Pour que les élèves acquièrent une compréhension approfondie des angles, ils doivent en construire eux-mêmes. Pour ce faire, ils doivent avoir plusieurs occasions de construire des angles à l'aide de matériel non conventionnel avant de passer à des outils plus officiels comme le rapporteur d'angle et le compas. Les mosaïques géométriques, le mira et les activités de pliage peuvent servir d'outil ou de contexte pour créer des angles. Pour bâtir des angles ayant une mesure spécifique et précise (p. ex., 130° , 67°), les élèves doivent utiliser un rapporteur d'angles, un goniomètre ou alors un logiciel comme Cybergéomètre.

On peut voir comment construire un angle à l'aide d'un rapporteur d'angles et un goniomètre sur le site de l'@telier. (atelier.on.ca) dans le module « Angles » au cycle moyen (4e à la 6e année).

LE RAPPORTEUR D'ANGLE

Présentation/concepts à enseigner/mesurer un angle/rapporteur

Présentation/concepts à enseigner/construire un angle/rapporteur



LE GONIOMÈTRE

Présentation/concepts à enseigner/mesurer un angle/goniomètre

Présentation/concepts à enseigner/construire un angle/goniomètre



Pour de plus amples renseignements sur les types d'angles et leurs propriétés, consultez le module Angle sur le site de l'@telier : Accueil/Modules d'apprentissage/ Angles

Pistes de questionnement dans l'exploration des angles

Une stratégie de communication particulièrement efficace pour amener les élèves à s'appropriier les concepts des divers types d'angles est le questionnement. Voici une liste non exhaustive d'exemples de questions à poser aux élèves pendant qu'ils explorent les angles. Ces questions visent à approfondir le raisonnement de l'élève et peuvent même servir d'amorce à une activité.

- Comment se nomme cet angle? Explique-moi pourquoi tu penses que cet angle est...
- Est-ce que cet angle est un angle nul ou un angle plein? Explique pourquoi.
- Est-ce que cet angle est un angle nul ou un angle plat? Explique pourquoi.
- Est-ce que cet angle est un angle plat ou un angle plein? Explique ton raisonnement.
- Explique pourquoi c'est un angle nul.
- Explique pourquoi c'est un angle plein.
- Explique pourquoi c'est un angle plat.
- Est-ce qu'un angle saillant peut être aigu? Dis-moi pourquoi.
- Est-ce qu'un angle saillant peut être obtus? Dis-moi pourquoi.
- Explique la différence entre un angle saillant et un angle rentrant.
- Quelle est la différence entre un angle plat et un segment de droite?
- Quelle est la différence entre un angle nul et un segment de droite?
- Quelle est la différence entre un angle plein et un segment de droite?
- Comment sais-tu que c'est un angle plus petit qu'un angle droit?
- Quelle modification dois-tu faire pour que cet angle devienne un angle droit?
- Comment construirais-tu un angle plus grand qu'un angle droit dans un plan cartésien?
- Démontre que les deux angles représentés dans le plan cartésien sont congrus.

Les figures planes

Cheminement de l'élève

Les figures planes

SYNTHÈSE DU CYCLE PRIMAIRE	4 ^e ANNÉE	5 ^e ANNÉE
Polygones <ul style="list-style-type: none"> • Carré • Rectangle • Triangle • Quadrilatère • Pentagone • Hexagone • Heptagone • Octogone • Cercle • Polygone régulier, irrégulier, symétrique • Figures congruentes Propriétés <ul style="list-style-type: none"> • Axe de symétrie • Côtés congrus 	<ul style="list-style-type: none"> • Polygone convexe, non convexe Quadrilatères <ul style="list-style-type: none"> • Trapèze • Parallélogramme • Losange • Cerf-volant • Deltoïde • Triangles • Triangle scalène • Triangle isocèle • Triangle équilatéral Propriétés <ul style="list-style-type: none"> • Côtés parallèles, perpendiculaires, adjacents, opposés • Côtés congrus • Angles congrus • Symétrie de réflexion 	<ul style="list-style-type: none"> • Triangles • Triangle acutangle • Triangle rectangle • Triangle obtusangle • Triangle équiangle • Propriétés • Propriétés communes • Propriétés suffisantes ou distinctes • Diagonale

6 ^e ANNÉE	7 ^e ANNÉE	8 ^e ANNÉE
<ul style="list-style-type: none"> • Relation d'inclusion • Relation d'exclusion 	<ul style="list-style-type: none"> • Cercle, rayon, diamètre • Médiatrice • Bissectrice 	<ul style="list-style-type: none"> • Centre du cercle • Droites parallèles • Droites sécantes • Théorème de Pythagore

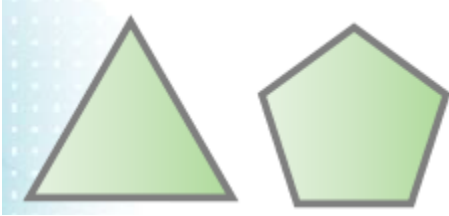
Sortes de figures planes

Les figures planes sont des formes à deux dimensions qui se divisent en deux classes : les polygones et les non-polygones.

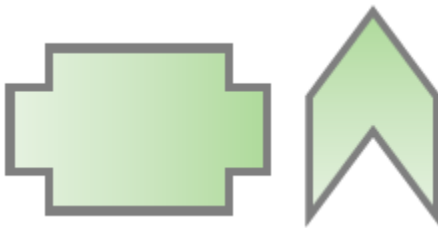
Ces figures peuvent être convexes et non convexes, régulières et irrégulières.

POLYGONES

Figures planes formées d'une ligne brisée et fermée.



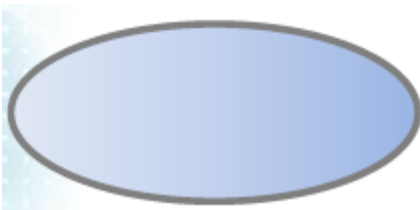
Figures convexes



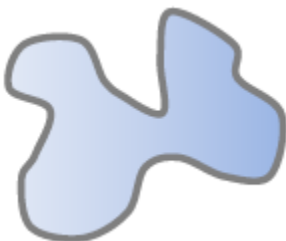
Figures non convexes

NON-POLYGONES

Figures planes formées d'une ligne courbe et fermée.

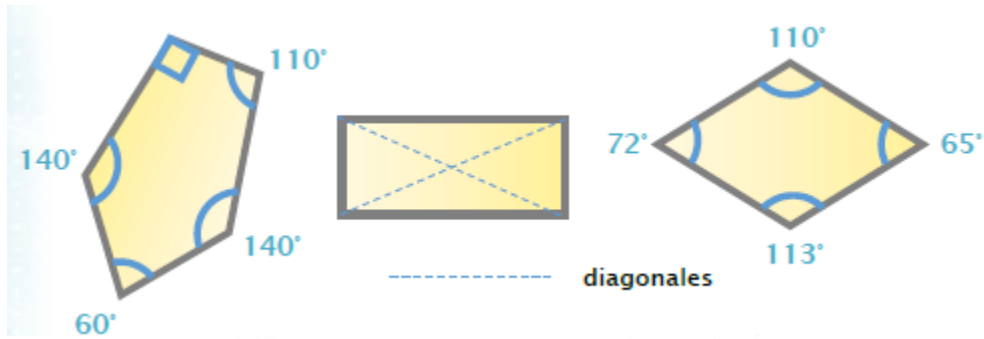


Figures convexes



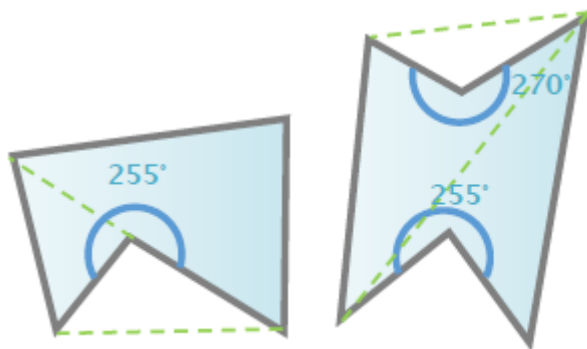
Figures non convexes

Dans un polygone convexe, tous les angles sont saillants ou la mesure de chaque angle est inférieure à 180° .



Polygones convexes

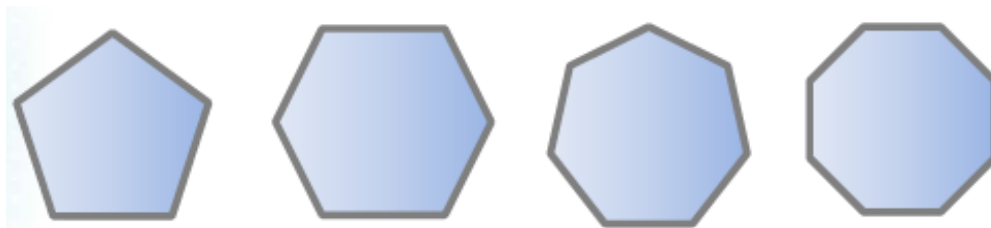
Dans un polygone non convexe, un des angles est rentrant et mesure plus de 180° . De plus, l'une des diagonales qui relie deux sommets non consécutifs se trouve à l'extérieur de la figure.



Polygones non convexes

POLYGONE RÉGULIER

Polygone dont tous les côtés et tous les angles intérieurs sont congrus.



Pentagone

Hexagone

Heptagone

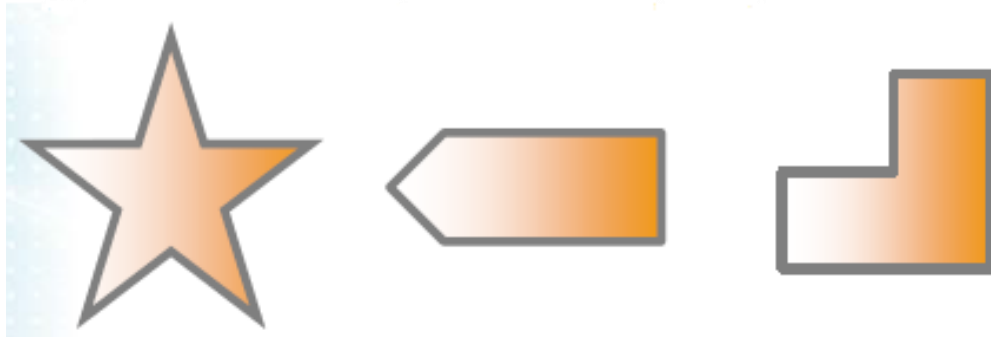
Octogone

Le polygone régulier est symétrique et convexe

Note : Plus le polygone régulier a de côtés, plus il ressemble à un cercle.

POLYGONE IRRÉGULIER

Polygone dont les côtés et les angles intérieurs ne sont pas congrus.



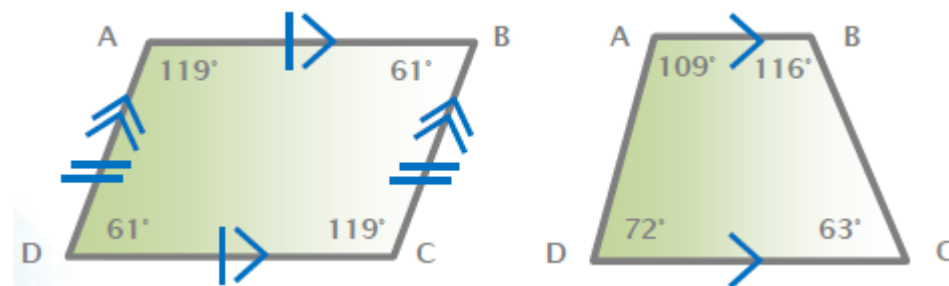
Hexagone irrégulier

Pentagone irrégulier

Décagone irrégulier

Propriétés des polygones

PROPRIÉTÉS COMMUNES OU DISTINCTES



Une propriété est commune lorsqu'on peut l'associer à plus d'une forme géométrique ou classe de formes géométriques dans le but de comparer.

Les propriétés communes à ces deux figures planes : deux angles obtus et une paire de côtés parallèles.

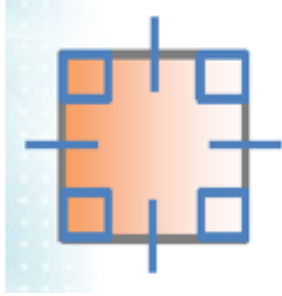
Une propriété est distincte lorsque l'on ne peut l'associer qu'à une forme géométrique ou à une classe de formes géométriques lorsque l'on compare cette forme ou classe de formes à une autre.

Les propriétés distinctes du parallélogramme par rapport à ce trapèze : deux paires de côtés congrus et exactement deux paires de côtés parallèles.

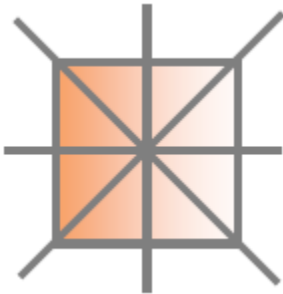
PROPRIÉTÉS SUFFISANTES

Ces propriétés minimales suffisent à décrire une forme géométrique avec précision.

Propriétés suffisantes du carré



Quadrilatère qui a quatre angles droits et quatre côtés congrus



Quadrilatère qui a quatre axes de symétrie



Quadrilatère qui a deux diagonales congrues et perpendiculaires

Il peut y avoir plusieurs façons de décrire une forme géométrique à l'aide de propriétés suffisantes. On peut par exemple utiliser des propriétés suffisantes par rapport aux côtés, aux angles, au nombre d'axes de symétrie ou aux diagonales d'un polygone.

Vocabulaire qui permet de décrire, de classer et de construire des polygones

Note : Les propriétés de chaque polygone permettent de les décrire, de les comparer et de les classer. L'objectif n'est pas de mémoriser les propriétés de chaque figure, mais plutôt de les utiliser pour observer, analyser et justifier un raisonnement. C'est en vivant plusieurs expériences de comparaison, de description et de construction de diverses représentations de polygones que l'élève pourra découvrir et comprendre les propriétés de ces derniers. Ce travail permet aux élèves d'évoluer dans leur pensée géométrique.

Dans un polygone, le nombre de côtés est équivalent au nombre de sommets.


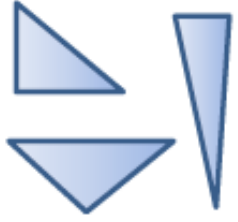
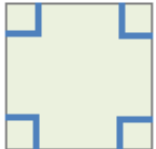



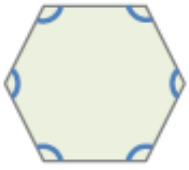

VOCABULAIRE	DESCRIPTION
Angles : amplitude de l'ouverture formée par deux côtés consécutifs d'un polygone	<ul style="list-style-type: none"> • Aigu, obtus, droit, plat (une droite) • (Voir à la p.14 la description de chaque angle)
Angles congrus : angles qui ont la même mesure, la même ouverture	<ul style="list-style-type: none"> • Exactement une paire d'angles congrus • Deux paires d'angles congrus • Au moins un angle aigu • Au moins un angle obtus • Tous des angles congrus
Sommet : point de rencontre de deux côtés du polygone.	<ul style="list-style-type: none"> • Nombre de sommets, tout polygone a un minimum de trois sommets
Symétrie : Une figure a une symétrie de réflexion si une moitié de la figure est une réflexion de l'autre moitié par rapport à un axe appelé « l'axe de symétrie ». Les figures peuvent avoir un ou plusieurs axes de symétrie.	<ul style="list-style-type: none"> • Un axe de symétrie • Deux axes de symétrie (ou plus) • Aucun axe de symétrie
Diagonale : tout segment reliant deux sommets non consécutifs (non reliés par un côté).	<ul style="list-style-type: none"> • Deux diagonales congrues • Deux diagonales perpendiculaires • Deux diagonales qui se coupent en leur milieu
Côtés : segments de la ligne brisée ou segments de droite formant le polygone.	<ul style="list-style-type: none"> • Une paire de côtés opposés parallèles • Deux paires de côtés opposés parallèles • Deux paires de côtés opposés congrus • Côtés adjacents congrus • Aucune paire de côté congru



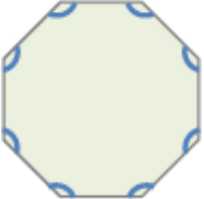





Note : Même si plusieurs polygones se terminent avec la syllabe « gones », les triangles et les quadrilatères (rectangle, trapèze, parallélogramme, deltoïde, etc.) font partie de cette famille. Pour certains élèves, ce détail fait en sorte qu'ils ne considèrent pas les triangles et les quadrilatères comme un type de polygones. ('Making Math Meaningful', p. 349, traduction libre)

Au cycle moyen, on poursuit l'étude des polygones de trois à huit côtés. Toutefois, on peut aussi explorer les polygones à neuf et dix côtés.

Les élèves doivent être exposés à différentes représentations de ces polygones afin d'élargir leur répertoire. Pour ce faire, on peut demander aux élèves de créer des étiquettes pour le mur de mots ainsi que des référentiels pour la classe. Les élèves seront fiers, engagés et utiliseront davantage ces visuels et le vocabulaire approprié.

Classement des polygones selon leurs propriétés

NOMBRE DE CÔTÉS ET DE SOMMETS	SOMME DES ANGLES INTÉRIEURS	NOMBRE DE DIAGONALES	REPRÉSENTATION DE POLYGONES RÉGULIERS	REPRÉSENTATION DE POLYGONES IRRÉGULIERS
TRIANGLE				
3	180°	0	 <p>Chaque angle mesure 60°</p>	
QUADRILATÈRE				
4	360°	2	 <p>Chaque angle mesure 90°</p>	
PENTAGONE				
5	540°	5	 <p>Chaque angle mesure 108°</p>	
HEXAGONE				
6	720°	9	 <p>Chaque angle mesure 120°</p>	

NOMBRE DE CÔTÉS ET DE SOMMETS	SOMME DES ANGLES INTÉRIEURS	NOMBRE DE DIAGONALES	REPRÉSENTATION DE POLYGONES RÉGULIERS	REPRÉSENTATION DE POLYGONES IRRÉGULIERS
HEPTAGONE				
7	900°	14	 <p>Chaque angle mesure 128,5°</p>	
OCTOGONE				
8	1080°	20	 <p>Chaque angle mesure 135°</p>	
ENNEAGONE				
9	1260°	27	 <p>Chaque angle mesure 140°</p>	
DECAGONE				
10	1440°	35	 <p>Chaque angle mesure 144°</p>	

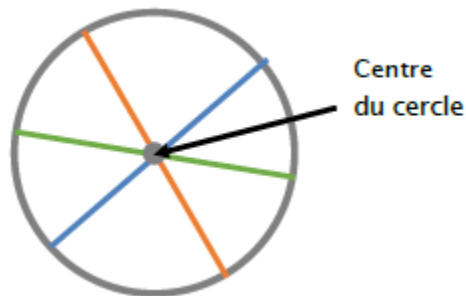
Le cercle

Le cercle est un non-polygone faisant partie de la famille des figures planes, formé d'une ligne courbe et fermée.

Propriétés du cercle

Tous les points qui composent sa frontière sont situés à égale distance d'un même point appelé centre du cercle.

Cette liste n'est pas exhaustive.



NOTE PÉDAGOGIQUE

Veillez à ce que les élèves ne confondent pas le cercle et l'ellipse. L'ellipse est à l'étude au secondaire seulement.

Le cercle a une infinité d'axes de symétrie et l'ellipse n'en que deux.



Tous les points situés sur la frontière d'un cercle sont à égale distance de son centre. Ce n'est pas le cas pour l'ellipse.



Note : Veuillez visiter le site www.atelier.on.ca pour lire la description complète des formes géométriques, visionner les animations et écouter des clips d'élèves.



Il s'agit d'ouvrir le module « Formes géométriques » 4e à la 6e année et de cliquer sur les onglets suivants : PRÉSENTATION/ Concepts à enseigner/+Figures planes ET +Solides.

N'oubliez pas de cliquer sur le « + » afin d'accéder à toutes les formes géométriques.

Les triangles

Un triangle est un polygone qui possède trois côtés, trois angles et trois sommets. La somme intérieure des angles est 180° .

Propriétés des triangles

Les triangles peuvent être classés selon la longueur de leurs côtés :

- Isocèle : deux côtés égaux et deux angles congrus;
- Scalène : trois côtés de différentes longueurs et trois angles de mesures différentes;
- Équilatéral : trois côtés égaux et trois angles congrus;

ou selon la mesure de leurs angles :

- Acutangle : trois angles aigus;
- Obtusangle : un angle obtus;
- Rectangle : un angle droit;
- Équiangle : trois angles congrus.

Erreur courante

ORIENTATION DES FIGURES

Les jeunes élèves croient souvent que l'orientation d'une figure sert à la définir.



Alors que la majorité des jeunes élèves reconnaîtra la figure bleue comme un triangle, certains décriront la figure verte comme un drapeau ou une flèche. Cette idée pourrait influencer sur l'habileté des élèves du cycle moyen à percevoir la congruence des figures aux orientations différentes.

Travailler avec des mosaïques géométriques ou des géoplans pour aider les élèves à comprendre que l'orientation d'une figure n'a pas d'effet sur ses propriétés.

Pistes de questionnement dans l'exploration des triangles

Une stratégie de communication particulièrement efficace pour amener les élèves à s'appropriier les concepts des divers triangles est le questionnement. Voici une liste non exhaustive d'exemples de questions à poser aux élèves pendant qu'ils explorent les triangles. Ces questions visent à approfondir le raisonnement de l'élève.

- Est-ce possible de construire un triangle rectangle isocèle? Pourquoi?
- Est-ce possible de construire un triangle rectangle équilatéral? Pourquoi?
- Peux-tu décrire un triangle équilatéral sans utiliser le mot « côtés »?
- Un triangle peut-il avoir plus d'un angle obtus? Pourquoi?
- Tous les triangles scalènes sont-ils aussi des triangles acutangles? Explique ton raisonnement.
- Un triangle équilatéral peut-il être obtusangle?
- Je visualise un triangle dans ma tête. Il possède un angle très petit et un autre angle qui est presque un angle droit. Que peux-tu me dire à propos du 3^e angle?
- Est-ce possible de construire un triangle isocèle avec un angle qui mesure 30° et un autre qui mesure 80°? Pourquoi?

Exemple d'une activité qui permet de développer des généralisations à travailler chez nos élèves

Est-ce possible de construire un triangle pour remplir chacune des cases?

	ACUTANGLE	OBTUSANGLE	RECTANGLE
SCALÈNE			
ISOCÈLE			
ÉQUILATÉRAL			

Solution :

	ACUTANGLE Les trois angles sont aigus.	OBSTUSANGLE Un des angles est obtus.	RECTANGLE Un des angles est droit.
SCALÈNE Trois côtés de différentes longueurs			
ISOCÈLE Au moins deux côtés congrus			
ÉQUILATÉRAL Trois côtés congrus			

Dans les échanges mathématiques, les élèves doivent être en mesure de verbaliser les généralisations ci-dessous :

- Pour construire un triangle, la somme de la longueur de deux côtés est toujours supérieure à la longueur du troisième côté.
- Le côté opposé à l'angle le plus grand est toujours le plus long. Par conséquent, le côté opposé à l'angle le plus petit est le plus court.
- Un triangle ne peut avoir plus d'un angle de 90° , car la somme des trois angles est de 180° .
- Si un triangle a deux angles congrus, les deux côtés opposés sont donc congrus.

Les quadrilatères

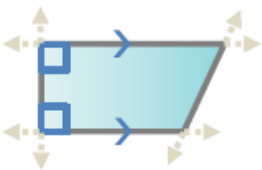
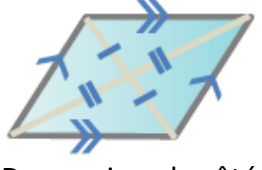

Un quadrilatère est un polygone qui possède quatre côtés, quatre angles et au moins deux diagonales. La somme intérieure des angles est 360° .

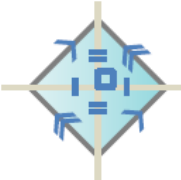
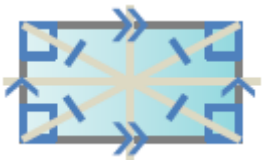


Les quadrilatères forment une classe complexe de polygones. Les rectangles étant les plus connus et vus dans le quotidien, il importe de présenter les familles de quadrilatères en utilisant des critères d'inclusion et d'exclusion. Il y a différentes écoles de pensée pour décrire et classer les quadrilatères selon leurs propriétés (p. ex., (p.ex., certains mathématiciens considèrent un parallélogramme comme étant un trapèze puisqu'il a au moins une paire de côtés parallèles. D'autres préfèrent que les trapèzes soient dans une classe à part).

Des activités de classement et de comparaison de différents quadrilatères sont très importantes pour développer la compréhension des nombreuses propriétés qu'ils

possèdent. Au départ, invitez les élèves à comparer deux ou trois quadrilatères et à justifier leurs réponses. Au fil du temps, les élèves seront à l'aise d'utiliser le vocabulaire des propriétés et de classer les quadrilatères à l'aide de diagrammes de Venn ou de Carroll.

Classement des quadrilatères

PROPRIÉTÉS SUFFISANTES	ANGLE	CÔTÉ	DIAGONALE	SYMÉTRIE	AUTRE
<p>TRAPÈZE</p>  <p>Au moins une paire de côtés parallèles</p>	Peut avoir des angles droits ou non	A au moins une paire de côtés parallèles	Deux diagonales	Peut avoir un axe de symétrie	Un trapèze qui a : <ul style="list-style-type: none"> • Deux angles droits, s'appelle un trapèze rectangle; • Une paire de côtés congrus, s'appelle un trapèze isocèle.
<p>PARALLÉLOGRAMME</p>  <p>Deux paires de côtés parallèles</p>	Deux paires d'angles opposés congrus	Deux paires de côtés opposés parallèles	Deux diagonales qui se coupent en leur milieu	Aucun axe de symétrie	Famille des trapèzes
<p>CERF-VOLANT</p>  <p>Quadrilatère convexe qui a deux paires de côtés adjacents congrus</p>	Une paire d'angles opposés congrus	Deux paires de côtés adjacents congrus	Deux diagonales perpendiculaires	Un axe de symétrie	
<p>LOSANGE</p>	Deux paires d'angles congrus	Quatre côtés congrus	Deux diagonales congrues qui se coupent en leur milieu	Deux axes de symétrie	Famille des parallélogrammes, des trapèzes, des cerfs-volants

PROPRIÉTÉS SUFFISANTES	ANGLE	CÔTÉ	DIAGONALE	SYMÉTRIE	AUTRE
 <p>Quatre côtés congrus</p>		opposés parallèles			
<p>RECTANGLE</p>  <p>Quatre angles droits et deux paires de côtés congrus</p>	Quatre angles droits (90°)	Deux paires de côtés opposés parallèles	Deux diagonales qui se coupent en leur milieu	Deux axes de symétrie	Famille des trapèzes et des parallélogrammes
<p>CARRÉ</p>  <p>Quatre côtés congrus et quatre angles droits</p>	Quatre angles droits	Quatre côtés congrus	Deux diagonales congrues et perpendiculaires qui se coupent en leur milieu.	Quatre axes de symétrie	Famille des parallélogrammes, des trapèzes, des cerfs-volants et des rectangles
<p>DELTOÏDE</p>  <p>Quadrilatère non convexe qui a deux paires de côtés adjacents congrus</p>	Un angle obtus rentrant	Deux paires de côtés adjacents congrus	Deux diagonales perpendiculaires dont l'une est à l'extérieur de la figure	Un axe de symétrie	

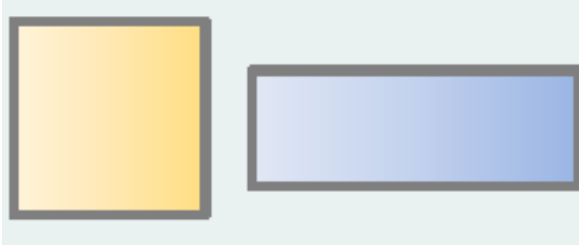
Erreur courante

CLASSEMENT DES FIGURES SELON LEURS PROPRIÉTÉS

Les élèves ont souvent de la difficulté à percevoir les classes ou les familles de figures parce qu'ils ne tiennent pas compte des critères d'inclusion et d'exclusion.

Les élèves supposent souvent que les rectangles ont des côtés longs et des côtés courts.

Certains se présentent ainsi, mais le carré est aussi un rectangle et ne répond pas à cette propriété.

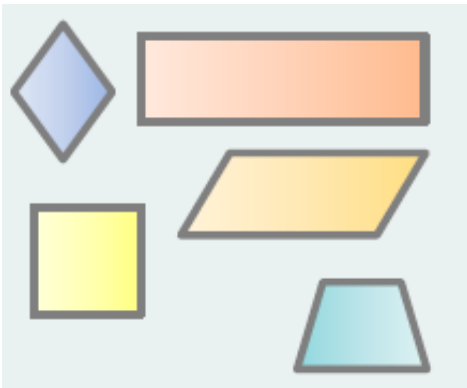


Lorsqu'il s'agit d'un losange, si l'élève voit un losange en particulier, par exemple un losange qui n'a pas quatre angles droits, il peut supposer que les losanges n'ont jamais d'angles droits.

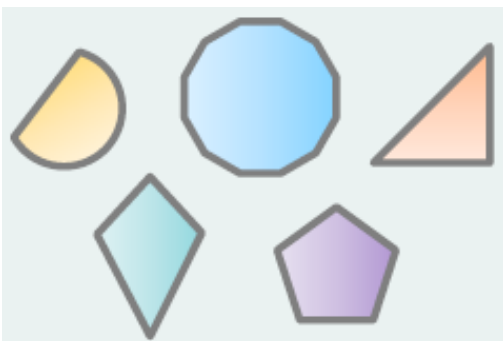
Les élèves doivent avoir l'occasion d'explorer chaque classe de figures de différentes façons.

Présentez aux élèves des figures régulières et irrégulières, des exemples et des non-exemples. Invitez-les à classer ces figures de plus d'une façon et discutez de leur raisonnement.

Parallélogrammes



Non parallélogrammes



CARRÉS ET RECTANGLES

Les élèves identifient souvent le carré comme un quadrilatère dans une classe à part et ne voit pas qu'il est aussi un rectangle.

Les élèves doivent avoir l'occasion d'explorer chaque classe de figures. Lorsque les propriétés d'une classe de figures sont présentées, demandez aux élèves de déterminer si les propriétés s'appliquent à telle ou telle figure. Présentez aussi de non-exemples et demandez aux élèves de faire la même analyse.

LA COULEUR ET LA SYMÉTRIE DE RÉFLEXION

Les élèves supposent que les figures ne peuvent pas être symétriques si les couleurs ne sont pas identiques.

Cette figure a une symétrie de réflexion, car une moitié correspond à l'autre lorsqu'on plie la figure ou qu'on la réfléchit par rapport à l'axe de réflexion.



Permettez plus souvent aux élèves de vérifier la symétrie de figures à l'aide de pliage ou d'un mira. Rappelez que la symétrie est définie par des figures identiques lorsqu'elles sont pliées par rapport à un axe de symétrie.

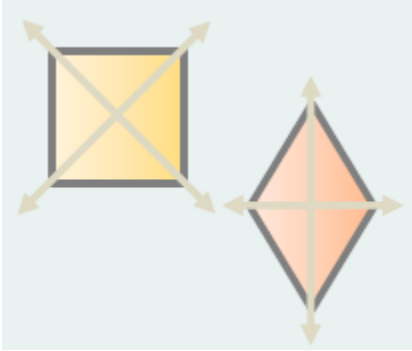
PARALLÉLOGRAMMES ET SYMÉTRIE DE RÉFLEXION

Les élèves croient souvent qu'une diagonale d'un parallélogramme est un axe de symétrie. Cela est vrai pour les losanges et les carrés, mais pas pour les autres parallélogrammes. Cette erreur courante vient du fait que les deux triangles de part et d'autre de la diagonale sont congruents.

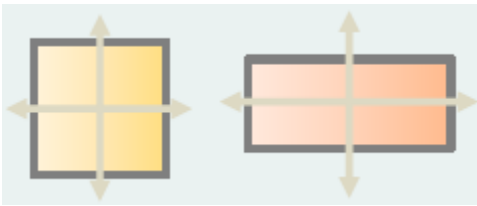


La comparaison des différents types de parallélogrammes permet aux élèves de voir que :

- Les losanges et les carrés ont des côtés congrus qui permettent la formation de deux axes de symétrie;



- Les rectangles et les carrés ont des angles de 90° qui permettent la formation de deux axes de symétrie.



Il est impossible de plier un parallélogramme pour que les deux parties soient identiques.



Pistes de questionnement dans l'exploration des quadrilatères

Une stratégie de communication particulièrement efficace pour amener les élèves à s'appropriier les concepts des divers quadrilatères est le questionnement. Voici une liste non exhaustive d'exemples de questions à poser aux élèves pendant qu'ils explorent les quadrilatères. Ces questions visent à approfondir le raisonnement de l'élève.

- Est-ce possible de construire un quadrilatère qui n'a pas d'angle droit? Pourquoi?
- Est-ce possible de construire un quadrilatère qui a un seul angle obtus? Explique ton raisonnement.
- Si les côtés d'un quadrilatère sont congrus, est-ce toujours un carré?
- Est-ce possible de construire un quadrilatère avec seulement deux angles droits? Peux-tu le démontrer?

- Crois-tu que la moitié d'un parallélogramme est toujours un triangle?
- Est-ce possible de construire un quadrilatère avec un axe de symétrie et un angle obtus? Explique ton raisonnement.
- Certains parallélogrammes sont-ils des rectangles? Si oui, identifie des non-exemples?
- Si une figure a deux axes de symétrie, est-ce toujours un quadrilatère? Explique ton raisonnement.
- Un triangle peut-il être $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{2}$ ou $\frac{1}{3}$ d'un parallélogramme? Peux-tu le démontrer?
- Est-il possible de découper un triangle en différentes figures et de construire un carré? (Small M., Making Math Meaningful, p. 375)



- Combien de carrés non congruents peux-tu construire sur un géoplan? (Les carrés seront non congruents, car ils auront des aires différentes.)

GÉNÉRALISATIONS À TRAVAILLER AVEC LES ÉLÈVES

- Les quadrilatères se décrivent à l'aide de diverses propriétés qui permettent de les classer. Un quadrilatère peut faire partie de plusieurs classes.
- Tout quadrilatère a deux diagonales.
- Une diagonale divise le quadrilatère en deux triangles. Comme la somme des angles de chaque triangle est de 180° , alors la somme des angles d'un quadrilatère est de 360° .

Les solides (ou polyèdres)

Cheminement de l'élève

LES SOLIDES

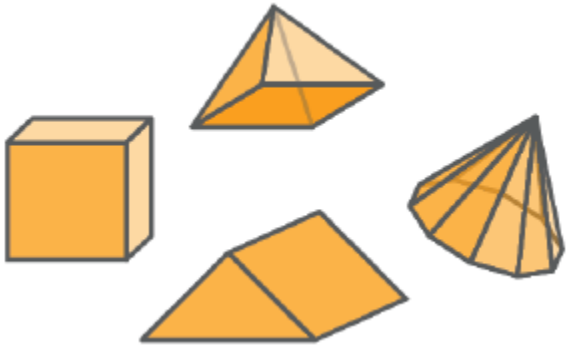
SYNTHÈSE DU CYCLE PRIMAIRE	4 ^e ANNÉE	5 ^e ANNÉE	6 ^e ANNÉE	7 ^e ANNÉE	8 ^e ANNÉE
<p>Propriétés</p> <ul style="list-style-type: none"> • Arête • Base • Sommet • Apex • Face • Face latérale • Faces congruentes • Surface courbe • Surface plane <p>Polyèdres</p> <ul style="list-style-type: none"> • Cube • Cône • Cylindre • Sphère • Pyramide • Prisme <p>Représentations</p> <ul style="list-style-type: none"> • Charpente • Coquille 	<p>Propriétés</p> <ul style="list-style-type: none"> • Côtés parallèles • Côtés adjacents • Faces Parallèles <p>Représentations</p> <ul style="list-style-type: none"> • Développement d'un solide 	<p>Polyèdres</p> <ul style="list-style-type: none"> • Corps ronds 	<p>Propriétés</p> <ul style="list-style-type: none"> • Relation d'inclusion • Relation d'exclusion <p>Représentations</p> <ul style="list-style-type: none"> • Vue de face • Vue de côté • Vue de dessus 		<p>Polyèdres</p> <ul style="list-style-type: none"> • Solides platoniciens • Tétraèdre • Hexaèdre • Octaèdre • Dodécaèdre • Icosaèdre

Les polyèdres

Les solides sont des formes géométriques à trois dimensions composées des polyèdres et des corps ronds.

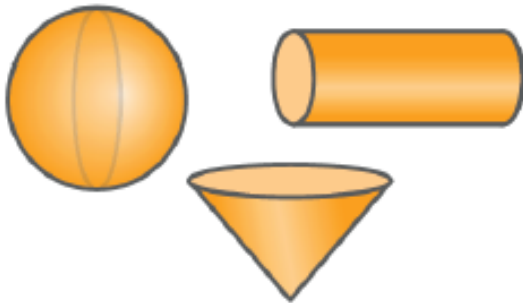
Polyèdres : Les polyèdres sont des solides dont toutes les faces sont polygones. Ils ont au moins quatre faces et chaque face à au moins trois côtés.

Exemples de polyèdres :



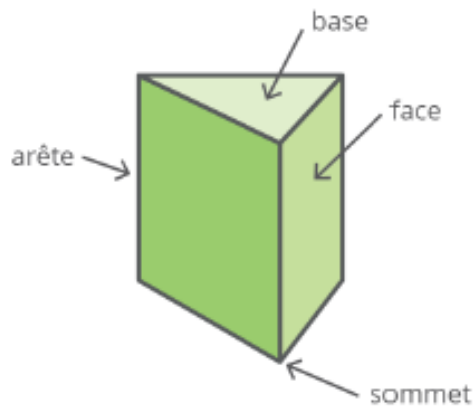
Corps ronds : Les corps ronds ne sont pas des polyèdres. Un corps rond a au moins une face courbe. Certains ont aussi une ou des faces planes.

Exemples de corps ronds :



SORTES DE POLYÈDRES

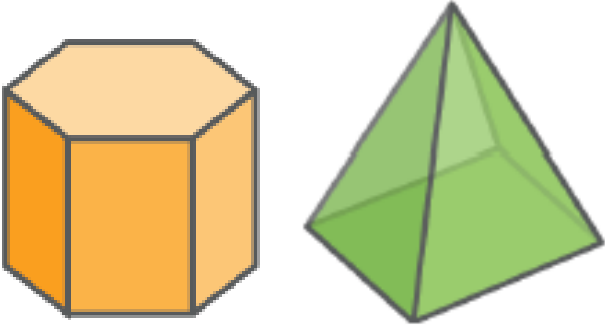
Le cube, les prismes et les pyramides sont des polyèdres à l'étude au cycle moyen.




Le cube, les prismes et les pyramides sont composés de faces latérales. Les prismes ont deux bases et les pyramides ont seulement une base.

Propriétés des polyèdres

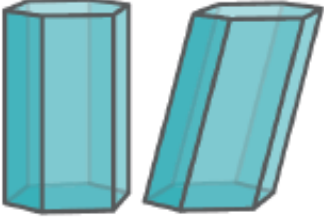
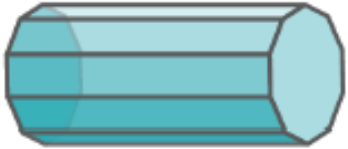
Vocabulaire qui permet de décrire, de classer et de construire des polyèdres

VOCABULAIRE	DESCRIPTION
BASE	<p>La base ou les bases d'un polyèdre sont des polygones qui donnent le nom au solide.</p> 
FACE	<p>Face : Chacun des côtés qui forment un polyèdre (prismes et pyramides). Les faces des polyèdres sont toujours des polygones. Elles sont délimitées par des arêtes. Face latérale : Sur un prisme ou une pyramide, une face latérale est une face qui ne joue pas le rôle de base. Surface : Sur les corps ronds, les faces courbes sont nommées « surface ». Note : Il est important de signaler que les termes « face » et « surface » sont parfois employés différemment selon les écoles de pensée ou les ressources utilisées.</p>
ARÊTES	L'arête est un segment qui forme l'intersection de deux faces d'un polyèdre.
SOMMET	Le sommet est le point de rencontre d'au moins deux arêtes d'un polyèdre.

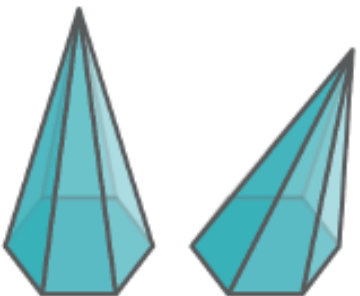
CUBE

PROPRIÉTÉS	PROPRIÉTÉS SUFFISANTES*	DESCRIPTION
 <p>Six faces Huit sommets</p>	Polyèdre régulier dont les faces sont des carrés congruents.	Le cube fait partie de la famille des prismes à base carrée. On l'appelle aussi hexaèdre régulier, car il a six faces congruents.

PRISME

PROPRIÉTÉS	PROPRIÉTÉS SUFFISANTES*	DESCRIPTION
 <p>Les faces latérales d'un prisme sont des parallélogrammes. Au moins six sommets et cinq faces. Le prisme droit à des arêtes latérales perpendiculaires à sa base. Le prisme oblique à des arêtes latérales qui ne sont pas perpendiculaires à sa base.</p>  <p>Plus le nombre de côtés de la base augmente, plus le prisme ressemble à un cylindre.</p>	<p>Polyèdre ayant deux bases polygonales parallèles et congruentes.</p>	<p>Les bases du prisme déterminent son nom. Triangle : prisme à base triangulaire Carré : prisme à base carrée Rectangle : prisme à base rectangulaire Pentagone : prisme à base pentagonale Hexagone : prisme à base hexagonale Octogone : prisme à base octogonale Ennéagone : prisme à base enneagonale Décagone : prisme à base décagonale Examiner le nombre de côtés de la base d'un prisme peut aider les élèves à en prédire le nombre de faces, d'arêtes et de sommets.</p> <p>PRISME À BASE PENTAGONALE Faces : 5 faces latérales et 2 bases = 7 faces. Sommets : 5 sommets à chaque base. Arêtes : 5 arêtes qui relient les 2 bases et 5 arêtes à chaque base.</p>

PYRAMIDE

PROPRIÉTÉS	PROPRIÉTÉS SUFFISANTES*	DESCRIPTION
	<p>Polyèdre dont la base est un polygone et dont les faces latérales sont triangulaires et se rencontrent à un sommet.</p>	<p>La base de la pyramide détermine son nom. Triangle : pyramide à base triangulaire Carré : pyramide à base carrée Rectangle : pyramide à base rectangulaire</p>

PROPRIÉTÉS	PROPRIÉTÉS SUFFISANTES*	DESCRIPTION
<p>Une pyramide a seulement une base.</p> <p>Au moins quatre faces.</p> <p>Au moins quatre sommets.</p> <p>L'apex est la rencontre de toutes les faces triangulaires opposées à la base. Il faut tenir compte que l'apex est un sommet et on doit l'inclure dans le dénombrement des sommets.</p> <p>Dans une pyramide, plus le nombre de côtés de la base augmente, plus la pyramide ressemble à un cône.</p>		<p>Pentagone : pyramide à base pentagonale</p> <p>Hexagone : pyramide à base hexagonale</p> <p>Octogone : pyramide à base octogonale</p> <p>Ennéagone : pyramide à base enneagonale</p> <p>Décagone : pyramide à base décagonale</p> <p>Les faces latérales d'une pyramide à base carrée sont toutes des triangles isocèles congruents. Toutefois, les faces latérales d'une pyramide à base carrée oblique ne sont pas nécessairement congrues ni des triangles isocèles.</p>

En examinant le nombre de côtés de la base d'une pyramide, les élèves peuvent en prédire le nombre de faces, d'arêtes et de sommets.

PYRAMIDE À BASE PENTAGONALE



Faces : 1 base et 5 faces triangulaires.

Sommets : 5 sommets à la base et un apex.

Arêtes : 5 arêtes à la base et 5 arêtes qui se rencontrent à l'apex.

Les polyèdres réguliers sont des polyèdres convexes, dont les faces sont des polygones réguliers congruents (côtés congrus et angles congrus) qui se rejoignent de la même façon à chaque sommet. Il y a cinq polyèdres réguliers :



Le tétraèdre régulier (c'est aussi un deltaèdre)



L'octaèdre régulier c'est (aussi un deltaèdre)



Le cube ou hexaèdre régulier



Le dodécaèdre régulier



L'icosaèdre régulier (c'est aussi un deltaèdre)

Les deltaèdres sont des polyèdres dont toutes les faces sont des triangles équilatéraux congruents.


Note : Des polyèdres peuvent être réguliers ou irréguliers. Certains sont convexes (tous leurs sommets pointent vers l'extérieur) et d'autres sont non convexes (au moins un sommet pointe vers l'intérieur).

Sortes de corps ronds

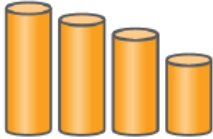
La sphère, le cône et le cylindre sont des corps ronds à l'étude au cycle moyen.

Classement des corps ronds selon leurs propriétés

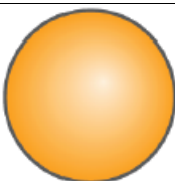
CÔNE

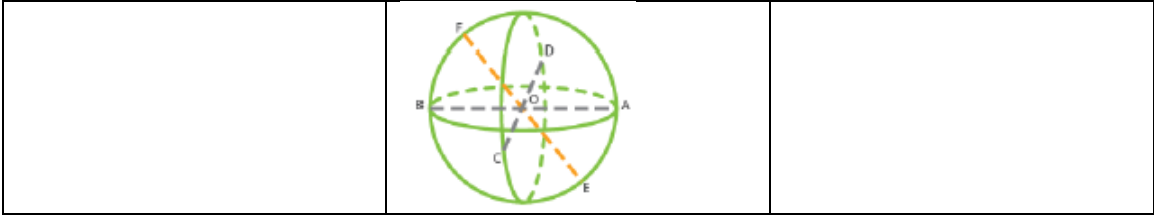
PROPRIÉTÉS	PROPRIÉTÉS SUFFISANTES*	DESCRIPTION
 <p>La base est toujours un non-polygone. (p. ex., un cercle)</p>	<p>Solide/corps rond formé d'une face courbe, d'une face plane circulaire et d'un sommet nommé apex. Le cône n'a pas d'arête.</p>	<p>Le cône n'a pas d'arête. La ligne courbe qui délimite la base du cône s'appelle la directrice du cône et non une arête. Comme d'autres solides, les cônes peuvent aussi être obliques.</p>

CYLINDRE

PROPRIÉTÉS	PROPRIÉTÉS SUFFISANTES*	DESCRIPTION
 <p>Les bases sont toujours des non-polygones. (p. ex., un cercle)</p>	<p>Solide/corps rond formé d'une face courbe et de deux faces planes circulaires et congruentes (les bases) qui sont parallèles.</p>	<p>Les deux lignes qui délimitent les deux bases du cylindre s'appellent des directrices et non des arêtes.</p>

SPHÈRE

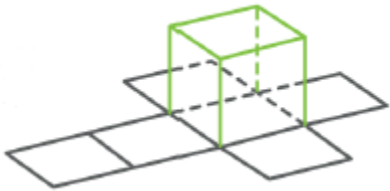
PROPRIÉTÉS	PROPRIÉTÉS SUFFISANTES*	DESCRIPTION
	<p>Solide/corps rond délimité par une seule face courbe dont tous les points sont à la même distance du centre.</p>	<p>La sphère n'a pas d'arête ni de sommet. La sphère n'a pas de face ni de base.</p>



Cette liste n'est pas exhaustive.

LE DÉVELOPPEMENT DES SOLIDES

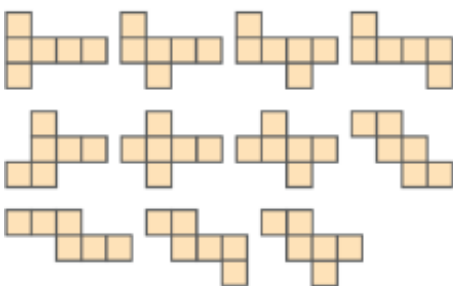
La visualisation spatiale est un type particulier de raisonnement spatial qui implique l'utilisation de notre imagination pour « générer, mémoriser, extraire et transformer des images visuelles bien structurées » (Lohman, 1996, p. 98). Explorer les développements de solides permet aux élèves de la développer.



Un développement est une représentation en deux dimensions d'une forme en trois dimensions qu'on peut plier et recréer. Les élèves doivent prendre conscience qu'un même solide peut avoir plusieurs développements. Même si les faces ne changent pas, on peut les relier de diverses façons.

En voici un exemple.

Ces développements permettent de former un cube.



Ces développements ne permettent pas de former un cube.



Erreurs courantes

ERREURS DE VOCABULAIRE

FIGURES ET SOLIDES

Les élèves confondent souvent les termes utilisés pour les figures planes et les solides.

SPHÈRE ET CERCLE

Les élèves vont souvent appeler une sphère un cercle.

CUBE ET CARRÉ

Le terme cube est parfois confondu avec le terme carré, qui décrit une figure plane. Aidez les élèves à différencier ces termes en précisant à maintes reprises les relations entre eux. P. ex., ce cube a six faces, chaque face est un carré.

PRISME À BASE CARRÉ ET RECTANGLE

Les élèves nomment parfois ce prisme comme étant un carré. Comme pour le cube et le carré, faites ressortir les relations entre eux

Les élèves doivent avoir de nombreuses occasions de comparer des formes géométriques qui peuvent porter à confusion. Par exemple, présentez un cube et un carré.

Demandez aux élèves d'expliquer comment ces deux formes géométriques sont différentes.

ARÊTE, FACE ET CÔTÉ

Le terme arête, qui s'applique aux solides, est parfois confondu avec le terme côté qui s'applique aux figures planes.

Mettez l'accent sur le fait que les figures planes qui composent les solides s'appellent des faces et que l'endroit où ces faces se joignent s'appellent des arêtes.

IDENTIFIER LA BASE D'UN PRISME

Les élèves peuvent éprouver de la difficulté à identifier la base d'un prisme, particulièrement lorsque celui-ci est « court ».

En proposant aux élèves de construire des solides en empilant des mosaïques géométriques, ceux-ci peuvent observer concrètement que les bases sont la première et la dernière mosaïque géométrique empilées pour former le solide et que plus ils ajoutent des pièces, ils peuvent bien voir que les faces latérales du prisme sont toujours des rectangles.

Pistes de questionnement dans l'exploration des solides

Une stratégie de communication particulièrement efficace pour amener les élèves à s'appropriier les concepts reliés aux solides est le questionnement. Voici une liste non exhaustive d'exemples de questions à poser aux élèves pendant qu'ils explorent les solides. Ces questions visent à approfondir le raisonnement de l'élève.

- Est-il possible de construire un solide avec quatre faces congrues et deux autres faces différentes congrues? Explique ton raisonnement.
- Quel polyèdre à six faces peux-tu construire?
- Si quatre faces d'un prisme droit sont des carrés, obtient-on toujours un cube? Explique ton raisonnement.
- Comment ces solides sont-ils différents? Pourquoi?
- Quels polyèdres peux-tu construire avec 12 pailles? La longueur des pailles est-elle importante? Justifie ta réponse.
- Une pyramide est toujours composée d'au moins trois faces triangulaires? Est-ce vrai?
- Peut-on construire une pyramide avec des triangles obtusangles?
- Explique ton raisonnement?

Ressources

Matériel de manipulation

« Au fur et à mesure que les élèves classent, manipulent, dessinent, modélisent, tracent, mesurent et construisent, ils développent leur habileté à visualiser les relations entre les formes géométriques. » Un développement est une représentation en deux dimensions d'une forme en trois dimensions. » Traduction libre, Principles and Standards for School Mathematics, NCTM, 2003, p. 165.

Le matériel de manipulation permet à l'élève :

- De mieux comprendre les concepts;
- D'utiliser sa pensée logique;
- De résoudre plus facilement des problèmes;
- De se sentir plus apte et confiant en mathématiques.

Le site de l'@telier (atelier.on.ca) présente divers types de matériel de manipulation en rapport avec les concepts à l'étude.

Module « Formes géométriques 4e-6e » PRÉSENTATION/Matériel de manipulation

www.atelier.on.ca/edu/core.cfm?p=main&modColour=2&modID=19&m=211&L=2

Exemples d'applications, de sites et de logiciels à consulter

TECHNO 2.0

Voici trois applications qui visent à développer la visualisation spatiale.



FOLDIFY

Cette application permet, de façon ludique, de créer des solides simples et composés. Le solide apparaît à la gauche et le développement de celui-ci à la droite. En dessinant sur le développement du solide, tous les changements sont synchronisés sur ce dernier. Il est même possible d'ajouter ses propres photos. Le développement du solide peut ensuite être imprimé et plié. L'application propose plusieurs formes déjà prêtes qui peuvent être modifiées à volonté. Les élèves peuvent partager leurs créations avec d'autres élèves dans le monde. Cette application peut être utile de la 6^e à la 8^e année.

Prix : 3,99 \$

Pour obtenir cette application :

Site Web: <http://www.foldifyapp.com/>

YouTube: www.youtube.com/watch?v=j-1j_oc7HF8



UNFOLD

Cette application permet, de façon animée, d'observer le développement d'un solide. Le solide pivote dans l'espace et s'ouvre pour faire apparaître le développement complet. Il est possible, en glissant deux doigts sur l'écran, d'ouvrir et de fermer le développement tout en le tournant dans l'espace. En choisissant le menu « Information », on obtient le nom du solide, le nombre de faces, de sommets et d'arêtes. Par contre, cette application ne donne qu'une possibilité de développement par solide, mais donne vraiment un visuel intéressant pour faire comprendre le développement d'un solide donné.

Prix : 0,99 \$

Pour obtenir cette application :

Site Web : <https://itunes.apple.com/us/app/unfold/id557099803?mt=8>



TAPTAPBLOCKS

Cette application permet de créer des solides à partir de cubes. Il est très intéressant de faire pivoter le solide pour voir les vues de dessus, de dessous, de face et de côté.

L'élève peut créer un solide et demander à son partenaire de le reproduire avec du matériel concret ou sur le iPad en lui montrant les vues. Les élèves peuvent partager leurs créations par courriel.

Prix : Gratuit

Pour obtenir cette application :

<https://itunes.apple.com/us/app/taptapblocks/id433121899?mt=8>

Site Web : www.taptapblocks.com/home.html



GEOBOARD

Cette application offre un géoplan virtuel qui se présente avec deux options, 25 tiges ou 150 tiges. On peut manipuler des élastiques de huit couleurs différentes. On peut ajouter de la couleur à l'intérieur des formes créées. Cette application permet d'explorer et de comparer les propriétés des figures planes en construisant différentes figures. Il est intéressant de proposer aux élèves de comparer les périmètres et les aires des figures construites. On peut aussi travailler la congruence des figures, les sortes d'angles et les fractions.

Prix : Gratuit (application enrichie : 6,99 \$)

Pour obtenir cette application : <http://catalog.mathlearningcenter.org/apps>

Site Web : www.mathlearningcenter.org



GEOMETRY PAD

Geometry pad : Cette application présente plusieurs fonctionnalités qui vont bien au-delà des concepts du programme du cycle moyen. Par contre, plusieurs outils peuvent être utilisés par les élèves du cycle moyen. L'application permet entre autres de construire des figures sur du papier isométrique autant que dans les différents quadrants du plan cartésien. Les outils sont nombreux et présentent des fonctions très intéressantes : identification des coordonnées d'une figure; identification des mesures d'angles; et création de différents angles. Un outil permet aussi d'entrer les mesures des côtés d'une figure ou les mesures des angles pour créer cette figure. Il est aussi possible d'effectuer des transformations à partir de divers centres de rotation.

Prix : Gratuit (application enrichie : 6,61 \$)

Pour obtenir cette application :

<https://play.google.com/store/apps/developer?id=Bytes+Arithmetic+LLC>

EDUCREATIONS

Application gratuite grâce à laquelle l'élève peut démontrer en s'enregistrant à l'oral et voir sa démonstration sur papier ligné, quadrillé ou vierge.

BIBLIOTHÈQUE VIRTUELLE DE MATHÉMATIQUES

<http://nlvm.usu.edu/fr/nav/vlibrary.html>

JEU INTERACTIF << TROUVE LA FIGURE GÉOMÉTRIQUE >>

www.atelier.on.ca

Module : Formes géométriques 4^e-6^e, onglet APPLICATION