RÉDUCTION DES ÉCARTS DE RENDEMENT

9e année

Module 3 : Nombres entiers

Guide pédagogique

Module 3

Nombres entiers

Contenus d'apprentissage 2

Évaluation diagnostique 3

Matériel d'appui 6

Représentation et comparaison de nombres entiers 7

Addition et soustraction de nombres entiers 13

Multiplication et division de nombres entiers 19

Priorité des opérations 25

CONTENUS D'APPRENTISSAGE

Exemples de contenus d'apprentissage qui font appel aux nombres entiers

MPM1D

Numération et algèbre

- simplifier, à l'aide ou non d'outils technologiques, des expressions numériques.
- examiner la vraisemblance des résultats obtenus en tenant compte du contexte et en ayant recours au calcul mental et à l'estimation.
- évaluer, à l'aide de la calculatrice et sans celle-ci, des puissances et des expressions ayant pour exposant un entier positif.
- additionner et soustraire des polynômes.
- multiplier un polynôme par un monôme.
- développer et réduire des expressions algébriques.
- résoudre algébriquement des équations du premier degré, y compris des équations avec coefficients fractionnaires, et en vérifier la solution.
- résoudre des problèmes pouvant être modélisés par des équations…

Relations

- interpréter des situations à l'aide d'une table de valeurs, d'une équation et d'un graphique.

Géométrie analytique

- calculer la pente d'une droite à partir de son graphique dans un plan cartésien, de son équation et de deux de ses points.
- déterminer […] l'équation d'une droite d'après certaines de ses caractéristiques.
- choisir la forme la plus appropriée de l'équation d'une droite ($y = mx + b$, $ax + by + c = 0$ ou $ax + by = d$) selon la situation et changer de forme au besoin.

MFM1P

Numération et algèbre

- simplifier, à l'aide ou non d'outils technologiques, des expressions numériques.
- examiner la vraisemblance des résultats obtenus en tenant compte du contexte et en ayant recours au calcul mental et à l'estimation.
- additionner et soustraire des polynômes.
- multiplier un polynôme par un monôme.
- résoudre des équations du premier degré dont les coefficients sont non fractionnaires.
- attribuer des valeurs numériques à des variables dans une formule et résoudre l'équation qui en résulte.
- résoudre des problèmes pouvant être modélisés par des équations…

Relations

- déterminer le taux de variation et la valeur initiale d'une relation d'après ses trois représentations.
- déterminer la valeur d'une des deux variables qui correspond à une valeur particulière de l'autre variable dans chacune des représentations.

ÉVALUATION DIAGNOSTIQUE

Remettre aux élèves une copie de l'évaluation diagnostique (voir Guide de l'élève) et leur accorder suffisamment de temps pour répondre aux questions. Si des élèves ont de la difficulté à comprendre le sens d'une question, n'hésitez pas à leur expliquer.

Matériel
- jetons bicolores
- droites numériques vierges

Corriger les évaluations et planifier les interventions pédagogiques en fonction de l'analyse des résultats obtenus.

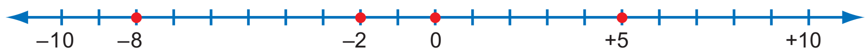
Ce guide contient du matériel d'appui relatif :
- à la représentation et à la comparaison de nombres entiers;
- à l'addition et à la soustraction de nombres entiers;
- à la multiplication et à la division de nombres entiers;
- à la priorité des opérations.

Il n'est pas nécessaire d'utiliser tout ce matériel. Le tableau suivant propose une façon de choisir le matériel d'appui en fonction des difficultés observées lors de l'analyse des résultats.

Résultats	Matériel d'appui suggéré
Les élèves éprouvent des difficultés avec les questions 1 à 4.	Utilisez la section « Représentation et comparaison de nombres entiers ».
Les élèves éprouvent des difficultés avec les questions 5 à 8.	Utilisez la section « Addition et soustraction de nombres entiers ».
Les élèves éprouvent des difficultés avec les questions 9 à 12.	Utilisez la section « Multiplication et division de nombres entiers ».
Les élèves éprouvent des difficultés avec les questions 13 et 14.	Utilisez la section « Priorité des opérations ».

Note : Des élèves peuvent éprouver des difficultés à représenter, à comparer et à évaluer des expressions numériques contenant des nombres entiers, notamment parce qu'elles et ils :
- se représentent la grandeur des nombres en fonction de leur distance par rapport à 0 ou de leur valeur absolue plutôt que par rapport à leur position (p. ex., croire que –40 est plus grand que –3 parce que 40 est plus grand que 3);
- confondent les opérations d'addition et de soustraction dans des situations impliquant des nombres négatifs;
- ne tiennent pas compte de l'ordre dans lequel les soustractions sont faites, par exemple, croire que –3 – (–4) est la même chose que –4 – (–3);
- effectuent une mauvaise application d'une règle apprise (p. ex., appliquer la règle selon laquelle deux négatifs font un positif pour évaluer une expression telle que –3 – 4);
- éprouvent un manque d'aisance avec les opérations impliquant les nombres naturels, surtout avec la soustraction, la multiplication et la division.

Solutions

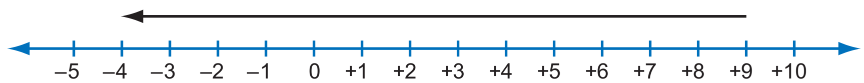
1. 

2. Par exemple, 2 sous la normale au golf, 2 °C au-dessous de 0 °C, une perte de 2 $.

3. –20, –9, –8, –2, 3, 6, 9, +15
Par exemple, je sais que –20 est le nombre le plus petit parce que sur une droite numérique, c'est celui qui est situé le plus loin à gauche de 0.

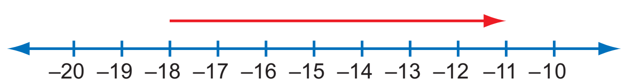
4. Par exemple, puisque 2 est plus à droite de 0 que 1 sur une droite numérique, il est plus grand. Par contre, puisque –2 est plus à gauche de 0 que –1, il est plus petit.

5. **a)** –11
b) –4
c) –4
d) +10

6. Par exemple, 

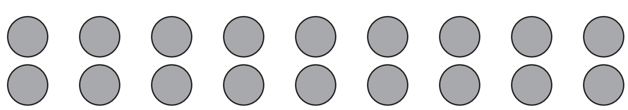
En partant du nombre 9 sur la droite numérique, un déplacement de 13 espaces vers la gauche (puisque –13 est négatif) mène au nombre –4.

7. **a)** 6
b) –8
c) –7
d) +7

8. Par exemple, 

Un déplacement de −18 à –11 sur la droite numérique correspond à un déplacement de 7 espaces vers la droite (+7).

9. **a)** –24
b) –18
c) 50
d) –63

10. Par exemple, 

Il y a 9 groupes de –2, c'est-à-dire 9 groupes de 2 jetons gris, pour un total de 18 jetons gris (−18).

11. **a)** 2
b) –2
c) –4
d) –4

12. Par exemple, 
Huit jetons gris (négatifs) sont partagés en 4 groupes de 2 jetons gris (–2).

13. La deuxième égalité (dont la réponse est –34) est vraie puisqu'il faut faire la multiplication avant de faire l'addition. Le produit de 8 et de –4 donne –32 et la somme de –32 et de –2 donne –34.

14. La deuxième expression a la plus grande valeur. Puisqu'elle est égale à 1 alors que la première expression est égale à –2, elle vaut 3 de plus que la première.

Évaluation diagnostique

1. Trace une droite numérique qui va de –10 à +10, puis situe sur la droite les nombres entiers suivants : –2, –8, 0, +5.

2. Décris trois choses ou situations que le nombre –2 pourrait représenter.

3. Place les nombres entiers suivants en ordre croissant : 6, –2, 3, –8, –20, +15, 9, –9.

Explique comment tu peux savoir quel nombre est le plus petit.

4. Explique pourquoi –2 < –1, même si +2 > +1.

(Rappel : le signe < signifie « plus petit que » et le signe > signifie « plus grand que ».)

5. Détermine chacune des sommes suivantes :

a) (–3) + (–8) **b)** (–20) + (+16)

c) (+9) + (–13) **d)** (+13) + (–3)

6. Démontre à l'aide d'un modèle que ta réponse à la question 5 c) est correcte et explique ton modèle.

7. Détermine chacune des différences suivantes :

a) 4 – (–2) **b)** 8 – (+16)

c) (–9) – (–2) **d)** (–11) – (–18)

Évaluation diagnostique (*Suite*)

8. Démontre à l'aide d'un modèle que ta réponse à la question 7 d) est correcte et explique ton modèle.

9. Détermine chacun des produits suivants :

a) (–3) × 8 **b)** 9 × (–2)

c) (–5) × (–10) **d)** (9) × (–7)

10. Démontre à l'aide d'un modèle que ta réponse à la question 9 b) est correcte et explique ton modèle.

11. Détermine chacun des quotients suivants :

a) (–4) ÷ (–2) **b)** (–8) ÷ 4

c) 16 ÷ (–4) **d)** (+20) ÷ (–5)

12. Démontre à l'aide d'un modèle que ta réponse à la question 11 b) est correcte et explique ton modèle.

13. Encercle l'égalité vraie et explique pourquoi elle est vraie.

(–2) + 8 × (–4) = –24 ou (–2) + 8 × (–4) = –34

14. Laquelle des expressions numériques suivantes a la plus grande valeur? De combien?

(–3) + 6 ÷ [4 – (–2)] ou (–3) + 8 ÷ 4 – (–2)

MATÉRIEL D'APPUI

L'objectif du matériel d'appui est d'aider les élèves à développer les habiletés de base pour traiter des expressions numériques complexes, incluant celles qui comprennent des exposants, et pour ultérieurement effectuer des opérations avec des polynômes et résoudre des équations.

Chaque section du matériel d'appui comprend deux approches : l'approche par question ouverte (tâche unique) et l'approche par fiche de réflexion (tâches multiples). Les deux portent sur les mêmes contenus d'apprentissage; elles représentent des façons différentes d'interagir avec les élèves et de les mobiliser. Vous pouvez choisir une seule approche ou alterner entre les deux, dans l'ordre de votre choix.

Des interventions vous sont proposées pour faciliter l'apprentissage avant, pendant et après l'utilisation de l'approche de votre choix. Elles sont présentées en trois parties comme suit :

- Questions à poser avant de présenter la question ouverte ou la fiche de réflexion;
- Utilisation de la question ouverte ou de la fiche de réflexion;
- Consolidation et objectivation.

Représentation et comparaison de nombres entiers

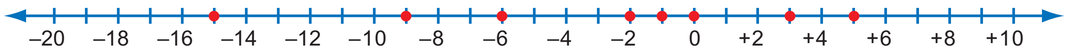
Question ouverte

Questions à poser avant de présenter la question ouverte
◊ *Quels nombres entiers sont situés exactement à trois espaces de 0?* (3 et –3) ◊ *À quelle distance sont-ils l'un de l'autre?* (6 espaces) ◊ *Donne un exemple d'un nombre entier inférieur à –3?* (p. ex., –4) ◊ *Pourquoi est-il inférieur à –3?* (Par exemple, il est situé plus à gauche que –3 sur la droite numérique.) *Pour quelle raison est-il plus à gauche?* (Par exemple, parce que –4 représente un déplacement de 4 espaces à gauche de 0, alors que –3 représente un déplacement de 3 espaces à gauche de 0.)
Utilisation de la question ouverte
Assurez-vous que les élèves comprennent qu'il y a cinq tâches à effectuer : • choisir huit nombres entiers en tenant compte des deux restrictions données; • les situer sur une droite numérique; • les ordonner du plus petit au plus grand; • expliquer la façon de situer deux des nombres entiers négatifs sur la droite numérique; • décrire une autre représentation possible de chacun des deux nombres entiers négatifs. En observant ou en écoutant les élèves, notez si elles et ils : • comprennent comment situer un nombre entier négatif sur une droite numérique; • considèrent toutes les distances possibles entre les nombres entiers négatifs; • comprennent comment ordonner des nombres entiers; • peuvent décrire diverses situations impliquant des nombres entiers négatifs ou diverses façons de les représenter.
Consolidation et objectivation
Exemples de questions à poser : ◊ *Comment avez-vous procédé pour faire en sorte que toutes les distances entre les nombres entiers négatifs soient différentes?* (Par exemple, j'ai d'abord choisi –1 comme premier nombre négatif. J'ai ensuite choisi les autres nombres en me déplaçant vers la gauche sur la droite numérique et en changeant toujours la distance entre les nombres. Enfin, j'ai vérifié la distance entre chacune des paires de nombres négatifs.) ◊ *Comment avez-vous choisi les endroits où vous avez situé les nombres entiers négatifs sur la droite numérique?* (Par exemple, pour chaque nombre, j'ai compté vers la gauche à partir de 0, le nombre d'espaces qui lui correspondent.) ◊ *Pourquoi était-il facile de placer en ordre les nombres entiers une fois qu'ils étaient sur la droite numérique?* (Par exemple, il suffisait alors de les lire de gauche à droite sur la droite numérique et de les écrire dans le même ordre.) ◊ *Quelles sont les autres façons auxquelles vous avez pensé pour représenter les nombres entiers négatifs?* (Par exemple, j'ai pensé à la température et au fait de devoir de l'argent. Je sais qu'il est aussi possible d'utiliser deux couleurs de jetons : l'une pour les nombres entiers négatifs et l'autre pour les positifs.)

Solutions

Exemple

- J'ai choisi les nombres –15, –9, –6, –2, –1, 0, 3 et 5.



- Les distances entre –15 et les nombres négatifs à sa droite sont de 6, 9, 13 et 14 espaces.
- Les distances entre –9 et les nombres négatifs à sa droite sont de 3, 7 et 8 espaces.
- Les distances entre –6 et les nombres négatifs à sa droite sont de 4 et 5 espaces.
- La distance entre –2 et le nombre négatif à sa droite est de 1 espace.
- Par exemple, je savais que je devais situer le nombre –15 à 15 espaces à gauche de 0 et le nombre –1 à 1 espace à gauche de 0.
- Par exemple, je peux représenter le nombre –15 par une température de 15 °C au-dessous de 0 °C. Il fait très froid, mais c'est supportable.
- Par exemple, puisque le nombre –1 correspond à 1 de moins que 0, on peut le représenter par une dette de 1 $.

Fiche de réflexion

Questions à poser avant de présenter la fiche de réflexion

◊ *Quels nombres entiers sont situés exactement à trois espaces de 0?* (3 et –3)
◊ *Donne un exemple d'un nombre entier inférieur à –3?* (p. ex., –4)
◊ *Pourquoi est-il inférieur à –3?* (Par exemple, il est situé plus à gauche que –3 sur la droite numérique.) *Pour quelle raison est-il plus à gauche?* (Par exemple, parce que –4 représente un déplacement de 4 espaces à gauche de 0, alors que –3 représente un déplacement de 3 espaces à gauche de 0.)
◊ *Donne quelques exemples de situations qui font appel à des nombres entiers négatifs?* (Par exemple, pour indiquer la température en hiver, la distance au-dessous du niveau de la mer ou le montant d'une dette.)

Utilisation de la fiche de réflexion

Lisez l'encadré avec les élèves et, s'il y a lieu, répondez à leurs questions.

Indiquez qu'il est possible de remplacer les jetons blancs et les jetons gris, utilisés dans ce module pour représenter respectivement les nombres positifs et négatifs, par des jetons bicolores de leur choix.

Demandez-leur de répondre aux questions qui suivent l'encadré.

En observant ou en écoutant les élèves, notez si elles et ils peuvent :
- situer un nombre entier négatif sur une droite numérique ou reconnaître si un nombre est négatif d'après son emplacement sur la droite;
- situer un nombre entier sur une droite numérique en fonction d'autres entiers;
- ordonner des nombres entiers;
- proposer des situations qui font appel à des nombres entiers négatifs;
- généraliser la relation d'ordre entre les nombres entiers positifs et négatifs.

Consolidation et objectivation

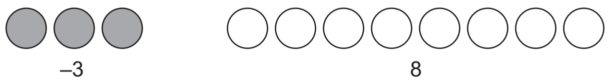
Exemples de questions à poser :
◊ *Comment faites-vous pour situer un nombre entier négatif sur une droite numérique?* (Par exemple, j'effectue un déplacement vers la gauche en partant de 0 d'un nombre d'espaces correspondant au nombre après le signe moins.)
◊ *Une fois que vous êtes à –4 et que vous devez situer le nombre –6, que faites-vous?* (Par exemple, j'effectue un déplacement vers la gauche de deux espaces supplémentaires.)
◊ *Comment avez-vous fait pour trouver les deux nombres entiers opposés qui ont une distance de 16 espaces entre eux sur la droite numérique?* (Par exemple, puisque deux nombres opposés sont situés de chaque côté de 0 sur la droite numérique et à la même distance de 0, j'ai divisé 16 en deux et j'ai pu ainsi déterminer que les nombres étaient 8 et –8.)
◊ *Comment avez-vous ordonné les nombres entiers des questions 7 et 8?* (Par exemple, je sais que les nombres entiers négatifs sont plus petits quand le nombre après le signe moins est plus grand et que les nombres entiers positifs sont plus petits si leur nombre est plus petit. Je sais aussi que tous les nombres négatifs sont plus petits que les nombres positifs.)
◊ *À quel genre de situation avez-vous pensé pour représenter un nombre entier négatif?* (Par exemple, j'ai pensé à la température et au fait de devoir de l'argent.)
◊ *Pourquoi est-ce que les nombres négatifs sont toujours plus petits que les nombres positifs?* (Par exemple, les nombres négatifs sont plus petits que 0 alors que les nombres positifs sont plus grands que 0.)

Solutions

1. **a)**

b)

2. **a)** 3
b) –8
c)



3. **a)** 3 et –7
b) 16 et –8
c) –13 et –3

4. 8 et –8

5. Par exemple, le nombre –7 peut représenter une température de 7 °C au-dessous de 0 °C.

6. Par exemple, il est situé à 0 espace de zéro et son nombre opposé est aussi situé à 0 espace de zéro, ce qui veut dire qu'ils sont au même emplacement.

7. **a)** $<$
b) $>$
c) $<$

8. –10, –6, –2, –1, +2, +8

9. **a)** p. ex., 0 et 1
b) p. ex., –7 et –8
c) p. ex., –1 et –10
d) p. ex., –3 et –2
e) p. ex., –10 et –11

10. **a)** p. ex., –4, –2, –1
b) p. ex., –11, –9, –7
c) p. ex., –10, 10

11. **a)** p. ex., 1, 2, 3, 4
b) p. ex., –11, –10, –9, –8
c) Par exemple, c'est impossible puisque les nombres entiers plus grands que –2 sont –1, 0 et les nombres positifs alors qu'un nombre entier plus petit que –12 est un nombre comme –13, –14, etc.

12. Par exemple, les nombres entiers négatifs sont toujours situés à gauche de 0 sur une droite numérique et les nombres entiers positifs sont toujours situés à droite de 0. Puisque les nombres sont placés en ordre croissant de gauche à droite sur la droite, un nombre entier négatif est donc nécessairement plus petit qu'un nombre entier positif.

Question ouverte

Représentation et comparaison de nombres entiers

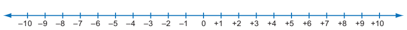
Question ouverte

Les nombres entiers comprennent trois groupes de nombres : les nombres entiers positifs, le nombre zéro et les nombres entiers négatifs.

Nombres entiers positifs : les nombres utilisés pour compter (p. ex., 1, 2, 3, 4, 5, 6…). Ils ont souvent un signe plus (+) placé devant eux lorsqu'ils sont identifiés en tant que nombres entiers (p. ex., +1, +2, +3…).

Nombre zéro : 0

Nombres entiers négatifs : les nombres opposés des nombres entiers positifs (p. ex., –1, –2, –3, –4…). Chaque nombre entier négatif est situé aussi loin de 0 sur la droite numérique que son opposé, mais il est situé à gauche du zéro.



- Choisis huit nombres entiers en tenant compte des deux restrictions suivantes :
  – cinq des nombres doivent être négatifs;
  – toutes les distances entre deux nombres entiers négatifs sur la droite numérique doivent être différentes.
- Situe les nombres choisis sur une droite numérique et vérifie que tu as tenu compte des restrictions.
- Ordonne les nombres choisis du plus petit au plus grand.
- Choisis **deux** des nombres entiers négatifs. Explique comment tu as fait pour les situer sur la droite numérique.
- Explique de quelle autre façon tu pourrais représenter ces deux nombres.

Fiche de réflexion

Représentation et comparaison de nombres entiers *(Suite)*

Fiche de réflexion

Représentation des nombres entiers

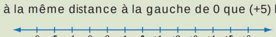
Les nombres entiers comprennent trois groupes de nombres : les nombres entiers positifs, le nombre zéro et les nombres entiers négatifs.

Nombres entiers positifs : les nombres utilisés pour compter (p. ex., 1, 2, 3, 4, 5, 6…). Ils ont souvent un signe plus (+) placé devant eux lorsqu'ils sont identifiés en tant que nombres entiers.

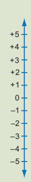
Nombre zéro : 0

Nombres entiers négatifs : les nombres opposés des nombres entiers positifs (p. ex., –1, –2, –3, –4...).

- L'usage le plus connu des nombres entiers négatifs concerne la température. Par exemple –3 degrés signifie 3 degrés au-dessous de 0 degré. Il arrive parfois que les nombres entiers négatifs soient utilisés pour décrire des dettes. Par exemple, si l'on doit 5 $, on peut considérer que l'on a –5 $. Les nombres négatifs sont parfois utilisés dans les statistiques de hockey et le pointage au golf.
- Les nombres entiers négatifs sont situés à gauche de 0 sur la **droite numérique**. Ce sont les opposés des nombres entiers positifs, ce qui signifie qu'ils sont situés aussi loin à gauche de 0 que ces derniers le sont à droite de 0. Ainsi, (–5) est exactement à la même distance à la gauche de 0 que (+5) l'est à sa droite.

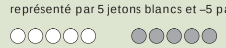


- Les nombres entiers négatifs et positifs peuvent être situés loin de 0. Par exemple, +200 est très loin de 0, tout comme l'est –200. Ils peuvent aussi être près de 0 (p. ex., +1 et –1).
- Il est possible de représenter les nombres entiers sur une droite numérique verticale qui est semblable à un thermomètre plutôt que sur une droite numérique horizontale. Dans ce cas, les nombres entiers positifs sont au-dessus des nombres entiers négatifs.



Représentation et comparaison de nombres entiers *(Suite)*

- Il est aussi possible d'utiliser des **jetons** bicolores pour représenter des nombres entiers, une couleur pour représenter les nombres entiers positifs et une autre pour représenter les nombres entiers négatifs. Par exemple, +5 peut être représenté par 5 jetons blancs et –5 par 5 jetons gris.

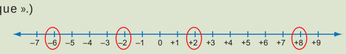


Comparaison de nombres entiers

- Un nombre entier est plus grand qu'un autre nombre entier s'il est placé à sa droite sur une droite **numérique horizontale** ou au-dessus de celui-ci sur une droite numérique verticale.

  Par exemple, +8 > +2 et –2 > –6.

  (Rappel : le signe < signifie « plus petit que » et le signe > signifie « plus grand que ».)

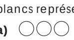


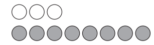
- Il est plus facile de comparer les nombres entiers à l'aide de la droite numérique qu'à l'aide de jetons.

1. a) Trace une droite numérique qui va de –10 à +10, puis situe sur la droite les nombres entiers suivants : +2, –6, –8 et +7.

b) À l'aide d'un X, situe ensuite le nombre opposé de chacun.

2. Quels nombres entiers sont représentés ci-dessous? (N'oublie pas que les jetons blancs représentent les entiers positifs.)

a) 

b) 

c) Représente à l'aide de jetons le nombre opposé de chacun des nombres entiers obtenus en a) et b) et indique quel est ce nombre.

Représentation et comparaison de nombres entiers (*Suite*)

3. Quels deux nombres entiers sont situés :

a) à 5 unités de –2 sur une droite numérique?

b) à 12 unités de +4 sur une droite numérique?

c) à 5 unités de –8 sur une droite numérique?

4. Il y a une distance de 16 espaces entre deux nombres entiers opposés sur une droite numérique. Quels sont ces nombres?

5. Décris une situation que le nombre entier négatif obtenu à la question 3 a) pourrait représenter.

6. Pourquoi le nombre 0 est-il son propre opposé?

7. Remplace les crochets [ ] par le signe > (plus grand que) ou le signe < (plus petit que) afin que les expressions numériques suivantes soient vraies.

a) –2 [ ] +2 **b)** +8 [ ] –12

c) –12 [ ] –8

8. Place les nombres entiers suivants en ordre croissant :

–2, +8, +2, –6, –10, –1

9. Trouve deux nombres entiers :

a) qui se situent entre –4 et 3.

b) qui se situent entre –4 et –10.

c) qui se situent entre –12 et +1.

d) qui sont un peu plus grands que –4.

e) qui sont un peu plus petits que –9.

Représentation et comparaison de nombres entiers (*Suite*)

10. Inscris des nombres entre les parenthèses afin que les valeurs de température soient placées en ordre de la plus froide à la plus chaude.

a) ( )°, –3°, ( )°, ( )°, +1°

b) –12°, ( )°, –10°, ( )°, ( )°, –5°

c) ( )°, –5°, +2°, ( )°

11. Pour chacun des énoncés suivants, choisis quatre nombres entiers qui font en sorte que l'énoncé soit vrai ou explique pourquoi il n'y a aucun nombre possible.

a) Les nombres sont plus grands que –2 et que –8.

b) Les nombres sont plus grands que –12 et plus petits que –2.

c) Les nombres sont plus grands que –2 et plus petits que –12.

12. Pourquoi un nombre entier négatif est-il toujours plus petit qu'un nombre entier positif?

Addition et soustraction de nombres entiers

Question ouverte

Matériel
- jetons bicolores
- droites numériques vierges

Questions à poser avant de présenter la question ouverte

◊ *Comment additionnez-vous –3 et –4?* (Par exemple, j'ajoute 3 jetons gris négatifs à 4 autres jetons gris, ce qui fait 7 jetons gris ou –7.)
◊ *Pourquoi est-il facile de calculer 7 + (–7)?* (Par exemple, ce sont des nombres opposés et la somme de nombres opposés donne 0.)
◊ *Pourquoi savez-vous que la valeur de l'expression –3 + 4 est différente de la valeur de l'expression −4 + 3?* (Par exemple, dans le deuxième cas, on a plus de jetons gris (négatifs) que de jetons blancs (positifs), ce qui fait que la somme est négative alors que dans le premier cas, c'est l'inverse.)
◊ *Est-ce que l'ordre est important quand on soustrait deux nombres?* (Oui car, par exemple, 3 – 4 = –1, mais 4 –3 = 1.)
◊ *Comment pouvez-vous expliquer que –3 – (–4) est égal à 1?* (Par exemple, on cherche à retirer 4 jetons gris (négatifs) d'un ensemble de 3 jetons gris. Comme ce n'est pas possible, on ajoute 1 jeton gris et 1 jeton blanc (ce qui est équivalent à 0) aux 3 jetons gris. Maintenant, si l'on retire 4 jetons gris, il reste 1 jeton blanc (+1).)

Utilisation de la question ouverte

Assurez-vous que les élèves comprennent qu'il faut choisir quatre paires de nombres entiers trois fois : une première fois afin de respecter la règle donnée et deux autres fois pour respecter les deux règles créées. Demandez-leur de justifier leurs réponses.

Mettez à leur disposition des jetons bicolores ainsi que des droites numériques vierges.

En observant ou en écoutant les élèves, notez :
- les modèles utilisés pour additionner des nombres entiers;
- les modèles utilisés pour soustraire des nombres entiers;
- si elles et ils peuvent anticiper les sommes et choisir une paire de nombres entiers dont la somme correspond à une somme donnée;
- si elles et ils constatent que pour avoir une différence négative entre deux entiers négatifs, on doit soustraire le plus grand des deux du plus petit;
- si elles et ils ont assez bien compris les règles de soustraction et d'addition de nombres entiers pour prévoir si la différence ou la somme de deux nombres donnés sera positive ou négative.

Consolidation et objectivation
Exemples de questions à poser : ◊ *Pourquoi avez-vous choisi deux nombres entiers négatifs?* (Par exemple, je voulais que la somme soit négative.) ◊ *Pourquoi est-ce qu'aucun de ces deux nombres ne peut être plus petit que −20?* (Par exemple, si l'un d'entre eux est plus petit que –20, l'autre doit être positif pour que la somme se situe entre –20 et –4, et alors, leur différence n'est pas proche de 0.) ◊ *Pourquoi avez-vous choisi des paires de nombres entiers proches l'un de l'autre?* (Par exemple, je voulais m'assurer que la différence entre les deux nombres était proche de 0.) ◊ *Dans quel ordre avez-vous fait la soustraction? Pourquoi?* (Par exemple, j'ai soustrait le plus grand du plus petit, afin d'avoir une réponse négative.) ◊ *Est-ce qu'une de vos règles aurait pu stipuler que la somme des deux nombres doit être négative et que leur différence doit être positive? Expliquez.* (Oui parce que, par exemple, on aurait alors pu conserver les nombres utilisés pour la règle donnée en s'assurant de soustraire le plus petit du plus grand.) ◊ *Est-ce qu'une de vos règles aurait pu stipuler que la somme de deux nombres doit être positive et que leur différence doit être négative? Expliquez.* (Oui parce que, par exemple, il aurait suffi d'utiliser deux nombres positifs et de soustraire le plus grand du plus petit.)

Solutions

Exemples

1re paire : –9 et –8
–9 + (–8) = –17. La somme se situe entre –4 et –20.
–9 – (–8) = –1. La différence est négative et près de 0.

2e paire : –10 et –7
–10 + (–7) = –17. La somme se situe entre –4 et –20.
–10 – (–7) = –3. La différence est négative et près de 0.

3e paire : –4 et –6
–4 + (–6) = –10. La somme se situe entre –4 et –20.
–6 – (–4) = –2. La différence est négative et près de 0.

4e paire : –3 et –4
–3 + (–4) = –7. La somme se situe entre –4 et –20.
–4 – (–3) = –1. La différence est négative et près de 0.

1re règle : La somme des deux nombres entiers est –8 ou –10 et leur différence se situe entre –5 et 5.
Paires de nombres entiers possibles :

–3 et –5 : –3 + (–5) = –8	et	–3 – (–5) = 2
–4 et –4 : –4 + (–4) = –8	et	–4 – (–4) = 0
–5 et –5 : –5 + (–5) = –10	et	–5 – (–5) = 0
–7 et –3 : –7 + (–3) = –10	et	–7 – (–3) = –4

2e règle : La somme de deux nombres entiers est négative et elle est très inférieure à leur différence.
Paires de nombres entiers possibles :

–3 et –5 : –3 + (–5) = –8	et	–3 – (–5) = 2
–20 et –21 : –20 + (–21) = –41	et	–20 – (–21) = 1
–15 et 1 : –15 + (1) = –14	et	1 – (–15) = 16
–8 et –30 : –8 + (–30) = –38	et	–8 – (–30) = 22

Fiche de réflexion

Matériel
- jetons bicolores
- droites numériques vierges

Questions à poser avant de présenter la fiche de réflexion

◊ *Quel serait un nombre entier facile à additionner à –2?* (Par exemple, 2, puisque je sais que la somme de deux nombres opposés donne 0.)
◊ *Quelle est la valeur de l'expression –2 + (–2)? Pourquoi?* (–4. Par exemple, si l'on a deux jetons gris (négatifs) et que l'on en ajoute deux autres, on a quatre jetons gris en tout.)
◊ *De quelle façon pouvez-vous modéliser 5 – 2 sur une droite numérique?* (Par exemple, on part de 5 sur la droite, puis on effectue un déplacement de 2 espaces vers la gauche.)
◊ *Pourquoi peut-on aussi effectuer un déplacement de 2 à 5?* (Par exemple, on cherche alors le nombre qu'il faut ajouter à 2 pour obtenir 5, ce qui est une autre façon de concevoir une soustraction.)

Utilisation de la fiche de réflexion

Mettez à la disposition des élèves des jetons bicolores ainsi que des droites numériques vierges.

Lisez l'encadré avec les élèves et, s'il y a lieu, répondez à leurs questions.

Demandez-leur de répondre aux questions qui suivent l'encadré.

En observant ou en écoutant les élèves, notez si elles et ils peuvent :
- utiliser une droite numérique et des jetons pour additionner des nombres entiers lorsque certains des nombres sont négatifs;
- utiliser une droite numérique et des jetons pour soustraire des nombres entiers lorsque certains des nombres sont négatifs;
- créer des paires de nombres entiers ayant une somme ou une différence donnée;
- expliquer pourquoi $a - (-b) = a + b$;
- expliquer pourquoi $a - b$ est l'opposé de $b - a$;
- généraliser les règles de soustraction et d'addition de nombres entiers afin d'anticiper le signe correspondant à la somme ou à la différence de deux nombres donnés.

Consolidation et objectivation

Exemples de questions à poser :
◊ *Pourquoi est-ce possible d'obtenir une somme de –4 en additionnant un nombre positif et un nombre négatif ou deux nombres négatifs?* (Par exemple, si l'on additionne –2 et –2, on obtient –4, et si l'on additionne un nombre positif avec un nombre négatif qui est situé plus loin de 0 que le nombre positif, on obtient une somme négative.)
◊ *Comment avez-vous fait pour choisir deux nombres entiers dont la différence est –8?* (Par exemple, j'ai choisi deux nombres entiers qui sont séparés par 8 espaces sur la droite numérique et j'ai soustrait le plus grand du plus petit.)
◊ *Comment pourriez-vous choisir deux nombres entiers dont la somme est –8?* (Par exemple, on peut partager 8 jetons négatifs en deux piles; on peut aussi ajouter des 0 en utilisant des paires de nombres opposés.)
◊ *Qu'avez-vous remarqué à propos des réponses aux questions 6 f) et 6 h)?* (J'ai remarqué qu'elles étaient identiques.)
◊ *Pourquoi sont-elles les mêmes?* (Par exemple, 19 – (–34) = 19 + 34 et 34 – (–19) = 34 + 19; dans les deux cas, la somme est 53.)
◊ *Comment pouvez-vous rapidement déterminer si la valeur de l'expression* a – b *est positive ou négative?* (Par exemple, elle est positive si *a* est plus grand que *b*, et négative dans le cas contraire.)
◊ *Comment pouvez-vous rapidement déterminer si la valeur de l'expression* a + b *est positive ou négative?* (Par exemple, elle est négative si *a* et *b* sont des nombres négatifs ou si la distance entre 0 et le nombre négatif est plus grande que la distance entre 0 et le nombre positif. Dans les cas contraires, la valeur est positive.)

Note : Il est important de ne pas affirmer que la valeur de l'expression –8 + 7 est négative parce que –8 est plus grand que 7, car il n'est l'est pas. Toutefois, il est vrai d'affirmer que la distance entre –8 et 0 est plus grande que la distance entre 7 et 0, tout comme il est vrai de dire que 8 est plus grand que 7.

Solutions

1. **a)** 0 **b)** –1 **c)** –7
d) 1 **e)** –1 **f)** –1

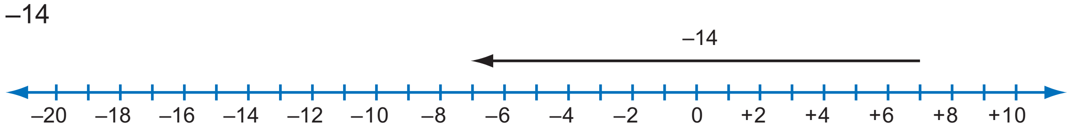
2. Par exemple, j'aurais pu utiliser les nombres –4, –5, –6 et –7.
Je n'aurais pas pu utiliser les nombres 10, 11, 12 et 13.

3. **a)** p. ex., –2 et –2 **b)** p. ex., –10 et 6

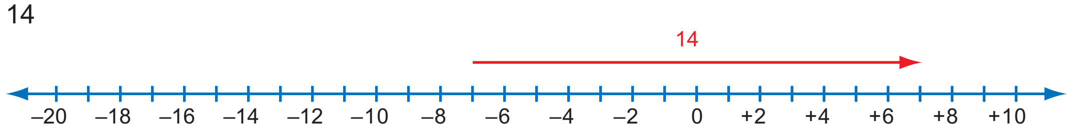
4. Par exemple, en additionnant toutes les paires de nombres opposés, elle a obtenu une série de 0 et elle a pu conclure que la somme est 0.

5. **a)** Toujours vrai. Par exemple, si l'on part à droite de 0 sur une droite numérique et que l'on effectue un déplacement vers la droite, on est toujours à la droite de 0.
b) Toujours vrai. Par exemple, si l'on part à gauche de 0 sur une droite numérique et que l'on effectue un déplacement vers la gauche, on est toujours à la gauche de 0.
c) Parfois vrai. Par exemple, si l'on additionne 6 et –2, la somme est positive, mais si l'on additionne –6 et 2, la somme est négative.

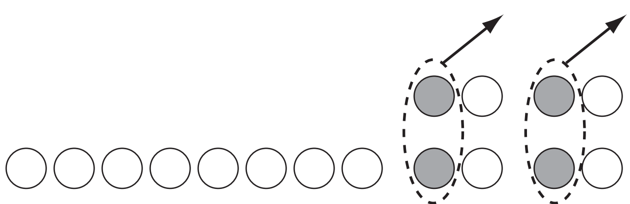
6. **a)** –14



b) 14



c) 12



d) –4 **e)** 12 **f)** 53
g) –15 **h)** 53

7. Par exemple, l'expression 5 – (–4) est représentée par une flèche qui va de –4 à 5 alors que l'expression –4 – 5 est représentée par une flèche qui va de 5 à –4. Les deux flèches représentent un déplacement de la même grandeur mais dans des directions opposées.

8. p. ex., 10 et 18 (10 − 18)

9. Par exemple, je peux représenter le nombre inconnu en utilisant un objet quelconque. Comme je ne peux lui soustraire 7 jetons gris (négatifs), alors j'en ajoute 7 gris et 7 blancs. J'enlève ensuite les 7 jetons gris et je remarque que j'ai maintenant l'objet plus les 7 jetons blancs, ce qui représente [(le nombre inconnu) + (7)].

10. **a)** négative
b) positive
c) Par exemple, le nombre entier négatif que l'on soustrait est plus grand (plus près de 0) que l'autre nombre négatif.
d) Par exemple, le nombre entier positif que l'on soustrait est plus grand (plus loin de 0) que l'autre nombre positif.

Question ouverte

Addition et soustraction de nombres entiers

Question ouverte

La somme des deux nombres entiers doit se situer entre –20 et –4, et leur différence doit être négative et proche de 0.

- Trouve quatre paires possibles de tels nombres entiers.

- Explique pourquoi chacune constitue une paire possible.

- Crée deux nouvelles règles concernant la somme et la différence de deux nombres entiers en t'assurant que pour chaque règle, au moins une des deux opérations donne un nombre négatif.

Pour chaque règle créée, trouve quatre paires de nombres entiers possibles et démontre que chacune respecte la règle.

Fiche de réflexion

Addition et soustraction des nombres entiers *(Suite)*

Fiche de réflexion

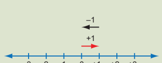
Addition

Lorsque l'on additionne deux nombres entiers, on les combine de la même façon que si l'on additionnait deux nombres naturels.

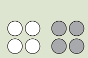
- On doit aussi tenir compte du fait que la somme d'un nombre entier et de son opposé donne 0 (p. ex., –1 + 1 = 0).

  Par exemple, si un garçon a 1 $ (+1) dans son porte-monnaie et qu'il a aussi une dette de 1 $ (–1), c'est comme s'il avait 0 $ (ou qu'il n'avait pas d'argent).

  De même, un déplacement vers la droite de 1 espace sur la droite numérique en partant de 0, suivi d'un déplacement vers la gauche de 1 espace, nous ramène à 0.



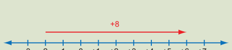
  On peut utiliser des jetons pour modéliser 0 à l'aide d'une quantité égale de jetons gris et de jetons blancs, puisque l'addition d'un jeton blanc et d'un jeton gris donne 0.



0

- Pour additionner deux nombres à l'aide d'une **droite numérique**, on commence à l'endroit sur la droite où se situe le premier nombre. On effectue ensuite un déplacement du nombre d'espaces correspondant au deuxième nombre, vers la droite si ce deuxième nombre est positif et vers la gauche s'il est négatif. Le nombre correspondant au point d'arrivée représente la somme des deux nombres.

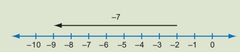
  Par exemple, pour évaluer l'expression –2 + (+8), on commence à –2, puis on effectue un déplacement de 8 espaces vers la droite (puisque 8 est positif) et on arrive à +6.



(–2) + (+8) = (+6)

Addition et soustraction de nombres entiers *(Suite)*

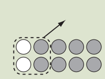
De même, pour évaluer l'expression (–2) + (–7), on commence à –2, puis on effectue un déplacement de 7 espaces vers la gauche (puisque –7 est négatif) et on arrive à –9.



(–2) + (–7) = (–9)

- Si l'on utilise des **jetons** pour représenter l'addition de deux nombres entiers, il suffit de représenter chacun des nombres à l'aide de jetons, puis de les combiner. Il est possible d'ignorer les paires de jetons dont la somme est 0, puisque 0 ne modifie pas le total.

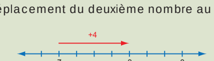
  Par exemple, +2 + (–8) :



+2 + (–8) = –6

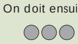
Soustraction

- Pour effectuer la soustraction de deux nombres entiers à l'aide d'une **droite numérique**, il est utile de penser à ce que l'on doit ajouter au deuxième nombre pour obtenir le premier. Par exemple, pour évaluer l'expression –3 – (–7), on peut se demander : « Qu'est-ce que je dois additionner à –7 pour obtenir –3? » La réponse est représentée sur la droite par la distance et la direction du déplacement du deuxième nombre au premier (+4).



–3 – (–7) = +4

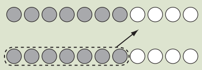
- Si l'on utilise des **jetons** pour représenter la soustraction, il est pratique de penser à ce que l'on doit enlever. Par exemple, pour évaluer l'expression –3 – (–7), on prend 3 jetons gris. On doit ensuite enlever 7 jetons gris.



–3

Addition et soustraction de nombres entiers (*Suite*)

Puisqu'il n'y a pas 7 jetons gris à enlever, on doit ajouter des paires de jetons dont la somme est 0 aux 3 jetons gris déjà présents jusqu'à ce qu'il y ait assez de jetons gris à enlever. La valeur de l'expression est alors représentée par ce qui reste après que les 7 jetons gris ont été enlevés.



–3 – (–7) = +4

- Si les nombres sont éloignés de 0, on peut tenter de visualiser les jetons ou la droite numérique.

  Par exemple, évaluer l'expression (–45) – (+8) équivaut à se demander ce qu'il faut additionner à 8 pour obtenir –45. On peut visualiser un déplacement sur une droite numérique qui commence à 8 et se termine à –45. Puisqu'il s'agit d'un déplacement de 53 espaces vers la gauche, la valeur de l'expression est donc égale à –53.

  On peut aussi visualiser avoir 45 jetons gris desquels on doit enlever 8 jetons blancs. On doit donc ajouter 8 zéros, soit 8 paires de jetons blancs et gris. En enlevant les 8 jetons blancs, il reste 53 jetons gris. Donc, (–45) – (+8) = –53.

  On peut traiter l'expression $a - b$ comme étant $a + (-b)$ ou inversement, traiter l'expression $a + (-b)$ comme étant $a - b$.

1. Modélise et évalue chaque expression.

a) (–7) + (+7)

b) (+3) + (–4)

c) (–3) + (–4)

d) (–3) + (+4)

e) (–8) + (+7)

f) (–20) + (+19)

Addition et soustraction de nombres entiers (*Suite*)

2. Tu additionnes un nombre à –3 et tu obtiens une somme négative. Donne quatre nombres que tu aurais pu utiliser et quatre autres que tu n'aurais pas pu utiliser.

3. On cherche deux nombres entiers dont la somme est –4.

a) Donne deux nombres entiers négatifs possibles.

b) Donne deux nombres entiers possibles s'ils ne peuvent pas être tous deux négatifs.

4. Katie a additionné mentalement tous les nombres entiers de –20 à +20. Explique comment elle a pu faire cela.

5. Indique dans chaque cas si l'énoncé donné est parfois vrai, toujours vrai ou toujours faux. Explique tes réponses.

a) La somme de deux nombres entiers positifs est positive.

b) La somme de deux nombres entiers négatifs est négative.

c) La somme d'un nombre entier positif et d'un nombre entier négatif est positive.

Addition et soustraction de nombres entiers (*Suite*)

6. Évalue chaque expression et modélise au moins trois d'entre elles.

a) (–7) – (+7)

b) (+7) – (–7)

c) 8 – (–4)

d) 4 – 8

e) 4 – (–8)

f) 34 – (–19)

g) 19 – (+34)

h) 19 – (–34)

7. De quelle façon peut-on se servir d'une droite numérique pour montrer que la valeur de l'expression 5 – (–4) est opposée à la valeur de l'expression (– 4) – 5?

8. La différence entre deux nombres entiers est –8. Quels peuvent être ces deux nombres?

9. À l'aide d'un modèle, explique pourquoi un [(nombre) – (–7)] est égal à [(ce nombre) + 7].

10. Complète les énoncés suivants de façon à les rendre vrais.

a) Si l'on soustrait un nombre entier positif d'un nombre entier négatif, la différence est ___________________.

b) Si l'on soustrait un nombre entier négatif d'un nombre entier positif, la différence est ____________________.

c) Si l'on soustrait un nombre entier négatif d'un nombre entier négatif, la différence est négative si ___________________.

d) Si l'on soustrait un nombre entier positif d'un nombre entier positif, la différence est négative si _______________________.

Multiplication et division de nombres entiers

Question ouverte

Matériel
- jetons bicolores
- droites numériques vierges

Questions à poser avant de présenter la question ouverte

◊ *Que veut dire 3 × 2?* (p. ex., 3 groupes de 2) *Que veut dire 3 × (–2)?* (p. ex., 3 groupes de –2)
◊ *Pourquoi est-ce que 5 × 7 = 7 × 5?* (Par exemple, dans une multiplication, il est possible de changer l'ordre des nombres multipliés sans modifier la réponse.)
◊ *Quelle est la valeur de –4 × 3? Pourquoi?* (Par exemple, c'est –12 puisque c'est comme 3 × (–4), c'est-à-dire 3 groupes de –4, soit –12.)
◊ *Comment est-il possible d'utiliser la multiplication pour déterminer la valeur de (–12) ÷ (–3)?* (Par exemple, je détermine ce par quoi il faut multiplier –3 pour obtenir –12.)
◊ *Si vous pensiez à –12 ÷ (–3) comme correspondant au nombre de groupes de –3 compris dans –12, combien de groupes auriez-vous?* (J'en aurais 4.)
◊ *Est-ce que la valeur de –12 ÷ 5 est un nombre entier?* (Non puisque, par exemple, il est impossible de partager 12 jetons gris en 5 groupes égaux de jetons entiers.)
◊ *Est-ce que la valeur de 5 ÷ –10 est un nombre entier?* (Non mais, par exemple, on aurait un nombre entier, si l'expression était –10 ÷ 5.)

Utilisation de la question ouverte

Assurez-vous que les élèves comprennent qu'il faut choisir quatre paires de nombres entiers trois fois : une première fois afin de respecter la règle donnée et deux autres fois pour respecter les deux règles créées. Demandez-leur de justifier leurs réponses.

Mettez à leur disposition des jetons bicolores et des droites numériques vierges.

En observant ou en écoutant les élèves, notez :
- les modèles utilisés pour multiplier des nombres entiers;
- les modèles utilisés pour diviser des nombres entiers;
- si elles et ils peuvent anticiper les produits et choisir une paire de nombres entiers dont le produit correspond à un produit donné;
- si elles et ils emploient de façon efficace leurs connaissances des multiples et des facteurs pour trouver des paires de nombres possibles;
- si elles et ils comprennent que l'un des deux nombres entiers choisis doit être négatif et l'autre positif;
- si elles et ils peuvent généraliser les règles relatives au signe du produit et du quotient de deux nombres entiers.

Consolidation et objectivation

Exemples de questions à poser :
◊ *Pourquoi avez-vous choisi un nombre entier positif et un nombre entier négatif?* (Par exemple, parce que c'est la seule façon d'avoir un produit négatif.)
◊ *J'ai remarqué que vous avez choisi –5 et 15. Aurait-il été aussi possible de choisir 5 et –15?* (Oui parce que, par exemple, j'aurais obtenu le même produit et le même quotient.)
◊ *Est-ce que l'un de vos deux nombres entiers aurait pu être –1?* (Non puisque, par exemple, l'autre nombre devrait alors être 20 ou plus et le quotient des deux nombres serait un nombre entier loin de 0.)
◊ *Est-ce qu'une de vos règles aurait pu stipuler qu'il est nécessaire d'avoir un produit positif et un quotient négatif? Expliquez.* (Non puisque, par exemple, pour obtenir un produit positif, il faudrait utiliser deux nombres positifs ou deux nombres négatifs, et dans ces deux cas, le quotient serait positif et non pas négatif.)

Solutions

Exemples

1re paire : –5 et 10
–5 × 10 = –50. Le produit se situe entre –100 et –20.
10 ÷ –5 = –2. Le quotient est près de 0.

2e paire : –4 et 16
–4 × 16 = –64. Le produit se situe entre –100 et –20.
16 ÷ –4 = –4. Le quotient est près de 0.

3e paire : 6 et –12
–12 × 6 = –72. Le produit se situe entre –100 et –20.
–12 ÷ 6 = –2. Le quotient est près de 0.

4e paire : 5 et –15
5 × –15 = –75. Le produit se situe entre –100 et –20.
–15 ÷ 5 = –3. Le quotient est près de 0.

1re règle : Le quotient de deux nombres entiers est un nombre entier négatif et leur produit est plus grand que –100.
Paires de nombres entiers possibles : –20 et 4, –18 et 3, 21 et –3, 8 et –2

2e règle : Le quotient de deux nombres entiers est au moins 50 de plus que le produit.
Paires de nombres entiers possibles : –20 et 4, 21 et –3, –12 et 6, –14 et 7

Fiche de réflexion

Matériel
- jetons bicolores
- droites numériques vierges

Questions à poser avant de présenter la fiche de réflexion

◊ *Comment pouvez-vous utiliser vos connaissances sur l'addition de nombres entiers pour déterminer la valeur de 3 × (–4)?* (Par exemple, je pourrais additionner –4, –4 et –4 pour obtenir –12.)
◊ *Que remarquez-vous?* (Par exemple, je remarque que c'est équivalent à ajouter un signe négatif à la valeur de 3 × 4.)
◊ *Comment est-il possible d'utiliser la multiplication pour déterminer la valeur de (–12) ÷ (–3)?* (Par exemple, je pourrais trouver ce par quoi il faut multiplier –3 pour obtenir –12.)
◊ *Si vous pensiez à –12 ÷ (–3) comme correspondant au nombre de groupes de –3 compris dans –12, combien de groupes auriez-vous?* (J'en aurais 4.)

Utilisation de la fiche de réflexion

Mettez à la disposition des élèves des jetons bicolores ainsi que des droites numériques vierges.

Lisez l'encadré avec les élèves et, s'il y a lieu, répondez à leurs questions.

Demandez-leur de répondre aux questions qui suivent l'encadré.

En observant ou en écoutant les élèves, notez si elles et ils peuvent :
- utiliser des modèles pour multiplier les nombres entiers et, le cas échéant, lesquels;
- utiliser des modèles pour diviser les nombres entiers et, le cas échéant, lesquels;
- établir des liens entre la division de nombres entiers et la multiplication;
- créer des paires de nombres entiers ayant des produits ou des quotients donnés;
- interpréter les régularités pour expliquer les règles relatives aux signes dans les multiplications et les divisions de nombres entiers;
- généraliser les règles de multiplication et de division de deux nombres entiers de façon à anticiper le signe du produit ou du quotient.

Consolidation et objectivation

Exemples de questions à poser :
◊ *Comment pouvez-vous expliquer que –4 × 9 = –36?* (Par exemple, je sais que la valeur de –4 × 9 est équivalente à la valeur de 9 × –4, alors si l'on représente 9 bonds de –4 sur la droite numérique, en partant de 0, on atteint –36.)
◊ *Comment pouvez-vous expliquer que (–20) ÷ 4 = –5?* (Par exemple, je prends 20 jetons gris et je les répartis en 4 groupes égaux, ce qui fait 5 jetons par groupe.)
◊ *Comment peut-on faire pour trouver deux nombres entiers dont le quotient est –8?* (Par exemple, on peut créer plusieurs groupes de 8 jetons gris (–8) et ensuite diviser la quantité totale de jetons par le nombre de groupes.)
◊ *Comment pouvez-vous déterminer rapidement si la valeur de l'expression* a × b *est positive ou négative?* (Par exemple, la valeur est négative si un nombre est positif et l'autre négatif, sinon elle est positive.)
◊ *Comment pouvez-vous déterminer rapidement si la valeur de l'expression* a ÷ b *est positive ou négative?* (Par exemple, la valeur est négative si un nombre est positif et l'autre négatif, sinon elle est positive.)

Solutions

1. **a)** –49 **b)** –12 **c)** –12
 d) –12 **e)** –56 **f)** –190

2. Par exemple, j'aurais pu utiliser les nombres 1, 2, 3 et 4.
 Je n'aurais pas pu utiliser les nombres –1, –2, –3 et –4.

3. **a)** p. ex., 1 et –36, 4 et –9, –4 et 9, 6 et –6
 b) Le produit de –4 et –9 est positif.

4. **a)** Vrai, puisque la multiplication de deux nombres entiers positifs peut être représentée par l'addition répétée d'un des deux nombres, ce qui doit donner une somme positive.
 b) Faux, le produit de deux nombres entiers négatifs est toujours positif.

5. **a)** –6, –4, –2, 0, 2, 4. Par exemple, je constate que chacun des produits est 2 de plus que le produit qui le précède.
 b) Exemple
 3 × (–6) = (–18)
 2 × (–6) = (–12)
 1 × (–6) = (–6)
 0 × (–6) = 0
 (–1) × (–6) = 6
 (–2) × (–6) = 12
 (–3) × (–6) = 18

6. **a)** Oui.
 b) Puisque 3 × (2) = 6, alors 3 × (–2) = –6, donc (–3) × (–2) = 6.

7. **a)** –7 **b)** –7 **c)** 6
 d) –9 **e)** 11 **f)** 5

8. Par exemple, puisque la division est l'opposé de la multiplication, je cherche donc un nombre qui, multiplié par –6, donne +30. Puisque le produit du nombre recherché avec un nombre négatif donne un nombre positif, ce nombre doit être négatif.

9. p. ex., 80 et –10, –40 et 5, –80 et 10

10. p. ex., 12 et –1, 24 et –2, 36 et –3, –48 et 4

11. **a)** 3, 2, 1, 0, –1, –2. Par exemple, je constate que chacun des quotients est 1 de moins que le quotient qui le précède.
 b) Exemple
 –9 ÷ (–3) = 3
 –6 ÷ (–3) = 2
 –3 ÷ (–3) = 1
 0 ÷ (–3) = 0
 3 ÷ (–3) = –1
 6 ÷ (–3) = –2
 9 ÷ (–3) = –3

12. **a)** négatif
 b) positif
 c) positif
 d) négatif

Question ouverte

Multiplication et division de nombres entiers

Question ouverte

Le produit de deux nombres entiers doit se situer entre –100 et –20, et leur quotient doit être un nombre entier proche de 0.

- Trouve quatre paires possibles de tels nombres entiers. Tu dois faire en sorte que certains des diviseurs soient positifs et que d'autres soient négatifs, et que tous les quotients soient différents.

- Démontre que chaque paire de nombres choisie répond à tous les critères.

- Crée deux nouvelles règles concernant le produit et le quotient de deux nombres entiers (certains résultats doivent être négatifs.)

Pour chaque règle créée, trouve quatre paires de nombres entiers possibles.

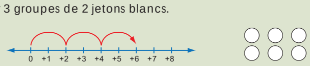
Fiche de réflexion

Multiplication et division de nombres entiers *(Suite)*

Fiche de réflexion

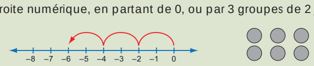
Multiplication

- Vous savez comment multiplier deux nombres entiers positifs. Par exemple, l'expression (+3) × (+2) signifie que l'on a 3 groupes de +2. Elle peut être représentée par 3 bonds de 2 espaces sur une droite numérique, en partant de 0, ou par 3 groupes de 2 jetons blancs.



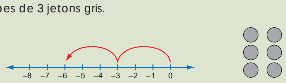
(+3) × (+2) = +6

- De façon similaire, l'expression (+3) × (–2) peut être représentée par 3 bonds de –2 sur une droite numérique, en partant de 0, ou par 3 groupes de 2 jetons gris.



(+3) × (–2) = –6

- Puisque l'ordre dans lequel on multiplie deux nombres n'est pas important, les expressions (–3) × (+2) et (+2) × (–3) sont équivalentes. Elles peuvent être représentées par 2 bonds de (–3) sur une droite numérique, en partant de 0, ou par 2 groupes de 3 jetons gris.



(–3) × (+2) = (–6)

On constate que la valeur de l'expression (+3) × (–2) est la même que la valeur de l'expression (–3) × (+2), et qu'elle est opposée à la valeur de l'expression (+3) × (+2).

- Il est difficile de modéliser l'expression (–3) × (–2), mais il est logique que sa valeur soit opposée à la valeur de l'expression (+3) × (–2) et donne +6. Consultez les questions 5 et 6 pour connaître d'autres raisonnements qui permettent de comprendre pourquoi $(-a) \times (-b) = +ab$.

Remarquez que (–3) × (–2) = (+3) × (+2) et que (–3) × (+2) = (+3) × (–2).

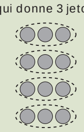
Multiplication et division de nombres entiers *(Suite)*

Division

- Vous savez déjà comment diviser deux nombres entiers positifs. Par exemple, (+12) ÷ (+4) = (+3), puisque la division est l'opposé de la multiplication et que (+3) × (+4) = (+12).

- De façon similaire, (–12) ÷ (+4) = (–3) puisque (+4) × (–3) = –12.

  On peut modéliser cette opération en imaginant que l'on divise 12 jetons gris en 4 groupes égaux, ce qui donne 3 jetons gris (–3) par groupe.



(–12) ÷ (+4) = –3

- De même, (–12) ÷ (–4) = (+3) puisque (–4) × (+3) = (–12).

  On peut modéliser cette opération en pensant à : « Combien de groupes de 4 jetons gris y a-t-il dans un total de 12 jetons gris? » Puisque la réponse est 3 groupes, alors (–12) ÷ (–4) = +3.

- Il est difficile de modéliser l'expression (+12) ÷ (–4), mais il est logique que sa valeur soit opposée à la valeur de l'expression (–12) ÷ (–4) et donne –3. De plus on constate que (–4) × (–3) = +12. Consultez la question 11 afin de connaître d'autres raisonnements qui montrent pourquoi $(+a) \div (-b) = -(a \div b)$.

Remarquez que (12) ÷ (3) = (–12) ÷ (–3) et que (–12) ÷ (+3) = (+12) ÷ (–3).

1. Modélise et évalue chaque expression.

a) (–7) × (+7)

b) (+3) × (–4)

c) (–3) × (+4)

d) (–6) × (+2)

e) (–8) × (+7)

f) (–10) × (+19)

Multiplication et division de nombres entiers (*Suite*)

2. Tu multiplies un nombre par (–3) et tu obtiens un produit négatif. Donne quatre nombres que tu aurais pu utiliser et quatre autres que tu n'aurais pas pu utiliser.

3. On cherche deux nombres entiers dont le produit est (–36).

a) Donne quatre paires de nombres entiers possibles.

b) Explique pourquoi –4 et –9 ne constituent pas une paire possible.

4. Indique dans chaque cas si l'énoncé donné est vrai ou faux. Explique tes réponses.

a) Le produit de deux nombres entiers positifs est toujours positif.

b) Le produit de deux nombres entiers négatifs est toujours négatif.

5. a) Évalue chacune des expressions suivantes. Quelle régularité observes-tu?

3 × (–2) =

2 × (–2) =

1 × (–2) =

0 × (–2) =

(–1) × (–2) =

(–2) × (–2) =

b) Crée une suite d'opérations qui permet de démontrer que (–3) × (–6) = (+18).

Multiplication et division des nombres entiers (*Suite*)

6. Karan affirme que puisque la valeur de 3 × 4 est opposée à la valeur de –3 × 4, alors la valeur de –3 × (–2) doit être opposée à la valeur de 3 × (–2).

a) Es-tu d'accord avec Karan?

b) Comment cette affirmation peut-elle aider Karan à évaluer l'expression (–3) × (–2)?

7. Modélise et évalue chaque expression.

a) (–49) ÷ 7

b) 49 ÷ (–7)

c) 36 ÷ (6)

d) (–81) ÷ 9

e) (–22) ÷ (–2)

f) (–40) ÷ (–8)

8. Pourquoi peut-on affirmer que la valeur de l'expression 30 ÷ (–6) est nécessairement négative?

9. Trouve trois paires de nombres entiers dont le quotient est égal à la valeur de l'expression 40 ÷ (–5).

Multiplication et division de nombres entiers (*Suite*)

10. On cherche deux nombres entiers dont le quotient est (–12). Donne quatre paires de nombres entiers possibles.

11. a) Évalue chacune des expressions suivantes. Quelle régularité observes-tu?

(–12) ÷ (–4) =

(–8) ÷ (–4) =

(–4) ÷ (–4) =

0 ÷ (–4) =

4 ÷ (–4) =

8 ÷ (–4) =

b) Crée une suite d'opérations qui permet de démontrer que (+9) ÷ (–3) = –3?

12. Complète chacun des énoncés suivants de façon à les rendre vrais.

a) Si l'on divise un nombre entier positif par un nombre entier négatif, le quotient est _______.

b) Si l'on divise un nombre entier positif par un nombre entier positif, le quotient est _______.

c) Si l'on divise un nombre entier négatif par un nombre entier négatif, le quotient est _______.

d) Si l'on divise un nombre entier négatif par un nombre entier positif, le quotient est _______.

Priorité des opérations

Question ouverte

Matériel
- jetons bicolores
- droites numériques vierges (facultatif)

Questions à poser avant de présenter la question ouverte

◊ *Si vous additionnez 4 et 8 et que vous multipliez la réponse par 3, quel sera le résultat?* (36)
◊ *Pourquoi l'expression numérique (4 + 8 × 3) ne représente-t-elle pas cette situation?* (Par exemple, c'est différent parce que, dans ce cas, il faut multiplier 8 par 3 avant d'additionner 4 au produit, ce qui donne un résultat différent de 36.)
◊ *Que savez-vous par rapport à la priorité des opérations avec des nombres naturels?* (Par exemple, je sais que je dois effectuer les opérations entre parenthèses d'abord, puis effectuer les multiplications et les divisions, et enfin effectuer les additions et les soustractions.)

Utilisation de la question ouverte

Incitez les élèves à utiliser des nombres différents et des opérations différentes dans leurs quatre expressions numériques.

En observant ou en écoutant les élèves, notez si elles et ils :
- peuvent additionner, soustraire, multiplier et diviser correctement des nombres entiers;
- respectent la priorité des opérations;
- peuvent reconnaître les situations qui ne font pas appel à la priorité des opérations;
- font preuve de flexibilité lors de la création des expressions numériques.

Consolidation et objectivation

Exemples de questions à poser :
◊ *Quelle stratégie avez-vous utilisée pour choisir les opérations et faire en sorte que la valeur des expressions soit –5?* (Par exemple, puisque mon dernier nombre choisi était (–2) et que 10 ÷ (–2) = –5, j'ai cherché à obtenir 10 avec les quatre premiers nombres choisis.)
◊ *Était-il nécessaire de faire appel à la priorité des opérations dans tous les cas?* (Oui parce que, par exemple, toutes mes expressions contenaient des parenthèses.)
◊ *Aurait-il été possible de créer une expression dont la valeur est –5 et qui ne fait pas appel à la priorité des opérations?* (Oui puisque, par exemple, pour déterminer la valeur de l'expression –5 × 5 ÷ 1 + 30 – 10, il suffit de faire les opérations en ordre de gauche à droite.)

Solutions

Exemples :

- [4 – (–2) + (–8 ÷ –2)] ÷ (–2)
- [4 × 5 ÷ 2 – (–5)] ÷ (–3)
- –3 + (–2) × (10 – 9 × 1)
- –8 – (–6 + 3 × 4 ÷ 4)

Fiche de réflexion

Matériel
- jetons bicolores (facultatif)
- droites numériques vierges (facultatif)

Questions à poser avant de présenter la fiche de réflexion

◊ *Si vous additionnez 4 et 8 et que vous multipliez la réponse par 3, quel sera le résultat?* (36)
◊ *Pourquoi l'expression numérique (4 + 8 × 3) ne représente-t-elle pas cette situation?* (Par exemple, c'est différent parce que, dans ce cas, il faut multiplier 8 par 3 avant d'additionner 4 au produit, ce qui donne un résultat différent de 36.)
◊ *Que savez-vous par rapport à la priorité des opérations avec des nombres naturels?* (Par exemple, je sais que je dois effectuer les opérations entre parenthèses d'abord, puis effectuer les multiplications et les divisions, et enfin effectuer les additions et les soustractions.)

Utilisation de la fiche de réflexion

Lisez l'encadré avec les élèves et, s'il y a lieu, répondez à leurs questions.

Demandez-leur de répondre aux questions qui suivent l'encadré.

En observant et en écoutant les élèves, remarquez si elles et ils :
- peuvent additionner, soustraire, multiplier et diviser correctement des nombres entiers;
- respectent la priorité des opérations;
- peuvent reconnaître les situations qui ne font pas appel à la priorité des opérations;
- peuvent modifier des expressions numériques afin d'obtenir une valeur donnée;
- font preuve de flexibilité lors de la création d'expressions numériques qui correspondent à une valeur donnée.

Consolidation et objectivation

Exemples de questions à poser :
◊ *Était-il nécessaire de faire appel à la priorité des opérations pour toutes les expressions données à la question 1?* (Oui puisque, par exemple, il fallait faire les opérations entre les crochets ou entre les parenthèses en premier et ensuite les multiplications et les divisions.)
◊ *Comment avez-vous résolu la question 4 b)?* (Par exemple, j'ai noté que si j'additionne 72 à 5, j'obtiens 77 et j'ai donc commencé par faire les opérations nécessaires pour obtenir 72. Puisque –12 ÷ (–2) donne 6, j'ai essayé de multiplier ce dernier par 12. C'est possible si je mets des parenthèses comme suit : (8 – 4) × 3.)
◊ *Quelle expression avez-vous créée à la question 5?* (Par exemple, j'ai créé l'expression –5 × 5 ÷ 1 + 20; elle donne le bon résultat si l'on effectue les opérations de gauche à droite.)
◊ *Quelle stratégie avez-vous utilisée à la question 6 pour créer des expressions numériques dont la valeur est –2?* (Par exemple, j'ai d'abord pensé que je pouvais obtenir –2 en divisant –12 par 6. J'ai ensuite trouvé d'autres opérations pour obtenir –12 (p. ex., −7 − 5) et 6 (p. ex., 2 × 3).)

Solutions

1. **a)** 7
   b) 21
   c) 25
   d) –60
   e) 26
   f) –1

2. Par exemple, puisque les parenthèses sont à des places différentes, l'ordre dans lequel on effectue les opérations n'est pas le même.

3. p. ex., $0 \div (-4) \times 2 + (-6) = -6$, mais $0 + (-6) \times 2 \div (-4) = 3$

4. **a)** $-12 \div (-2) \times 8 - [4 \times 3 + 5]$
   b) $-12 \div (-2) \times [8 - 4] \times 3 + 5$

5. **a)** p. ex., $5 \times 8 \div (-2) \div 4 - 3$
   b) Les opérations sont placées de gauche à droite de façon à respecter la priorité des opérations.

6. p. ex., $(-7 - 5) \div (2 \times 3)$ et $[4 - 8 \div (-2)] \div (-4)$

Question ouverte

Priorité des opérations

Question ouverte

- Inscris un nombre entier dans chacune des cases ci-dessous. Chaque nombre doit se situer dans l'intervalle de –10 à +10 et certains nombres doivent être négatifs.
- Relie les nombres dans les cases à l'aide d'opérations de façon que la valeur de l'expression numérique ainsi créée soit égale à (–5). Tu dois utiliser au moins trois opérations différentes et tu dois respecter la priorité des opérations. Tu peux, au besoin, utiliser des parenthèses.
- Répète l'exercice trois fois en utilisant au moins quelques nombres entiers différents.

Fiche de réflexion

Priorité des opérations *(Suite)*

Fiche de réflexion

Lorsqu'une expression numérique contient différentes opérations, elle peut être interprétée de diverses manières. Prenons par exemple l'expression (–2) – (–8) × (+2).

Si l'on soustrait d'abord –8 de –2, et que l'on multiplie le résultat (+6) par +2, la réponse est +12. Toutefois, si l'on commence par multiplier –8 et +2 et que l'on soustraie le résultat (–16) de –2, la réponse est +14.

Afin d'uniformiser l'interprétation d'une expression numérique, la convention suivante, appelée la **priorité des opérations**, a été établie.

Étape 1 : Parenthèses ou crochets

Si des opérations sont entre parenthèses ou entre crochets, on effectue celles-ci en priorité. Par exemple, pour évaluer l'expression (–2) × [+3 – (–4)], on commence par soustraire –4 de +3. S'il y a des parenthèses à l'intérieur de crochets comme dans l'expression [–2 + (–3 × 4)] ÷ 7, on effectue d'abord les opérations entre parenthèses, puis celles entre les crochets.

Note : Lorsqu'il est question de parenthèses par rapport à la priorité des opérations, il ne s'agit pas des parenthèses utilisées pour encadrer les nombres entiers négatifs et positifs; il s'agit plutôt des parenthèses qui encadrent une opération arithmétique quelconque.

Étape 2 : Exposants

On évalue en deuxième lieu les termes contenant un exposant s'il y en a. Par exemple, pour évaluer l'expression $(–5) + 2^3$, on évalue d'abord 2^3 puis on additionne le résultat à (–5).

Étape 3 : Divisions et multiplications

On effectue ensuite les opérations de division et de multiplication selon l'ordre dans lequel elles paraissent de gauche à droite dans l'expression numérique. Par exemple, pour évaluer l'expression (–12) × (–3) + (–12) ÷ (–2), on commence par calculer (–12) × (–3) et (–12) ÷ (–2), puis on additionne les deux résultats.

Étape 4 : Additions et soustractions

On effectue en dernier lieu les opérations d'addition et de soustraction selon l'ordre dans lequel elles paraissent de gauche à droite dans l'expression numérique. Par exemple, pour évaluer l'expression (–12) – (+3) + (–4), on effectue d'abord la soustraction, puis l'addition.

Priorité des opérations *(Suite)*

Ainsi, pour évaluer l'expression $(–15) \div (+3) – (3^2 \times 4)$, on doit procéder dans l'ordre suivant :

- évaluer 3^2 : l'expression devient alors (–15) ÷ (+3) – (9 × 4)
- multiplier 9 et 4 : l'expression devient alors (–15) ÷ (+3) – (36)
- diviser –15 par +3 : l'expression devient alors (–5) – (36)
- soustraire 36 de –5 : ce qui nous donne un résultat de –41.

On résume parfois la **priorité des opérations** à l'aide du sigle **PEDMAS** :

P désigne les parenthèses (ou les crochets).

E désigne les exposants.

D et M désignent la division et la multiplication.

A et S désignent l'addition et la soustraction.

1. Évalue chacune des expressions suivantes en respectant la priorité des opérations.

a) (+12) + (–4) – (+3) × (–2) ÷ (–6)

b) (–3) × (–4) + (–12) ÷ (–3) – (–5)

c) 9 – (–8) × 3 + 24 ÷ (–3)

d) 50 ÷ [–2 + (–3)] × [4 – (–2)]

e) [–6 + (–3) – (–4 + 8)] × 4 ÷ (–2)

f) –6 + (–3) – (–4 + 8) × 4 ÷ (–2)

2. Pourquoi les réponses aux questions 1 e) et 1 f) sont-elles différentes alors qu'elles contiennent les mêmes nombres et les mêmes opérations?

Priorité des opérations (*Suite*)

3. Démontre qu'en partant de 0, puis en effectuant les trois opérations ci-dessous dans des ordres différents, on obtient des résultats différents.

Diviser par –4	Multiplier par 2	Additionner –6

4. **a)** Insère des parenthèses dans l'expression suivante afin qu'elle corresponde à un résultat de 31.

$-12 \div (-2) \times 8 - 4 \times 3 + 5$

b) Insère des parenthèses dans l'expression suivante afin qu'elle corresponde à un résultat de 77.

$-12 \div (-2) \times 8 - 4 \times 3 + 5$

5. **a)** Crée une expression numérique avec des nombres entiers qui contient au moins une division et une soustraction, et qui donnerait le même résultat en l'évaluant de gauche à droite qu'en respectant la priorité des opérations.

b) Explique pourquoi la priorité des opérations n'a pas d'importance dans ce cas.

6. Crée deux expressions numériques comprenant des opérations avec des nombres entiers qui font qu'il est nécessaire de connaître la priorité des opérations pour obtenir un résultat de –2.