RÉDUCTION DES ÉCARTS DE RENDEMENT

9e année

Module 6 : Expressions algébriques et équations

Guide pédagogique

Module 6

Expressions algébriques et équations

CONTENUS D'APPRENTISSAGE

Exemples de contenus d'apprentissage qui font appel aux expressions algébriques et aux équations

MPM1D

Numération et algèbre

- simplifier, à l'aide ou non d'outils technologiques, des expressions numériques.
- évaluer, à l'aide de la calculatrice et sans celle-ci, des puissances et des expressions ayant pour exposant un entier positif.
- additionner et soustraire des polynômes.
- multiplier un polynôme par un monôme.
- développer et réduire des expressions algébriques.
- utiliser une expression algébrique pour modéliser une situation.
- attribuer des valeurs numériques à des variables dans une formule et résoudre l'équation qui en résulte.

Relations

- exprimer une relation au moyen d'une table de valeurs, d'un graphique et d'une équation.
- déterminer la valeur d'une des deux variables qui correspond à une valeur particulière de l'autre variable dans chacune des représentations.

Géométrie analytique

- déterminer les coordonnées à l'origine d'une droite d'après son graphique dans le plan cartésien et d'après son équation.

MFM1P

Numération et algèbre

- simplifier, à l'aide ou non d'outils technologiques, des expressions numériques.
- additionner et soustraire des polynômes.
- multiplier un polynôme par un monôme.
- développer et réduire des expressions algébriques à une seule variable et de degré inférieur à 4.
- utiliser des variables afin d'exprimer une idée.
- attribuer des valeurs numériques à des variables dans une formule et résoudre l'équation qui en résulte.

Relations

- exprimer une relation par une table de valeurs, un graphique et une équation.
- déterminer la valeur d'une des deux variables qui correspond à une valeur particulière de l'autre variable dans chacune des représentations.

ÉVALUATION DIAGNOSTIQUE

Remettre aux élèves une copie de l'évaluation diagnostique (voir Guide de l'élève) et leur accorder suffisamment de temps pour répondre aux questions. Si des élèves ont de la difficulté à comprendre le sens d'une question, n'hésitez pas à leur expliquer.

Matériel
- carreaux algébriques (facultatif)

Corriger les évaluations et planifier les interventions pédagogiques en fonction de l'analyse des résultats obtenus.

Ce guide contient du matériel d'appui relatif :
- à la formulation d'expressions algébriques et d'équations;
- aux expressions algébriques équivalentes;
- à l'évaluation d'expressions algébriques;
- à la représentation de relations à l'aide d'expressions algébriques et d'équations.

Il n'est pas nécessaire d'utiliser tout ce matériel. Le tableau suivant propose une façon de choisir le matériel d'appui en fonction des difficultés observées lors de l'analyse des résultats.

Résultats	Matériel d'appui suggéré
Les élèves éprouvent des difficultés avec les questions 1 à 3.	Utiliser la section « Formulation d'expressions algébriques et d'équations ».
Les élèves éprouvent des difficultés avec les questions 4 à 6.	Utiliser la section « Expressions algébriques équivalentes ».
Les élèves éprouvent des difficultés avec les questions 7 à 9.	Utiliser la section « Évaluation d'expressions algébriques ».
Les élèves éprouvent des difficultés avec les questions 10 à 12.	Utiliser la section « Représentation de relations à l'aide d'expressions algébriques et d'équations ».

Note : Des élèves peuvent éprouver des difficultés à utiliser des expressions algébriques et des équations, notamment parce qu'elles et ils :
- s'attachent trop aux mots clés d'un énoncé lorsque vient le temps de le représenter à l'aide d'une expression algébrique ou d'une équation;
- ont une mauvaise compréhension de la fonction d'une variable;
- oublient certaines conventions, par exemple, que l'expression $2b$ signifie deux fois b;
- ne comprennent pas qu'il existe de nombreuses manières de décrire une expression algébrique;
- ne comprennent pas qu'une équation représente parfois une situation qui n'est vraie que pour une seule valeur (p. ex., $n + 4 = 9$ n'est vraie que pour $n = 5$), qu'elle représente parfois une « identité » qui est toujours vraie, quelle que soit la valeur de la variable [p. ex., $2n – 5 = (n – 4) + (n – 1)$], et qu'elle représente parfois une relation entre deux quantités (p. ex., $m = n + 1$);
- ne maîtrisent pas les opérations impliquant des nombres entiers, ce qui rend difficile la simplification d'expressions algébriques;
- ne connaissent pas les règles de substitution (p. ex., ne pas savoir qu'il faut substituer la même valeur à toutes les occurrences d'une même variable ou qu'il est possible de substituer des valeurs identiques ou différentes à différentes variables);
- ne respectent pas la priorité des opérations après une substitution;
- ne comprennent pas que des expressions algébriques non équivalentes peuvent avoir la même valeur lorsque des valeurs particulières sont substituées aux variables;
- n'associent pas une expression algébrique à une règle qui définit une relation mathématique entre deux quantités.

Solutions

1. **b)** Par exemple, soustraire un nombre (j) de 8 ou la différence entre 8 et un nombre (j).
c) Par exemple, multiplier un nombre (j) par 4 et additionner 8.
d) Par exemple, soustraire de 20 le double d'un nombre (j), pour obtenir un résultat égal à 10.

2. **a)** p. ex., $3n + 2$
b) p. ex., $30 – 4n$
c) p. ex., $2m + 3 = 85$
d) p. ex., $2n – 4 = m$

3. **a)** p. ex., $4c$
b) p. ex., $2b + 2h$
c) p. ex., $5b + 2p$

4. Par exemple, additionner ($–3a$) revient à retirer ($3a$). Si l'on retire $3a$ de $4a$, il reste $1a$.
Note : Vérifier l'équation en substituant une seule valeur à a ne constitue pas une explication suffisante.

5. Par exemple, si l'on a 5 objets quelconques et que l'on cherche à retirer 1 autre objet, il nous reste toujours les 5 objets originaux. Une expression équivalente à $4a$, serait $5a –1a$.

6. **a)** $7a + 12$
b) $a – 15$
c) $9t – 8s + 5$

7. **a)** 29
b) 26
c) 21
d) 48

8. p. ex., $3t + 26$ et $5t^2$

9. **a)** Par exemple, $3m – 20$ a $1m$ de plus que $2m – 20$. Si m est positif, la valeur de $3m – 20$ est donc supérieure de $1m$ à la valeur de $2m – 20$.
b) Par exemple, si t est négatif, alors la valeur de $2t$ est supérieure à la valeur de $3t$. Si l'on soustrait chacune de ces valeurs de 40, on obtient le plus grand résultat lorsque la valeur qui est soustraite de 40 est la plus petite ($40 − 3t$).

10. **a)** $2f + 1$
b) $3f + 2$

11. **a)** $3n$
b) $5n + 2$
c) $52 – 2n$

12. Par exemple, l'expression algébrique $4n + 4$ représente la relation entre un terme de la suite et son rang (n). Donc, se demander pour quelle valeur de n l'expression $4n + 4$ est égale à 120 constitue une façon de déterminer le rang du terme 120 dans la suite.

Évaluation diagnostique

1. Décris ce que chaque expression algébrique ou équation représente par rapport à la variable « *j* ». Une description possible de la première expression est donnée à titre d'exemple.

a) $2j$ <u>*Doubler le nombre que représente j.*</u>

b) $8 - j$ ______________________________

c) $4j + 8$ ______________________________

d) $20 - 2j = 10$ ______________________________

2. Représente chaque énoncé suivant à l'aide d'une expression algébrique ou d'une équation.

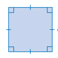
a) On triple un nombre et on ajoute 2. ________________

b) On multiplie un nombre par 4, puis on soustrait le produit de 30. ____________

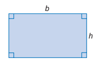
c) Trois de plus que le double d'un nombre est égal à 85. ________________

d) Un nombre est égal à quatre de moins que le double d'un autre nombre. ________________

3. Représente chaque énoncé suivant à l'aide d'une expression algébrique.



a) le périmètre du carré ____________________



b) le périmètre du rectangle ____________________

billets (*b*) pièces de deux dollars (*p*)

c) le montant total d'argent ____________________

4. Explique pourquoi $4a + (-3a) = a$.

5. Explique pourquoi les expressions algébriques $5a - 1$ et $4a$ ne sont pas équivalentes.

Évaluation diagnostique (*Suite*)

6. Simplifie les expressions algébriques suivantes.

a) $2a + 4 + 5a + 8$ ________________

b) $-2a + (-7) + 3a - 8$ ________________

c) $9t + (-5) + (-8s) + 10$ ________________

7. Évalue les expressions algébriques suivantes.

a) $4k - 3$, si $k = 8$

b) $20 - 3k$, si $k = -2$

c) $6 + m + 2m^2$, si $m = -3$

d) $3a^2$, si $a = 4$

8. Crée deux expressions algébriques comportant la variable *t* qui ont une valeur de 20 lorsque $t = -2$.

9. Sans substituer de valeurs, dis pourquoi chacune des inéquations suivantes doit être vraie.

a) $3m - 20 > 2m - 20$, si *m* est positif.

b) $40 - 3t > 40 - 2t$, si *t* est négatif.

10. Pour chacune des suites de figures, crée une expression algébrique qui représente la relation entre le numéro (*f*) d'une figure et le nombre de carrés qui la composent.

a)

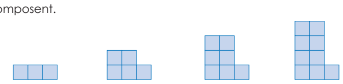


Figure 1 Figure 2 Figure 3 Figure 4

Évaluation diagnostique (*Suite*)

b)

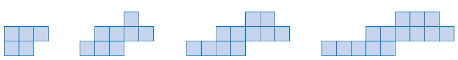


Figure 1 Figure 2 Figure 3 Figure 4

11. Pour chacune des suites numériques, crée une expression algébrique qui représente la relation entre un terme de la suite et son rang (*n*).

a) 3, 6, 9, 12, …

b) 7, 12, 17, 22, 27, …

c) 50, 48, 46, 44, …

12. Comment l'équation $4n + 4 = 120$ t'aide-t-elle à déterminer le rang du terme 120 dans la suite 8, 12, 16, 20, …?

MATÉRIEL D'APPUI

L'objectif du matériel d'appui est d'aider les élèves à développer les habiletés de base pour traiter les polynômes et mettre en relation des expressions algébriques et des équations avec des fonctions affines puis ultérieurement, avec d'autres types de fonctions.

Chaque section du matériel d'appui comprend deux approches : l'approche par question ouverte (tâche unique) et l'approche par fiche de réflexion (tâches multiples). Les deux portent sur les mêmes contenus d'apprentissage; elles représentent des façons différentes d'interagir avec les élèves et de les mobiliser. Vous pouvez choisir une seule approche ou alterner entre les deux, dans l'ordre de votre choix.

Des interventions vous sont proposées pour faciliter l'apprentissage avant, pendant et après l'utilisation de l'approche de votre choix. Elles sont présentées en trois parties comme suit :

- Questions à poser avant de présenter la question ouverte ou la fiche de réflexion;
- Utilisation de la question ouverte ou de la fiche de réflexion;
- Consolidation et objectivation.

Formulation d'expressions algébriques et d'équations

Question ouverte

<table>
<tr><th>Questions à poser avant de présenter la question ouverte</th></tr>
<tr><td>◊ Décrivez une situation concrète qui pourrait correspondre à l'expression 3t?
(Par exemple, 3t représente le nombre total de côtés dans t triangles.)
◊ Pourquoi pourriez-vous utiliser l'expression 4c pour représenter le périmètre d'un carré? (Par exemple, si le carré a un côté appelé c, son périmètre correspond à 4 fois la mesure de ce côté c.)
◊ Pourquoi pourriez-vous utiliser l'équation 25v + 5c = 400 pour représenter la relation entre le nombre de pièces de 25 ¢ et de 5 ¢ qu'il faut pour constituer une somme de 4 $? (Par exemple, 4 $ valent 400 cents. En multipliant le nombre c de 5 ¢ par 5 et le nombre v de 25 ¢ par 25, puis en additionnant les produits, on obtient le total de 400 cents.)</td></tr>
<tr><th>Utilisation de la question ouverte</th></tr>
<tr><td>Assurez-vous que les élèves comprennent qu'elles et ils doivent décrire trois situations concrètes pouvant correspondre à chacune des expressions algébriques et à chacune des équations choisies.

En observant ou en écoutant les élèves, notez si elles et ils peuvent :
• décrire avec la même facilité des situations concrètes qui font appel à l'addition ou à la soustraction;
• tenir compte des coefficients et des termes constants dans leurs descriptions des situations;
• proposer des situations qui sont vraisemblables.</td></tr>
<tr><th>Consolidation et objectivation</th></tr>
<tr><td>Exemples de questions à poser :
◊ Quel est le point commun entre toutes les situations que vous avez proposées pour l'expression 5p? (Par exemple, toutes les situations impliquent des groupes de 5.)
◊ Quel est le point commun entre toutes les situations que vous avez proposées pour l'équation 32 + 2d = 80? (Par exemple, il est toujours question d'un ensemble de 80 choses quelconques, qui sont réparties en 1 groupe de 32 et, soit un certain nombre de groupes de 2, soit 2 groupes égaux.)
◊ Pour quels genres de situations faut-il utiliser la soustraction? (Par exemple, pour les situations qui nécessitent de retirer quelque chose ou de comparer deux choses.)</td></tr>
</table>

Solutions

Exemples

$5p$

- Le montant d'argent gagné pour *p* heures de travail à 5 $ l'heure.
- Le nombre de doigts sur *p* mains.
- Le nombre de personnes assises autour de *p* tables, s'il y a 5 personnes par table.

$2\,000 - 30t$

- La somme d'argent qu'il reste après *t* semaines, si l'on a 2 000 $ au départ et que l'on dépense 30 $ par semaine.
- La hauteur d'une balle par rapport au sol après *t* secondes, si elle tombe de 2 000 m de hauteur à une vitesse de 30 m par seconde.
- Le nombre de pages qu'il me reste à lire au bout de *t* jours, si mon livre a 2 000 pages et que je lis 30 pages par jour.

$6h = 120$

- 120 personnes sont assises autour de h tables de 6 personnes chacune.
- Une boîte contient 120 œufs disposés en h rangées de 6 œufs chacune.
- Avec h sacs contenant chacun 6 pains à hamburger, on a en tout 120 pains.

$2a + 2b = 600$

- Un rectangle de longueur a cm et de largeur b cm a un périmètre de 600 cm.
- Dans une salle où se retrouvent a garçons et b filles, on dénombre 600 jambes au total.
- Au bureau des objets trouvés, on compte a paires de mitaines et b paires de bottes pour un total de 600 mitaines et bottes.

Fiche de réflexion

Questions à poser avant de présenter la fiche de réflexion

◊ *Décrivez une situation concrète qui pourrait correspondre à l'expression 3*t*?* (Par exemple, 3*t* représente le nombre total de côtés dans *t* triangles.)
◊ *Pourquoi pourriez-vous utiliser l'expression 4*c *pour représenter le périmètre d'un carré?* (Par exemple, si le carré a un côté appelé *c*, son périmètre correspond à 4 fois la mesure de ce côté *c*.)
◊ *Pourquoi pourriez-vous utiliser l'équation 25*v *+ 5*c *= 400 pour représenter la relation entre le nombre de pièces de 25 ¢ et de 5 ¢ qu'il faut pour constituer une somme de 4 $?* (Par exemple, 4 $ valent 400 cents. En multipliant le nombre *c* de 5 ¢ par 5 et le nombre *v* de 25 ¢ par 25, puis en additionnant les produits, on obtient le total de 400 cents.)

Utilisation de la fiche de réflexion

Lisez l'encadré avec les élèves et, s'il y a lieu, répondez à leurs questions. Assurez-vous qu'elles et ils sont capables de faire la distinction entre un énoncé qui correspond, par exemple, à l'expression algébrique $n - 2$ et un énoncé qui correspond à $2 - n$.

Assurez-vous également qu'elles et ils comprennent la différence entre une équation qui décrit une situation qui n'est vraie que pour une seule valeur, une équation qui décrit une situation qui est toujours vraie et une équation qui décrit une relation entre deux variables.

Sans trop insister sur le vocabulaire, assurez-vous que les élèves savent faire la différence entre un « coefficient », un « terme » et un « terme constant ».

Demandez aux élèves de répondre aux questions qui suivent l'encadré.

En observant ou en écoutant les élèves, notez si elles et ils peuvent :
- reconnaître quels nombres seront exprimés comme coefficients dans l'expression algébrique ou dans l'équation correspondante et lesquels seront exprimés comme termes constants;
- composer une expression algébrique ou une équation qui représente une situation décrite par un énoncé, et inversement;
- établir des liens entre des situations concrètes et des expressions algébriques.

Consolidation et objectivation

Exemples de questions à poser :
◊ *Comment pouvez-vous déterminer si vous aurez besoin d'une ou de deux variables pour représenter une situation donnée sous forme algébrique?* (Par exemple, si la situation implique un seul nombre ou une seule mesure, ou si toutes les mesures sont identiques, je n'aurai alors besoin que d'une seule variable.)
◊ *Comment pouvez-vous déterminer si vous aurez besoin d'une équation ou d'une expression algébrique pour représenter une situation donnée?* (Par exemple, j'aurai besoin d'une expression algébrique si la situation décrit simplement la façon de traiter une quantité quelconque, et j'aurai besoin d'une équation si elle décrit une relation.)
◊ *Si une expression algébrique ou une équation comprend le terme 3*m*, quel aspect de la situation décrite par l'expression ou par l'équation pouvez-vous affirmer avec certitude?* (Par exemple, je peux affirmer que la situation implique un certain nombre de groupes de 3 choses ou qu'elle implique 3 groupes égaux.)
◊ *Pour quels genres de situations faut-il utiliser la soustraction?* (Par exemple, pour les situations qui nécessitent de retirer quelque chose ou de comparer deux choses.)

Solutions

1.

a)	Cinq de plus qu'un nombre.	$5 – n$	<e>
b)	Cinq fois un nombre est augmenté de quatre.	$4 + t + 5$	<d>
c)	Quatre fois un nombre est augmenté de cinq.	$n – 5$	<f>
d)	Un nombre est augmenté de quatre, puis augmenté de cinq.	$4n + 5$	<c>
e)	Un nombre est soustrait de cinq.	$n + 5$	<a>
f)	Cinq de moins qu'un nombre.	$4 – 5n$	

2. **a)** Par exemple, additionner un nombre et son carré.
b) Par exemple, multiplier un nombre par 4, puis additionner 3 et soustraire 5.
c) Par exemple, soustraire de 20 le double d'un nombre.
d) Par exemple, diviser 14 par un nombre.

3. Exemples
a) $5p$
b) $3n + (3n + 1)$
c) $1{,}50m + 1{,}29p$
d) $d \div 5$
e) $100 + 10s$

4. Exemples
a) $3 + m = 18$
b) $4 + 2m = 3m$
c) $d = 2n$
d) $10 – n = 4n$

5. **a)** Par exemple, étant donné qu'il y a 7 colonnes sur la page de calendrier et que les nombres augmentent de 1 chaque fois que l'on progresse d'une case vers la droite, si l'on part d'un nombre j quelconque et que l'on ajoute 7, on revient à la colonne dans laquelle se situe le nombre j, mais dans la rangée suivante.
b) Par exemple, si l'on choisit la case qui précède immédiatement la case contenant le nombre j, l'expression serait $j – 1$.

6. **a)** $2a + 2b$
b) $b – a$
c) bh

7. **a)** $2a + 2b = 84$
b) $b – a = 8$
c) $2b = 3a$
d) $bh = 42$

8. Par exemple, l'expression $2x – 10$ peut représenter le montant d'argent qu'il me reste si je gagne 2 $ par semaine pendant x semaines, et que je donne 10 $ à mon frère.

Question ouverte

Formulation d'expressions algébriques et d'équations

Question ouverte

Expressions algébriques

$2\,000 - 30t$	$100m - 4$	$10 + 5w$
$3n + 40$	$5p$	$2y + 1$

Équations

$100 - 2n = 48$	$6h = 120$	$32 + 2d = 80$
$5f + 2t = 200$	$P = 3s$	$2a + 2b = 600$

- Choisis au moins deux des expressions algébriques et deux des équations.
- Décris au moins trois situations concrètes pouvant correspondre à chacune des **expressions algébriques** et à chacune des **équations** choisies.

6 ÉBAUCHE février 2011 © Marian Small, 2011 Expressions algébriques et équations (9e année)

Fiche de réflexion

Formulation d'expressions algébriques et d'équations (*Suite*)

Fiche de réflexion

Une **expression algébrique** est un ensemble de nombres et de variables reliés entre eux par des opérations.

Voici quelques exemples d'expressions algébriques :

$4 - 2t$ $3n + 1$ $2x - x^2 + 4$ $2n$ $t + (t - 1)$

- Chaque partie d'une expression algébrique s'appelle un **terme**. Par exemple, dans l'expression $3n + 1$, $3n$ et 1 sont des termes.
- Un terme composé d'une variable et d'un nombre placé immédiatement devant représente un produit. Par exemple, le terme $2n$ signifie deux fois la valeur de n ou 2 multiplié par n. Le nombre 2 placé immédiatement devant la variable n s'appelle un **coefficient**.
- Un terme composé seulement d'un nombre est un **terme constant**. Dans l'expression $4 - 2t$ par exemple, 4 est un terme constant.
- S'il n'y a pas de nombre placé immédiatement devant une variable, il est sous-entendu que ce nombre est 1. Par exemple, m est équivalent à $1m$, donc le coefficient est 1.

Les expressions algébriques permettent de représenter les relations entre des nombres de façon concise. Par exemple, on peut représenter l'énoncé « Choisir un nombre, le doubler, puis soustraire 3. » à l'aide de l'expression algébrique $2n - 3$. Utiliser la variable n au lieu d'un nombre précis est une façon de dire que le nombre comme tel n'a pas d'importance; on fait les mêmes opérations quel que soit le nombre. On aurait pu choisir une autre lettre ou un symbole comme variable.

Le tableau suivant présente différents exemples d'énoncés représentés par une expression algébrique.

Énoncé	2 de moins qu'un nombre	1 de plus que le triple d'un nombre	la somme de deux nombres entiers consécutifs	un nombre soustrait de 10
Expression algébrique	$n - 2$	$3n + 1$	$t + (t + 1)$	$10 - s$

Pour représenter un énoncé à l'aide d'une expression algébrique, il faut penser aux opérations que suggèrent les divers mots utilisés. Par exemple, pour l'énoncé « Diviser un nombre par 3, puis soustraire 4. », on écrit $n \div 3 - 4$; pour l'énoncé « Additionner le double d'un nombre à 1 de moins que le nombre original, puis ajouter 4. », on écrit $2n + (n - 1) + 4$.

Expressions algébriques et équations (9e année) © Marian Small, 2011 ÉBAUCHE février 2011 7

Formulation d'expressions algébriques et d'équations (*Suite*)

Une **équation** est un énoncé mathématique qui décrit une relation d'égalité entre deux expressions, dont au moins une est une expression algébrique.

Par exemple, l'équation $3n + 1 = 4$ signifie que la valeur de l'expression $3n + 1$ est 4 pour une certaine valeur de n.

De même, l'équation $3n + 1 = 2n + 5$ signifie que les expressions $3n + 1$ et $2n + 5$ ont la même valeur pour une certaine valeur de n.

La formule pour déterminer l'aire d'un rectangle, soit $A = bh$ (ce qui signifie b multiplié par h) est aussi une équation. Elle signifie que A et bh ont la même valeur dans certaines situations (p. ex., dans le cas où la figure plane est un rectangle).

L'énoncé mathématique $y = 2x + 3$ est aussi une équation. Il décrit une relation d'égalité entre les deux expressions y et $2x + 3$ pour certaines valeurs des deux variables (p. ex., si $x = 5$ et $y = 13$).

L'énoncé mathématique $2t + t = 3t$ signifie que les deux expressions algébriques situées de part et d'autre du symbole de l'égalité ont la même valeur pour une certaine valeur de t, mais dans ce cas, c'est pour toutes les valeurs de t. C'est parce que si l'on additionne un nombre au double du nombre, c'est comme l'additionner à lui-même deux fois, et c'est ce que tripler veut dire.

1. Fais correspondre chaque énoncé à une expression algébrique. Un élément de chaque colonne n'aura pas de correspondant.

a) Cinq de plus qu'un nombre.	$5 - n$
b) Cinq fois un nombre est augmenté de quatre.	$4 + t + 5$
c) Quatre fois un nombre est augmenté de cinq.	$n - 5$
d) Un nombre est augmenté de quatre, puis augmenté de cinq.	$4n + 5$
e) Un nombre est soustrait de cinq.	$n + 5$
f) Cinq de moins qu'un nombre.	$4 - 5n$

2. Décris à l'aide d'un énoncé, une situation pouvant correspondre à chacune des expressions algébriques suivantes.

a) $x + x^2$

b) $3 + 4t - 5$

c) $20 - 2t$

d) $14 \div t$

8 ÉBAUCHE février 2011 © Marian Small, 2011 Expressions algébriques et équations (9e année)

Formulation d'expressions algébriques et d'équations (*Suite*)

3. Représente chacun des énoncés suivants à l'aide d'une expression algébrique.

a) Le coût total de *p* articles, si chacun coûte 5 $.

b) La somme d'un multiple de 3 et du nombre supérieur de 1 à ce multiple de 3.

c) Le coût total de *m* muffins qui coûtent 1,50 $ chacun et de *p* muffins qui coûtent 1,29 $ chacun.

d) La part d'une personne, si 5 personnes paient *d* dollars pour un article et qu'elles partagent ce coût également.

e) Tes économies totales après *s* semaines, si tu avais au départ 100 $ d'économies et que tu as économisé 10 $ par semaine.

4. Représente chacun des énoncés suivants à l'aide d'une équation.

a) Trois de plus qu'un nombre est égal à dix-huit.

b) Quatre de plus que le double d'un nombre est égal à trois fois le nombre.

c) Un nombre est égal au double d'un autre nombre.

d) Si un nombre est soustrait de dix, le résultat obtenu est égal à quatre fois le nombre original.

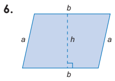
5. La variable *j* représente le nombre situé dans une case quelconque de cette page de calendrier.

a) Explique pourquoi l'expression $j + 7$ représente le nombre situé directement sous la case contenant le nombre *j*.

b) À l'aide de la variable *j*, crée une expression algébrique qui représente le nombre situé dans une autre case de ton choix.

Formulation d'expressions algébriques et d'équations (*Suite*)

6.



a) Crée une expression algébrique pour représenter le périmètre du parallélogramme.

b) Crée une expression algébrique pour représenter la différence entre la longueur *b* et la largeur *a*.

c) Crée une expression algébrique pour représenter l'aire du parallélogramme.

7. Crée une équation pour représenter chacune des situations suivantes, en fonction du parallélogramme illustré à la question 6.

a) Le périmètre mesure 84 cm.

b) La longueur mesure 8 cm de plus que la largeur.

c) Le double de la longueur a la même valeur que le triple de la largeur.

d) L'aire mesure 42 cm^2.

8. Choisis une des expressions algébriques suivantes : $x + 20$, $2x - 10$ ou $x - 12$.

Décris à l'aide d'un énoncé, une situation pouvant correspondre à l'expression choisie.

Expressions algébriques équivalentes

Question ouverte

Matériel
- carreaux algébriques

Questions à poser avant de présenter la question ouverte

Distribuez des carreaux algébriques aux élèves pour les aider à comprendre comment Gemma utilise le fait que la somme de deux nombres opposés donne 0 pour créer une expression algébrique équivalente à celle donnée.

◊ *Pouvez-vous créer une autre expression algébrique impliquant des variables et dont la somme des termes donne 0?* [p. ex., $6q + (–6)q$.]

◊ *Pourquoi l'expression algébrique* $2t – 5$ *est-elle équivalente à l'expression* $t + t – 5$*?* (Par exemple, en additionnant deux t, on obtient $2t$.)

◊ *Pourquoi pourriez-vous la qualifier d'expression simplifiée?* (Par exemple, parce qu'elle contient moins de termes.)

◊ *Donnez un exemple d'une expression algébrique que vous pourriez simplifier en utilisant le fait que la somme de deux nombres opposés donne 0.* (Par exemple, l'expression algébrique $2t + (–4t)$ est équivalente à l'expression $–2t$.)

Utilisation de la question ouverte

Assurez-vous que les élèves comprennent que pour chaque situation donnée, elles et ils doivent créer deux expressions algébriques équivalentes et expliquer pourquoi elles sont équivalentes.

Si vous disposez de suffisamment de temps, incitez-les à créer d'autres expressions équivalentes.

En observant ou en écoutant les élèves, notez si elles et ils peuvent :
- appliquer le fait que la somme de deux nombres opposés donne 0;
- reconnaître les termes semblables dans une expression algébrique.

Consolidation et objectivation

Exemples de questions à poser :

◊ *Qu'est-ce qui fait que deux expressions algébriques sont équivalentes?* (Par exemple, s'il est possible de regrouper certains termes de l'une des expressions pour obtenir l'autre expression, alors les deux expressions sont équivalentes.)

◊ *Quels termes d'une expression algébrique peut-on regrouper?* (Par exemple, on peut regrouper les termes constants, ainsi que les termes comprenant la même variable.)

◊ *Toutes les expressions disposent-elles d'une expression équivalente?* (Oui. Par exemple, même si l'expression contient uniquement le terme m, on peut ajouter deux nombres opposés tels que 5 et –5. On obtient alors l'expression équivalente $m + 5 + (–5)$.)

Solutions

Exemples :
- L'expression algébrique $5t + 32 – 3t – 18 + 2m + 3n$ est équivalente à l'expression $2t + 14 + 2m + 3n$, car si l'on a $5t$ et que l'on retire $3t$, il ne reste que $2t$. De plus, $32 – 18 = 14$. Il n'est pas possible de regrouper des termes comprenant des variables différentes ni de regrouper des termes constants et des termes comprenant des variables.
- L'expression algébrique $5t + 32 – 3t – 18 + 4t – 8$ est équivalente à l'expression $6t + 6$, car si l'on a $5t$, que l'on retire $3t$ et que l'on ajoute ensuite $4t$, on obtient alors $6t$. De plus, $32 – 18 – 8 = 6$. Il n'est pas possible de regrouper des termes constants et des termes comprenant des variables.
- L'expression algébrique $4m + 3n – 8 – 4m$ est équivalente à l'expression $3n – 8$, car si l'on a $4m$ et qu'on les retire tous, il ne reste plus aucun m. Il n'est pas possible de regrouper des termes constants et des termes comprenant des variables.

Fiche de réflexion

Matériel
- carreaux algébriques

Questions à poser avant de présenter la fiche de réflexion

Distribuez des carreaux algébriques aux élèves pour les aider à comprendre comment on peut utiliser le fait que la somme de deux nombres opposés donne 0 pour créer une expression algébrique équivalente à celle donnée.

◊ *Pouvez-vous créer une autre expression algébrique impliquant des variables et dont la somme des termes donne 0?* [p. ex., $6q + (–6)q$]

◊ *Pourquoi l'expression algébrique* 2t *– 5 est-elle équivalente à l'expression* t + t *– 5?* (Par exemple, en additionnant deux t, on obtient $2t$.)

◊ *Pourquoi pourriez-vous la qualifier d'expression simplifiée?* (Par exemple, parce qu'elle contient moins de termes.)

◊ *Donnez un exemple d'une expression algébrique que vous pourriez simplifier en utilisant le fait que la somme de deux nombres opposés donne 0.* (Par exemple, l'expression algébrique $2t + (–4t)$ est équivalente à l'expression $–2t$.)

Utilisation de la fiche de réflexion

Lisez l'encadré avec les élèves et, s'il y a lieu, répondez à leurs questions.

Demandez-leur de répondre aux questions qui suivent l'encadré.

En observant ou en écoutant les élèves, notez si elles et ils peuvent :
- simplifier des expressions algébriques en utilisant des modèles;
- simplifier des expressions algébriques en appliquant le fait que la somme de deux nombres opposés donne 0, avec et sans l'aide de modèles;
- créer des expressions algébriques équivalentes en utilisant la multiplication et la division, ainsi que l'addition et la soustraction;
- établir des liens entre des situations concrètes et des expressions algébriques.

Consolidation et objectivation

Exemples de questions à poser :

◊ *Qu'est-ce qui fait que deux expressions algébriques sont équivalentes?* (Par exemple, s'il est possible de regrouper certains termes de l'une des expressions pour obtenir l'autre expression, alors les deux expressions sont équivalentes.)

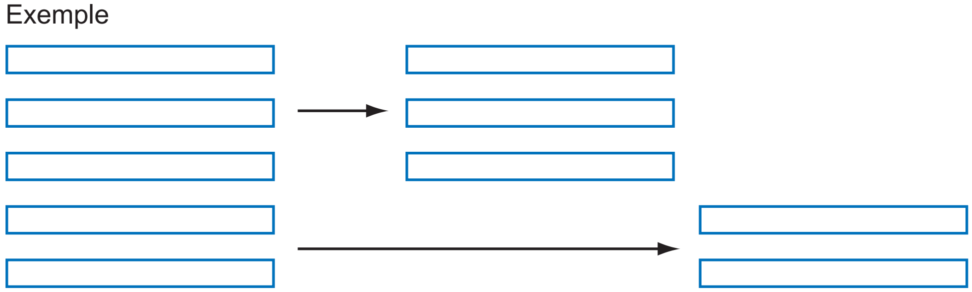
◊ *En quoi les modèles vous aident-ils à déterminer des expressions algébriques équivalentes?* (Par exemple, on peut soit regrouper les carreaux algébriques semblables, soit utiliser le fait que la somme de deux nombres opposés donne 0 pour éliminer certains carreaux.)

◊ *Quels termes d'une expression algébrique peut-on regrouper?* (Par exemple, on peut regrouper les termes constants, ainsi que les termes comprenant la même variable.)

◊ *Toutes les expressions disposent-elles d'une expression équivalente?* (Oui. Par exemple, même si l'expression contient uniquement le terme m, on peut ajouter deux nombres opposés tels que 5 et –5. On obtient alors l'expression équivalente $m + 5 + (–5)$.)

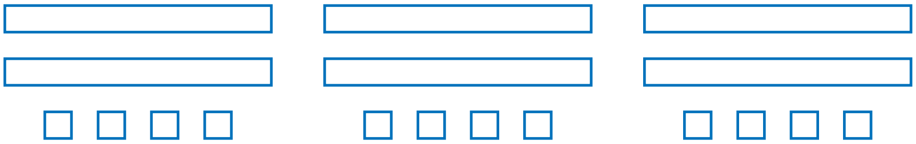
Solutions

1. Exemple

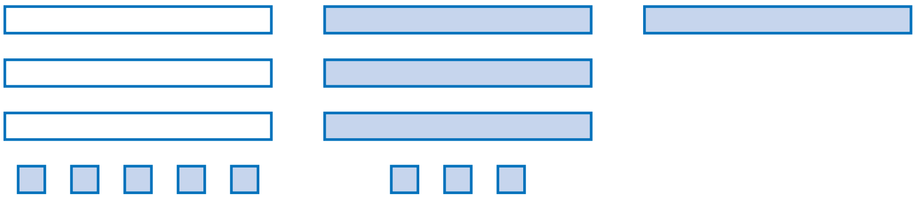


2. Exemples

a) $6n + 12$



b) $-n - 8$



c) $-4n - 6$

3. **a)** p. ex., $2s - 3s + 6 + 2$

b) p. ex., $3s - s - 6y + 2y + 3$

c) p. ex., $-9 - 1 - 5x + 4x$

4. **a)** Étant donné que la grille comprend 10 colonnes et que dans chacune des rangées les nombres augmentent de 1 d'une case à l'autre, le nombre initial s a augmenté de 10 lorsqu'on revient directement sous la colonne de départ.

b) p. ex., $s + (s + 10) + (s + 20)$ ou $3s + 30$

c) p. ex., $s + (s - 1) + (s + 1)$ ou $3s$

d) p. ex., $s + (s + 11) + (s + 9)$ ou $3s + 20$

5. p. ex., $2b + 2h$ ou $b + b + h + h$

6. **a)** Par exemple, diviser n par 5 et multiplier ensuite par 5 équivaut à ne rien faire à n étant donné que la division et la multiplication sont des opérations inverses.

b) Exemples :

- $n + 2 - 2$, car additionner 2 à n, puis soustraire 2 équivaut à ne rien faire à n étant donné que l'addition et la soustraction sont deux opérations inverses.
- $(-6n + 8n) \div 2$, car $-6n + 8n = 2n$ et $2n \div 2 = 1n$ ou n.

7. $n + (n + 3) + (n - 2)$ ou $3n + 1$

8. p. ex., $n + (n + 3) + n - m = 3n + 3 - m$

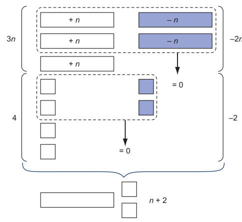
Question ouverte

Expressions algébriques équivalentes

Question ouverte

Gemma veut créer une expression algébrique équivalente à l'expression $3n + 4 + (-2n) + (-2)$.

Pour y arriver, elle utilise le fait que la somme de deux nombres opposés donne 0 [p. ex., $(+1) + (-1) = 0$ et $(+n) + (-n) = 0$].



Gemma détermine aussi que l'expression $3m - 2 + 4t - 5 - 3t$ est équivalente à l'expression $3m + t - 7$.

- Dans chacune des situations suivantes, crée une expression algébrique et son expression équivalente en tenant compte des restrictions données. Utilise une expression algébrique différente pour chaque situation.
  - Une expression algébrique comporte 6 termes et l'expression équivalente en comporte 4.
  - Une expression algébrique comporte 6 termes et l'expression équivalente en comporte 2.
  - Une expression algébrique comporte 2 variables, mais l'expression équivalente n'en comporte qu'une.
- Dans chaque cas, explique pourquoi tes expressions algébriques sont équivalentes.

Fiche de réflexion

Expressions algébriques équivalentes (*Suite*)

Fiche de réflexion

Il est parfois utile de représenter une expression algébrique à l'aide d'une **expression équivalente**, surtout si la seconde expression est plus simple. Deux expressions algébriques sont équivalentes si l'une d'elles n'est qu'une façon différente de représenter l'autre.

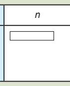
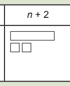
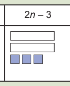
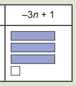
- Par exemple, tout comme la phrase mathématique $3 \times 2 = 2 + 2 + 2$ signifie que 3×2 et $2 + 2 + 2$ sont des expressions numériques équivalentes, les expressions $3j$ et $j + j + j$ sont des expressions algébriques équivalentes. Puisque $3j$ est plus simple à écrire que $j + j + j$, on dit que $3j$ constitue une forme simplifiée de $j + j + j$.

En représentant des expressions algébriques à l'aide de modèles concrets ou imagés, il est plus facile de vérifier si deux expressions sont équivalentes.

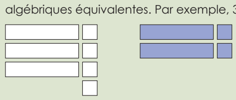
On peut utiliser un rectangle blanc pour représenter une variable et un rectangle gris pour représenter son opposé (négatif). S'il y a plus d'une variable, on peut utiliser des rectangles de taille différente. Le **coefficient** nous indique le nombre et la couleur des rectangles à utiliser.

On peut utiliser un carré blanc pour représenter +1 et un carré gris pour représenter –1. Les termes **constants** nous indiquent le nombre et la couleur des carrés à utiliser.

Exemples

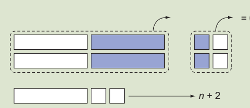
Expression	n	$n + 2$	$2n - 3$	$-3n + 1$
Modèle				

Se souvenir que $+1 + (-1) = 0$ et que $(+n) + (-n) = 0$ facilite la création d'expressions algébriques équivalentes. Par exemple, $3n + 4 + (-2n) + (-2) = n + 2$.



Expressions algébriques équivalentes (*Suite*)

On peut additionner deux valeurs opposées telles que $(+1)$ et (-1) ou $(+n)$ et $(-n)$ pour créer des zéros, puis les éliminer parce que les zéros ne changent pas la somme.



L'expression algébrique $n + 2$ est donc équivalente à l'expression $3n + 4 + (-2n) + (-2)$.

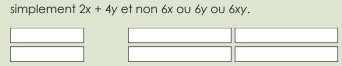
L'expression algébrique $3n - 2n + 4 - 2$ est aussi équivalente à l'expression $3n + 4 + (-2n) + (-2)$, parce qu'additionner un terme négatif revient au même que soustraire un terme positif.

Même sans utiliser les modèles, on pourrait choisir de réorganiser les termes de l'expression algébrique $3n + 4 + (-2n) + (-2)$ de la façon suivante : $3n + (-2n) + 4 + (-2)$. En regroupant les termes semblables, on constate que l'on obtient $1n$ [puisque $3 + (-2) = 1$] et $+2$ [puisque $4 + (-2) = +2$].

Lorsqu'on crée des expressions algébriques équivalentes, on doit veiller à regrouper seulement les **termes semblables**, c'est-à-dire ceux qui seraient modelés avec des rectangles de la même taille. Ceci correspond à déterminer le nombre de chaque type de rectangles qui restent après les avoir regroupés.

S'il y a deux variables, on les considère séparément.

Tout comme 2 trois et 4 deux <u>ne donnent pas</u> 6 trois ou 6 deux, on ne peut pas regrouper les termes comprenant des variables différentes. Ainsi, $2x + 4y$ est simplement $2x + 4y$ et non $6x$ ou $6y$ ou $6xy$.



Donc, $2a + 3 + (-4b) + (-3a) + (-1) = -a - 4b + 2$.

Les termes comprenant la variable a ont été regroupés et les termes constants ont été regroupés, mais le terme $-4b$ ne peut être regroupé avec aucun autre terme.

Expressions algébriques équivalentes (*Suite*)

1. À l'aide d'un modèle, démontre pourquoi $5q = 3q + 2q$.

2. Pour chacune des expressions algébriques suivantes, crée un modèle ainsi qu'une expression équivalente.

a) $2n + 4 + 4n + 8$

b) $3n + (-5) + (-4n) + (-3)$

c) $2n - 8 + (-6n) + 2$

3. Pour chacune des expressions algébriques suivantes, crée une expression équivalente comprenant deux termes de plus que l'expression originale.

a) $-s + 8$

b) $2s - 4y + 3$

c) $-10 - x$

4. La variable *s* représente le nombre situé dans une case quelconque de la grille ci-contre.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	18	17	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50

a) Explique pourquoi l'expression algébrique $s + 10$ représente le nombre directement sous *s*.

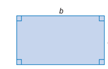
b) Crée deux expressions algébriques équivalentes qui représentent l'addition d'un nombre *s* aux deux nombres qui sont placés directement sous *s*.

Expressions algébriques équivalentes (*Suite*)

c) Crée deux expressions algébriques équivalentes qui représentent l'addition d'un nombre *s* aux deux nombres qui sont placés de chaque côté de *s*.

d) Crée deux expressions algébriques équivalentes qui représentent l'addition d'un nombre *s* aux deux nombres qui sont placés diagonalement vers le bas, à droite et à gauche de *s*.

5. Crée au moins deux expressions algébriques équivalentes pour représenter le périmètre du rectangle.



6. a) Pourquoi peut-on dire que l'expression algébrique $5 \times \frac{n}{5}$ est équivalente à *n*?

b) Crée plusieurs autres expressions équivalentes à *n* et explique pourquoi elles sont équivalentes.

7. Un nombre (*n*) quelconque est additionné à trois de plus que lui et à deux de moins que lui. Représente cet énoncé à l'aide de deux expressions algébriques équivalentes.

8. Crée deux expressions algébriques équivalentes, l'une comprenant 5 termes et l'autre comprenant 3 termes.

Évaluation d'expressions algébriques

Question ouverte

Questions à poser avant de présenter la question ouverte
◊ *Quelle est la valeur de* m + 1*, si* m = *1?* (2) ◊ *Qu'en est-il de la valeur de* 2m + *1* – m*?* (Par exemple, la valeur doit aussi être 2 étant donné que $m + 1$ et $2m + 1 - m$ sont des expressions algébriques équivalentes.) ◊ *Quelle expression algébrique impliquant la variable* m *pourriez-vous créer si elle doit avoir une valeur de 2 lorsque* m = *1?* (p. ex., $2m$)
Utilisation de la question ouverte
Assurez-vous que les élèves comprennent qu'elles et ils doivent créer des expressions algébriques qui comportent la variable *m* et qui ont une valeur de –2 lorsque $m = 4$. Incitez-les à créer le plus d'expressions possible. En observant ou en écoutant les élèves, notez si elles et ils : • remplacent toujours *m* par la même valeur; • respectent la priorité des opérations pour déterminer la valeur de l'expression après avoir effectué la substitution; • peuvent établir des liens entre certaines des expressions créées.
Consolidation et objectivation
Exemples de questions à poser : ◊ *Pourquoi utilisez-vous –14 avec* 3m*?* (Par exemple, $3m$ est égal à 12 lorsque $m = 4$ et puisqu'on souhaite obtenir un résultat égal à –2, on doit donc soustraire 14.) ◊ *Pourquoi devez-vous soustraire une valeur supérieure lorsque vous utilisez* 4m*?* (Par exemple, $4m$ est supérieur à $3m$ lorsque $m = 4$, mais le résultat que l'on doit obtenir reste le même, soit –2. On doit donc soustraire une valeur supérieure.) ◊ *Est-il possible de créer une expression algébrique qui comprend les quatre opérations?* (Oui. Par exemple, (2m + 8) ÷ (2 – 10).) *À quel moment avez-vous utilisé la multiplication?* (Lorsque j'ai multiplié m par 2.)

Solutions

Exemples :
- $3m - 14$
- $5m - 18 - m$
- $5m - 22$
- $6m - 26$
- $6m - 30 + m$
- $-m + 2$
- $2m^2 - 34$
- $\frac{m}{(-2)}$

Fiche de réflexion

Questions à poser avant de présenter la fiche de réflexion

◊ *Quelle est la valeur de* m + *1, si* m = *1?* (2)
◊ *Qu'en est-il de la valeur de* 2m + *1* – m*?* (Par exemple, la valeur doit aussi être 2 étant donné que $m + 1$ et $2m + 1 - m$ sont des expressions algébriques équivalentes.)
◊ *Quelle expression algébrique impliquant la variable* m *pourriez-vous créer si elle doit avoir une valeur de 2 lorsque* m = *1?* (p. ex., $2m$)

Utilisation de la fiche de réflexion

Lisez l'encadré avec les élèves et, s'il y a lieu, répondez à leurs questions.

Demandez-leur de répondre aux questions qui suivent l'encadré.

En observant ou en écoutant les élèves, notez si elles et ils peuvent :
- effectuer correctement des substitutions dans des expressions algébriques et les évaluer;
- prédire la façon dont vont se comparer les valeurs de deux expressions algébriques entre lesquelles il existe un lien quelconque;
- prédire la façon dont vont se comparer les valeurs d'une même expression algébrique si l'on substitue deux valeurs différentes à la variable;
- prédire la nature de la valeur d'une expression algébrique en fonction de différentes valeurs de la variable.

Consolidation et objectivation

Exemples de questions à poser :
◊ *Si* m = *–2, la valeur de* 3m + *1 sera-t-elle positive ou négative? Pourquoi?* (Elle sera négative car, par exemple, la valeur de $3m$ est inférieure à –1 lorsque $m = -2$.)
◊ *Supposons que l'on remplace* j *dans l'expression algébrique* 5j + *10 par différentes valeurs. Comment peut-on savoir que plus la valeur de* j *sera élevée, plus la valeur de l'expression sera élevée?* (Par exemple, si l'on multiplie un nombre positif par 5, plus ce nombre est élevé, plus le produit sera élevé. Ainsi, la valeur de $5j$ augmente en fonction de l'augmentation de la valeur de j. Il en va de même pour l'expression $5j + 10$ puisque le nombre 10 est un terme constant qui ne fait qu'ajouter à la valeur de l'expression.)
◊ *Comment peut-on savoir que toutes les valeurs de l'expression* 5j + *10 seront des multiples de 5?* (Par exemple, les termes $5j$ et 10 sont tous deux des multiples de 5, et la somme de deux multiples de 5 est aussi un multiple de 5.)

Solutions

1. **a)** –9
b) 7
c) 36
d) 68
e) 9
f) $\frac{1}{5}$

2. **a)** Exemples :
- Si $n = 1$, alors $3n = 3$.
- Si $n = 2$, alors $3n = 6$.
- Si $n = 3$, alors $3n = 9$.

b) Par exemple, toutes les valeurs sont des multiples de 3.
c) Par exemple, $3n$ signifie que l'on multiplie un nombre par 3; le produit sera donc toujours un multiple de 3.

3. **a)** Pour $m = 8$, puisque $28 > -20$.
   b) Pour $t = 1$, puisque $22 > -50$.
   c) Pour $t = 3$, puisque $3 > -21$.

4. **a)** –4, –1, 2, 5, 8
   b) 6, 9, 12, 15, 18
   c) –8, 2, 12, 22, 32
   d) 9, 14, 19, 24, 29
   e) –2, –3, –4, –5, –6
   f) 4, 1, –2, –5, –8

5. Exemples :
   a) Si la valeur de m augmente, alors la valeur de $4m$ augmente et donc la valeur de $4m - 2$ augmente aussi. Étant donné que la valeur de $4m - 2$ est positive pour $m = 1$, elle sera forcément positive pour $m = 10$.
   b) La multiplication de n'importe quel entier par 4 donne un nombre pair et 2 est un nombre pair, et la différence entre deux nombres pairs est aussi un nombre pair.
   c) Si la valeur de m est peu élevée, la valeur de $6m$ n'est pas beaucoup plus élevée. Si l'on soustrait 200 de cette valeur, on obtient un résultat négatif.
   d) Si la valeur de m est élevée, la valeur de $6m$ est encore plus élevée. Si l'on soustrait de 200 une valeur très élevée (supérieure à 200), on obtient un résultat négatif.

6. **a)** p. ex., $2p$
   b) p. ex., $2p$
   c) p. ex., $200 + p$

Question ouverte

Évaluation d'expressions algébriques

Question ouverte

On cherche une expression algébrique qui comporte la variable m et qui a une valeur de -2 lorsque $m = +4$. Cette expression pourrait, par exemple, être $m - 6$ puisque $4 - 6 = -2$.

- Crée une autre expression algébrique qui satisfait à la condition ci-dessus.

- Crée le plus grand nombre d'expressions algébriques auxquelles tu penses qui satisfont à la condition ci-dessus, en incluant certaines dont plus d'un terme comprend la variable m.

Fiche de réflexion

Évaluation d'expressions algébriques (*Suite*)

Fiche de réflexion

Dans une expression algébrique comprenant une seule variable, une valeur peut être **substituée** à la variable et l'expression peut être **évaluée**. En général, la valeur de l'expression change lorsque des valeurs différentes sont substituées.

Par exemple, l'expression algébrique $2m$ signifie que l'on doit doubler toute valeur utilisée pour m. Ainsi, si $m = 3$, la valeur de $2m$ est 6 puisque $2 \times 3 = 6$. Mais si $m = -4$, la valeur de $2m$ est -8 puisque $2 \times (-4) = -8$.

Si plusieurs **termes** d'une expression algébrique comportent la même variable, on doit toujours lui substituer la même valeur. Par exemple, si $m = 4$, la valeur de l'expression $m + m^2$ est 20 puisque $4 + 4^2 = 20$.

Deux expressions algébriques équivalentes ont la même valeur lorsque la variable dans chacune est remplacée par une valeur commune. Par exemple, l'expression algébrique $3n - 2 + 5n$ est équivalente à l'expression $8n - 2$. Leurs valeurs seront toujours identiques, quelle que soit la valeur substituée à la variable n. Par exemple, si $n = 4$, la valeur de chacune des expressions est 30 puisque $3n - 2 + 5n = (3 \times 4) - 2 + (5 \times 4) = 30$ et que $8n - 2 = (8 \times 4) - 2 = 30$.

Même si ce n'est généralement pas le cas, il peut parfois arriver que deux expressions algébriques non équivalentes aient la même valeur lorsque la variable dans chacune est remplacée par une valeur commune. Par exemple, même si les expressions algébriques $5n - 8$ et $10n - 23$ ne sont pas équivalentes, elles ont la même valeur lorsque $n = 3$. En effet, si $n = 3$, alors $(5n - 8) = (5 \times 3) - 8 = 7$ et $10n - 23 = (10 \times 3) - 23 = 7$. Par contre, lorsque $n = 1$, $5n - 8 = -3$ et $10n - 23 = -13$.

Si une expression algébrique comporte différentes variables, chacune de ces variables peut être remplacée par une même valeur ou par des valeurs différentes.

La priorité des opérations (PEDMAS) s'applique lors de l'évaluation d'expressions algébriques. Par exemple, si $m = 6$, alors $3 + 2m = 3 + 2 \times 6 = 3 + 12 = 15$.

1. Évalue chacune des expressions algébriques suivantes.

a) $3 - 4m$, si $m = 3$

b) $15 + 8m$, si $m = -1$

c) $j + 2j^2$, si $j = 4$

Évaluation d'expressions algébriques (*Suite*)

d) $j + (2j)^2$, si $j = 4$

e) $15 - 3p$, si $p = 2$

f) $\frac{3n + 2}{10 - n}$, si $n = 0$

2. a) Évalue l'expression algébrique $3n$ en substituant différentes valeurs entières positives à n.

b) Qu'est-ce qui est vrai chaque fois?

c) Comment aurais-tu pu le prédire?

3. Prédis pour quelle valeur de m l'expression algébrique donnée aura la plus grande valeur. Vérifie ensuite ta prédiction.

a) $4 + 3m$, si $m = -8$ ou si $m = 8$

b) $30 - 8t$, si $t = 1$ ou si $t = 10$

c) $4t - t^2$, si $t = -3$ ou si $t = 3$

4. Évalue les expressions algébriques pour chacune des valeurs de m.

	$m = 0$	$m = 1$	$m = 2$	$m = 3$	$m = 4$
a) $3m - 4$					
b) $3m + 6$					
c) $10m - 8$					
d) $5m + 9$					
e) $-m - 2$					
f) $-3m + 4$					

Évaluation d'expressions algébriques (*Suite*)

5. Comment pourrais-tu savoir que chaque affirmation est vraie sans avoir à effectuer la substitution?

a) Si $m = 10$, alors la valeur de $4m - 2$ doit être positive.

b) Si $m = 10$, alors la valeur de $4m - 2$ doit être paire.

c) La valeur de $6m - 200$ est négative pour les petites valeurs de m.

d) La valeur de $200 - 6m$ est négative pour les grandes valeurs de m.

6. Pour chaque énoncé, crée une expression algébrique comportant la variable p.

a) La valeur de l'expression est paire lorsque $p = 4$.

b) La valeur de l'expression est un multiple de 10 lorsque $p = 5$.

c) La valeur de l'expression est supérieure à 100 lorsque $p = -4$.

Représentation de relations à l'aide d'expressions algébriques et d'équations

Question ouverte

Matériel
- carreaux algébriques carrés ou cubes emboîtables

Questions à poser avant de présenter la question ouverte

Distribuez aux élèves des carreaux algébriques carrés ou des cubes emboîtables pour leur permettre de construire la suite de figures donnée. Aidez-les à remarquer que, si la relation entre le nombre de carrés gris qui composent une figure et le numéro (*f*) de la figure est représentée par l'expression algébrique 6*f* – 4, on aura alors 6 carrés de plus chaque fois que la valeur de *f* augmente de 1.

◊ *Si la relation ci-dessus était plutôt représentée par l'expression algébrique 5*f *– 4, de quelle façon serait composée la suite de figures?* (Par exemple, la suite serait composée de la même manière, sauf qu'il y aurait des rangées de 5 carrés au lieu de 6.)

◊ *Comment peut-on savoir qu'il est possible de créer plusieurs suites numériques différentes qui comprennent le terme 30?* (Par exemple, on pourrait créer la suite de nombres entiers consécutifs en commençant par le nombre 1, c'est-à-dire la suite 1, 2, 3, 4, … On pourrait ensuite créer une suite de nombres entiers consécutifs en commençant par 2, puis par 3… On pourrait aussi utiliser la même stratégie en créant d'abord la suite de nombres entiers pairs consécutifs, c'est-à-dire la suite 2, 4, 6, 8, …)

Utilisation de la question ouverte

Assurez-vous que les élèves comprennent qu'elles et ils doivent disposer les éléments qui composent chaque figure de façon à mettre la relation en évidence.

En observant ou en écoutant les élèves, notez si elles et ils peuvent :
- créer plusieurs expressions algébriques dont la valeur peut être 30 pour une valeur quelconque de la variable;
- disposer les éléments qui composent chaque figure de façon à mettre la relation en évidence;
- utiliser une équation pour déterminer le rang d'un terme dans la suite.

Consolidation et objectivation

Exemples de questions à poser :

◊ *Comment pourriez-vous mettre en évidence le fait que chaque terme d'une suite quelconque est 4 de plus que le terme précédent?* (Par exemple, en représentant la suite à l'aide de figures composées de rangées de 4 carrés et en ajustant au besoin le nombre de carrés dans la première rangée.) *Que savez-vous au sujet de l'expression algébrique qui représente la relation entre un terme de cette suite et son rang (*n*)?* (Par exemple, l'expression doit contenir le terme 4*n*.)

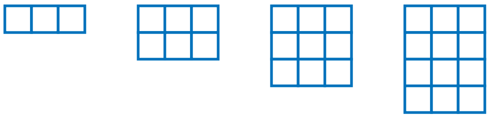
◊ *La relation entre un terme et son rang (*n*) dans deux suites numériques données est représentée respectivement par les expressions algébriques 4*n *+ 3 et 3*n *+ 4. Si l'on représente chacune de ces suites à l'aide d'une suite de figures, quelles seraient les similitudes et les différences entre ces représentations?* (Par exemple, les figures de l'une seraient composées de rangées de 4 carrés avec 3 carrés de plus dans la première rangée, tandis que les figures de l'autre seraient composées de rangées de 3 carrés avec 4 carrés de plus dans la première rangée; dans les deux cas, les figures seraient composées de plusieurs rangées de carrées, la première étant composée de 7 carrés.)

◊ *L'expression algébrique 2*n *+ 30 représente la relation entre un terme et son rang (*n*) dans une suite numérique. Comment pourriez-vous déterminer le rang du terme 82 dans cette suite?* (Par exemple, en résolvant l'équation 2*n* + 30 = 82.)

Solutions

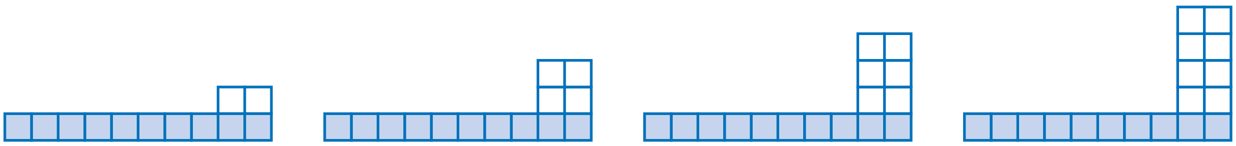
Exemples

- $3n$



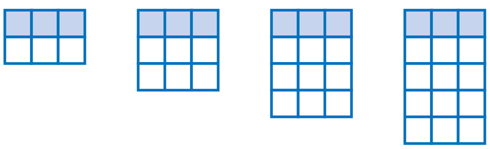
  3, 6, 9, 12
  $3n = 30$

- $2n + 10$



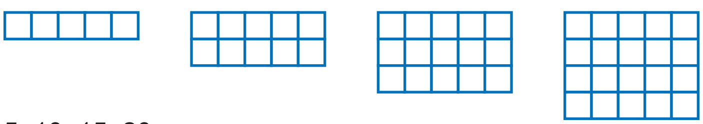
  12, 14, 16, 18
  $2n + 10 = 30$

- $3n + 3$



  6, 9, 12, 15
  $3n + 3 = 30$

- $5n$



  5, 10, 15, 20
  $5n = 30$

Fiche de réflexion

Matériel
- carreaux algébriques carrés ou cubes emboîtables

Questions à poser avant de présenter la fiche de réflexion

◊ *Quels seraient les prochains termes de la suite numérique 5, 8, 11, ...?* (p. ex., 14, 17, 20, …) *Pourquoi?* (Par exemple, chaque terme est 3 de plus que le terme précédent.)

◊ *L'expression algébrique 3*f *+ 2 représente la relation entre le numéro (*f*) d'une figure dans une suite et le nombre de carrés qui la composent. Construisez les quatre premières figures de cette suite en formant des rangées de 3 carrés, avec 2 carrés de plus dans la première rangée. En quoi cette façon de disposer les carrés met-elle en évidence le fait que le nombre de carrés qui composent les figures augmente de 3 d'une figure à l'autre?* (Par exemple, on voit que d'une figure à l'autre, il y a toujours une rangée de 3 carrés de plus.) *Pourquoi l'expression 3*f *+ 2 représente-t-elle correctement la relation?* (Par exemple, parce que les figures sont composées de 5, puis 8, puis 11 carrés. Chaque figure est composée de 3 carrés de plus que la figure précédente.)

Utilisation de la fiche de réflexion

Lisez l'encadré avec les élèves et, s'il y a lieu, répondez à leurs questions.

Demandez-leur de répondre aux questions qui suivent l'encadré.

En observant ou en écoutant les élèves, notez si elles et ils peuvent :
- utiliser un modèle pour représenter les termes d'une suite numérique;
- regrouper de différentes façons les éléments du modèle de manière à démontrer la validité de deux expressions algébriques équivalentes qui sont associées à la suite;
- créer une expression algébrique qui représente la relation entre deux éléments d'une suite donnée;
- utiliser une équation pour déterminer le rang d'un terme dans une suite.

Consolidation et objectivation

Exemples de questions à poser :

◊ *Comment pourriez-vous mettre en évidence le fait que chaque terme d'une suite quelconque est 4 de plus que le terme précédent?* (Par exemple, en représentant la suite à l'aide de figures composées de rangées de 4 carrés et en ajustant au besoin le nombre de carrés dans la première rangée.) *Que savez-vous au sujet de l'expression algébrique qui représente la relation entre un terme de cette suite et son rang (*n*)?* (Par exemple, l'expression doit contenir le terme $4n$.)

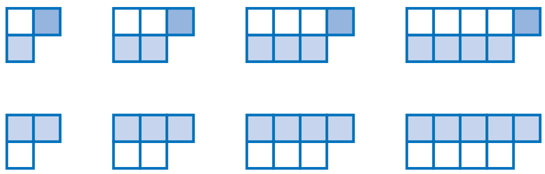
◊ *Dans une suite de figures composées de carrés, comment pourriez-vous disposer les carrés pour démontrer que les expressions algébriques 2*n *+ 5 et* n *+ (*n *+ 5) représentent de façon équivalente la relation entre le numéro (*f*) d'une figure de la suite et le nombre de carrés qui la composent?* (Par exemple, on pourrait d'abord disposer dans chaque figure une rangée de 5 carrés, suivie d'un nombre de rangées de 2 carrés correspondant au numéro de la figure [$2n + 5$]. On pourrait ensuite disposer dans chaque figure une rangée de 5 carrés, suivie de 2 rangées, chacune contenant un nombre de carrés correspondant au numéro de la figure [$n + (n + 5)$].)

◊ *L'expression algébrique 2*n *+ 30 représente la relation entre un terme et son rang (*n*) dans une suite numérique. Comment pourriez-vous déterminer le rang du terme 82 dans cette suite?* (Par exemple, en résolvant l'équation $2n + 30 = 82$.)

Solutions

1. **a)** p. ex., $2f + 4$
b) p. ex., $3f + 2$
c) p. ex., $3f + 1$

2. **a)**



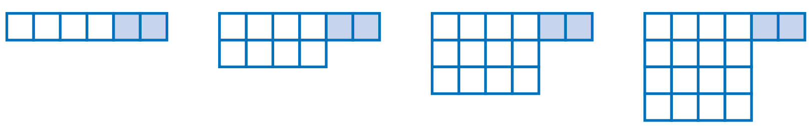
b)

f	$2f + 1$
1	3
2	5
3	7
4	9

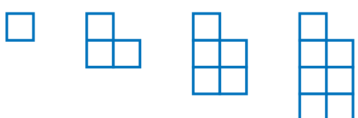
f	$f + (f + 1)$
1	3
2	5
3	7
4	9

c) p. ex., $f + f + 1 + 3$ ou $f + 2 + f + 2$

3. **a)** $4f + 2$



b) $2f – 1$



4. **a)** $2n$
b) $5n – 1$
c) $4n + 24$
d) $204 – 2n$
e) $64 – 3n$

5. Par exemple, les deux expressions comprennent le terme $5n$, mais l'une comprend aussi une addition tandis que l'autre comprend une soustraction.

6. **a)** Par exemple, la suite 12, 20, 28, 36, … ou la suite 9, 17, 25, 33, …
b) Chaque terme de la suite doit être 8 de plus que le terme précédent.

7. **a)** $2n = 100$
b) $3n + 1 = 100$
c) $4n + 8 = 100$
d) $122 – n = 100$
e) $310 – 10n = 100$

8. **a)** 11, 14, 17, 20, 23
b) Par exemple, oui elle est compatible parce que le 9^e terme de cette suite est 35.

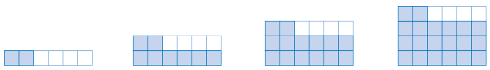
9. p. ex., $20n – 12$
a) 8, 28, 48, 68, …
b) p. ex., $20n – 12 = 208$

Question ouverte

Représentation de relations à l'aide d'expressions algébriques et d'équations

Question ouverte

La suite numérique 2, 8, 14, 20, ... peut être représentée par la suite de figures ci-dessous. Remarque que les nombres dans la suite augmentent de 6 et qu'il y a une rangée supplémentaire de 6 carrés d'une figure à l'autre.



La relation entre le nombre de carrés gris et blancs qui composent une figure et le numéro de la figure peut être représentée par l'expression algébrique $6f$, où f correspond au numéro de la figure, puisque chaque figure est composée de f rangées de 6 carrés.

La relation entre le nombre de carrés gris (excluant les blancs) qui composent une figure et le numéro (f) de la figure peut être représentée par l'expression algébrique $6f - 4$ puisque dans chaque figure, les 4 carrés blancs ne sont pas comptés.

- Crée au moins quatre expressions algébriques qui pourraient représenter la relation entre un terme dans une suite numérique quelconque et son rang (n) si chaque expression doit avoir une valeur de 30 pour une valeur quelconque de n.

- Indique les valeurs des quatre premiers termes de chaque suite, puis représente-les à l'aide de figures. Dans la mesure du possible, dispose les éléments qui composent chaque figure de façon à mettre la relation en évidence.

- Écris, pour chacune des suites, une équation qui t'aiderait à déterminer le rang du terme 30 dans la suite.

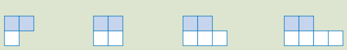
Fiche de réflexion

Représentation de relations à l'aide d'expressions algébriques et d'équations (*Suite*)

Fiche de réflexion

On peut associer une expression algébrique à une règle qui définit une **relation** mathématique entre deux quantités. Prenons par exemple la suite numérique 3, 4, 5, 6, … On constate que chaque terme de la suite est égal à 2 de plus que son **rang** (sa position) dans la suite. Par exemple, le quatrième terme est égal à 6, soit 2 de plus que son rang (4). Si l'on choisit la variable n pour représenter le rang d'un terme dans cette suite, la relation entre un terme et son rang peut être représentée par l'expression algébrique $n + 2$. Cette expression nous permet de déterminer la valeur de n'importe quel terme dans la suite si l'on en connaît le rang. Par exemple, le dixième terme de la suite serait 12 (10 + 2).

La suite numérique 3, 4, 5, 6, … peut être représentée par la suite de figures suivante.



On constate que chaque figure est composée de 2 carrés de plus que le numéro de la figure. Si l'on choisit la variable f pour représenter le numéro d'une figure quelconque de la suite, alors la relation entre le numéro d'une figure et le nombre de carrés qui la composent peut être représentée par l'expression algébrique $f + 2$. Ainsi, on peut utiliser cette expression pour déterminer, par exemple, que la 15e figure sera composée de 17 carrés.

Rien ne nous dit qu'il n'existe pas d'autres expressions algébriques pour représenter la relation entre le numéro (f) d'une figure et le nombre de carrés qui la composent, mais l'expression $f + 2$ est certainement l'une d'elles.

Une table de valeurs peut parfois aider à mettre en évidence la relation entre un terme d'une suite numérique et son rang. Prenons par exemple la suite 5, 8, 11, 14, 17, …

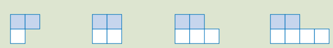
Rang	Terme
1	5
2	8
3	11
4	14
5	17

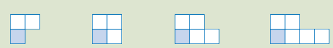
La table de valeurs peut nous aider à remarquer que si l'on multiplie le rang d'un terme par 3, puis que l'on additionne 2, on obtient le terme. De façon générale, cette relation peut être représentée par l'expression algébrique $3n + 2$, où n représente le rang du terme.

Représentation de relations à l'aide d'expressions algébriques et d'équations (*Suite*)

Note : Le fait de remarquer que les termes de la suite augmentent de 3 peut faire penser à l'expression algébrique 3n, expression qui génère la suite 3, 6, 9, 12, … Puisque chaque terme de la suite donnée est 2 de plus que les termes correspondants de la suite générée par l'expression 3n, alors l'expression algébrique qui représente la relation dans la suite donnée est 3n + 2.

Il arrive que l'on puisse représenter une relation à l'aide d'expressions algébriques différentes, mais équivalentes. Par exemple, ombrer la suite ci-dessous de manière différente suggère deux expressions différentes, soit $f + 2$ et $1 + (f + 1)$, où f représente le numéro de la figure.

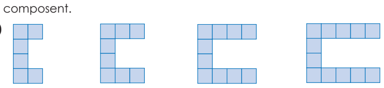




On peut utiliser une équation pour déterminer quel terme d'une suite donnée correspond à une certaine valeur. Par exemple, l'équation $f + 2 = 30$ permet de déterminer quel est le numéro de la figure qui est composée de 30 carrés.

1. Pour chacune des suites de figures ci-dessous, crée une expression algébrique qui représente la relation entre le numéro (f) d'une figure et le nombre de carrés qui la composent.

a)



Représentation de relations à l'aide d'expressions algébriques et d'équations (*Suite*)

b)

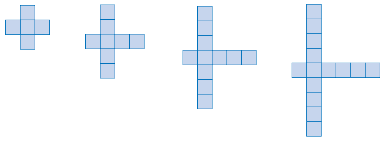


Figure 1 Figure 2 Figure 3 Figure 4

c)

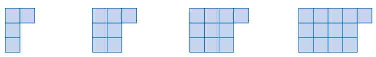


Figure 1 Figure 2 Figure 3 Figure 4

2. La relation entre le numéro (*f*) d'une figure de la suite ci-dessous et le nombre de carrés qui la composent peut être représentée de façon équivalente par les expressions algébriques $2f + 1$ et $f + (f + 1)$.

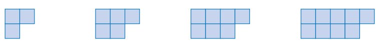


Figure 1 Figure 2 Figure 3 Figure 4

a) Colorie, regroupe ou encercle une partie des carrés dans les figures de deux façons différentes afin de démontrer la validité de chacune des deux expressions données.

b) Remplis chacune des tables de valeurs ci-dessous afin de démontrer que les deux expressions algébriques données sont équivalentes.

f	$2f + 1$

f	$f + (f + 1)$

Représentation de relations à l'aide d'expressions algébriques et d'équations (*Suite*)

c) Crée deux expressions algébriques équivalentes pour représenter la relation entre le numéro (*f*) d'une figure de la suite ci-dessous et le nombre de carrés qui la composent.

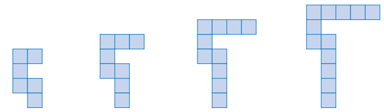


Figure 1 Figure 2 Figure 3 Figure 4

3. Chacune des expressions algébriques ci-dessous représente la relation entre le numéro (*f*) d'une figure d'une suite et le nombre de carrés qui la composent. Dessine dans chaque cas les quatre premières figures de la suite et ombre ou regroupe certains carrés de façon à mettre la relation en évidence.

a) Expression algébrique : $4f + 2$

b) Expression algébrique : $2f – 1$

Représentation de relations à l'aide d'expressions algébriques et d'équations (*Suite*)

4. Pour chacune des suites numériques, crée une expression algébrique qui représente la relation entre un terme de la suite et son rang (*n*).

a) 2, 4, 6, 8, …

b) 4, 9, 14, 19, 24, 29, …

c) 28, 32, 36, 40, 44, …

d) 202, 200, 198, 196, …

e) 61, 58, 55, 52, …

5. En quoi les expressions algébriques qui représentent la relation entre un terme et son rang (*n*) dans les suites numériques suivantes sont-elles semblables? En quoi sont-elles différentes?

Suite 1 : 6, 11, 16, 21, 26, 31, …

Suite 2 : 200, 195, 190, 185, 180, …

Représentation de relations à l'aide d'expressions algébriques et d'équations (*Suite*)

6. Une expression algébrique est composée du terme $8n$ auquel on additionne un terme constant. Elle représente la relation entre un terme d'une suite numérique quelconque et son rang (*n*).

a) Crée deux suites possibles.

b) Qu'est-ce qui doit être vrai de toute suite possible?

7. Quelle équation utiliserais-tu pour déterminer le rang (*n*) du terme 100 dans chacune des suites numériques suivantes?

a) 2, 4, 6, 8, …

b) 4, 7,10, …

c) 12, 16, 20, 24, …

d) 121, 120, 119, 118, …

e) 300, 290, 280, …

8. a) L'équation $3n + 8 = 35$ permet de déterminer le rang (*n*) du terme 35 dans une suite numérique. Quels sont les cinq premiers termes de la suite?

b) Vérifie si ta suite est vraiment compatible avec l'équation.

9. Crée une expression algébrique de ton choix.

a) Détermine les premiers termes d'une suite numérique pour laquelle la relation entre un terme de la suite et son rang est représentée par ton expression.

b) Crée une équation qui peut être associée à ta suite.