

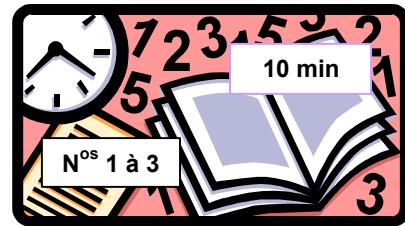
MODULE 9 – OPÉRATIONS FONDAMENTALES

Le présent module peut être réparti sur deux sessions pour permettre une exploration plus exhaustive de son contenu.

Matériel : feuilles volantes, annexe 9.1, annexe 9.2, annexe 9.3, annexe 9.4a et 9.4b.

Objectivation/ Transfert des connaissances (sur le module 8)

Invitez les participants et les participantes à tenir une table ronde pour faire part au groupe de leur projet de mise en œuvre d'un nouveau moyen de communication avec le foyer.



Mise en situation

Introduction

Demandez aux participants et aux participantes d'additionner mentalement les nombres 46 et 27. Invitez des volontaires à expliquer les démarches qu'ils et elles ont utilisées pour trouver la réponse. Consignez leurs différentes démarches sur une feuille volante.

Possibilités :

- Additionner les unités, retenir la dizaine du total de 13, puis additionner les dizaines (semblable à l'algorithme usuel que l'on effectue sur une feuille de papier).
- Additionner les dizaines, ce qui nous donne 60, puis additionner les unités, qui nous donnent 13 et, enfin, additionner 60 et 13 pour obtenir 73.
- Additionner 3 à 27 pour obtenir 30, soustraire 3 de 46 pour obtenir 43, puis additionner 30 et 43 pour obtenir 73.
- Additionner 4 à 46 pour obtenir 50, soustraire 4 de 27 pour obtenir 23, puis additionner 50 et 23 pour obtenir 73.

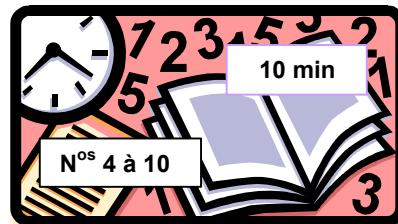
Demandez aux participants et participantes de discuter, en groupe à leur table, des questions suivantes :

- Existe-t-il une seule bonne façon de résoudre ce problème?
- Pourquoi les gens utilisent-ils différentes méthodes et non uniquement l'algorithme usuel pour résoudre de tels problèmes?
- Quelles sont les incidences sur l'enseignement des opérations fondamentales?

Module 9 – Opérations fondamentales

MESSAGES CLÉS

- ❖ L'apprentissage des faits relatifs aux concepts numériques de base nécessite une compréhension des relations entre les nombres et de leur utilité en tant que stratégies pour faire des calculs de manière cohérente et logique.
- ❖ Pour que les élèves acquièrent une compréhension conceptuelle des faits numériques de base, il est essentiel de leur présenter ces faits dans un contexte de résolution de problèmes.
- ❖ Les études démontrent que l'enseignement du calcul selon une approche axée sur la compréhension conceptuelle conduit à une amélioration du rendement, à une bonne rétention et à une réduction du temps nécessaire aux élèves pour maîtriser les opérations arithmétiques.
- ❖ Le sens des opérations arithmétiques se développe en plusieurs étapes. Les élèves doivent être exposés à un grand nombre de stratégies au moyen de l'apprentissage guidé et partagé.
- ❖ Le recours à des problèmes écrits pour présenter, mettre en pratique et consolider les faits numériques de base est l'une des stratégies les plus efficaces que les enseignants et les enseignantes peuvent utiliser pour aider les élèves à faire le lien entre les concepts mathématiques et les procédures abstraites.
- ❖ Les élèves qui manipulent les nombres avec aisance sont plus susceptibles d'utiliser des stratégies efficaces, de rechercher la précision et d'avoir de solides assises pour la compréhension d'autres algorithmes usuels.
- ❖ Lorsqu'on initie les élèves aux algorithmes usuels, il est important de les aider à bien comprendre les opérations, à utiliser les algorithmes avec souplesse plutôt que de leur demander simplement de mémoriser des règles.



Module 9 – Opérations fondamentales

Exploration

Éléments importants

Présenter les éléments importants à considérer lors de l'enseignement des faits numériques de base.

- ❖ Les opérations sur les faits numériques de base comprennent l'addition, la soustraction, la multiplication et la division des nombres de 0 à 9.
- ❖ Dès la 3^e année, on s'attend à ce que les élèves effectuent avec aisance des additions et des soustractions de nombres à un chiffre ainsi que des multiplications et des divisions jusqu'à la table de 7.
- ❖ Les algorithmes sont des ensembles de règles et d'actions ordonnées nécessaires à la résolution d'une addition, d'une soustraction, d'une multiplication ou d'une division sur les nombres entiers à plusieurs chiffres.
- ❖ Dès la 3^e année, on s'attend à ce que les élèves effectuent avec efficacité des additions et des soustractions de nombres à plusieurs chiffres (jusqu'à trois) et qu'ils utilisent aussi ces opérations pour résoudre des problèmes écrits.
- ❖ Par le passé, l'enseignement était axé sur la mémorisation des faits numériques de base, parfois au détriment de la compréhension conceptuelle des structures sous-jacentes des nombres.
- ❖ L'apprentissage des concepts relatifs aux faits numériques de base nécessite une compréhension des relations entre les nombres (p. ex., 7 est 3 de moins que 10 et 2 de plus que 5) et de leur utilité en tant que stratégies pour faire des calculs de manière cohérente et logique
- ❖ Pour que les élèves acquièrent une compréhension conceptuelle des faits numériques de base, il est essentiel de leur présenter ces faits dans un contexte de résolution de problèmes.
- ❖ Les jeux, les activités d'apprentissage et l'exploration donnent aux élèves l'occasion d'utiliser du matériel de manipulation et d'interagir avec leurs camarades tout en pratiquant des stratégies liées aux faits numériques de base et des opérations sur les nombres à plusieurs chiffres.

Module 9 – Opérations fondamentales

Répartir les participants et participantes en trois groupes.

Groupe 1

- Principes d'enseignement des faits numériques de base (pp. 10.8 et 10.9)
- Acquis nécessaires pour développer le sens des opérations arithmétiques (pp. 10.9 à 10.12)

Groupe 2

- Développement du sens des opérations arithmétiques (pp. 10.10 à 10.12)

Groupe 3

- Utilisation pertinente des feuilles de travail et des tests chronométrés (pp. 10.12 à 10.15)

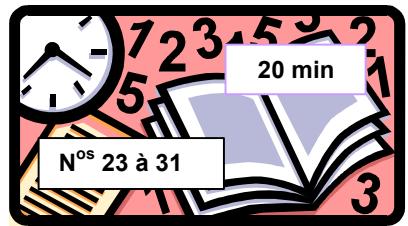
Demandez aux participants et aux participantes de lire la documentation qui porte sur le sujet qui leur a été attribué et de discuter avec leur groupe des points principaux qu'ils y ont relevés. Ils peuvent consigner ces points dans l'annexe 9.1.

Lorsqu'ils ont terminé leur résumé, invitez les participants et les participantes à présenter les points principaux retenus. Chacun peut continuer de remplir les autres sections de l'annexe 9.1.

Module 9 – Opérations fondamentales

Faits numériques de base relatifs à l'addition et à la soustraction

Invitez les participants et les participantes à former des équipes de deux et à explorer la section sur « L'utilisation de modèles pour représenter les faits numériques de base relatifs à l'addition et à la soustraction » (pp. 10.17 et 10.18) et la section « Stratégies pour apprendre les faits numériques de base relatifs à l'addition et à la soustraction » (pp. 10.18 à 10.23).



Demandez aux participants et aux participantes de lire les pages 10.17 à 10.23 et de consigner dans l'annexe 9.2 un résumé des éléments importants relevés au cours de leur lecture. Chaque équipe prépare une courte activité pour l'aider à mieux expliquer un des éléments importants qu'ils ont relevés

Par exemple, les participants et les participantes pourraient donner pour chaque stratégie une courte explication ou un exemple. Comme activité, l'équipe pourrait modéliser l'un des exemples.

Chacun et chacune utilise l'annexe 9.2 pour noter l'information présentée par les autres équipes

Demander des volontaires pour présenter un des éléments importants. Poursuivre jusqu'à ce que tous les éléments importants aient été présentés.

Consolidation des faits numériques de base

Pour aider les élèves à choisir et à utiliser différentes stratégies pour effectuer des additions et des soustractions, les enseignants et les enseignantes peuvent envisager les démarches suivantes :

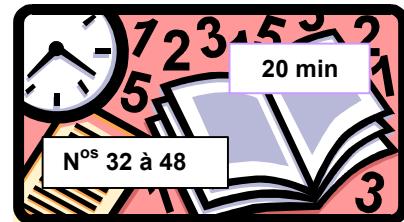
- Intégrer les faits numériques de base à des problèmes à résoudre.
- Au besoin, utiliser des modèles (p. ex., utilisation de jetons).
- Reconnaître que les stratégies utilisées pour se remémorer les faits numériques de base sont rarement les mêmes pour tous les élèves.
- Utiliser des jeux, répéter toute activité ou chanson pertinente et intégrer tout procédé mnémotechnique favorisant la rétention de stratégies.
- S'assurer que toute activité répétitive met bien en vedette une stratégie et non seulement la capacité d'apprendre par cœur.
- Regrouper les faits numériques de base et leurs exercices en fonction de stratégies.
- Inviter les élèves à dresser leur propre liste de stratégies pour les faits numériques qu'ils ou elles trouvent plus difficiles.
- Aider les élèves à établir des liens entre les faits numériques de base (p. ex., en utilisant des cartes éclair triangulaires).

Module 9 – Opérations fondamentales

Faits numériques de base relatifs à la multiplication et à la division

Réflexions sur la multiplication et la division

Présenter les éléments importants de la multiplication et de la division.



Il est important de comprendre que les opérations de multiplication et de division peuvent être abordées de façons différentes :

- La multiplication peut être représentée sous forme d'additions répétées, de tableaux ou d'un ensemble de groupes égaux.

Voici quelques propriétés et stratégies qui favorisent la compréhension conceptuelle de la multiplication :

- la propriété de l'élément neutre dans la multiplication ($a \times 1$ donne toujours a);
- la propriété du zéro ($0 \times a$ donne toujours 0);
- la propriété de commutativité ($2 \times 3 = 3 \times 2$);
- la propriété de distributivité ($4 \times 6 = 2 \times 6 + 2 \times 6$);
- la propriété d'associativité (5×12 est la même chose que $5 \times 6 \times 2$);
- l'opération inverse de la division (Si $10 \div 5 = 2$ alors $2 \times 5 = 10$).

- La division peut être représentée sous forme de soustractions répétées, d'une répartition égale ou de partage.

Voici quelques propriétés et stratégies qui favorisent la compréhension conceptuelle de la division :

- la propriété de l'élément neutre 1 dans la division ($6 \div 1 = 6$);
- l'opération inverse de la multiplication (Si $12 \div 2 = 6$ alors $6 \times 2 = 12$).

Invitez les participants et les participantes à former une équipe avec un nouveau ou une nouvelle partenaire. Demandez-leur d'explorer la section sur « L'utilisation de modèles pour représenter les faits numériques de base relatifs à la multiplication et à la division » (pp. 10.27 et 10.28) et la section « Stratégies pour apprendre les faits numériques de base relatifs à la multiplication et à la division » (pp. 10.29 à 10.33).

Chaque équipe doit préparer un résumé des éléments importants qu'elle a relevés lors de la lecture et concevoir une courte activité pour un élément important recueilli dans le guide.

Lorsque les équipes de deux ont terminé leur travail, invitez les participants et participantes à présenter un élément important. Poursuivre jusqu'à ce que tous les éléments importants aient été présentés.

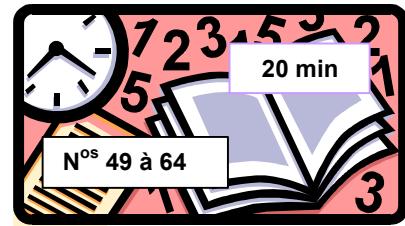
Les participants et les participantes peuvent consigner les idées reçues dans le l'annexe 9.3.

Module 9 – Opérations fondamentales

Opérations sur les nombres entiers à plusieurs chiffres

« Un nombre croissant d'élèves, tant à l'école qu'ailleurs, peuvent créer des méthodes pour additionner et soustraire des nombres à plusieurs chiffres sans enseignement explicite. »

- Carpenter, Franke, Jacobs, Fennema, et Empson, « A Longitudinal Study of Invention and Understanding of Children's Multidigit Addition and Subtraction », *Journal for Research in Mathematics Education*, 1998, p. 4, traduction libre.



Beaucoup d'enseignants ont appris une seule manière d'effectuer des opérations sur les nombres à plusieurs chiffres : en se servant de l'algorithme usuel enseigné dans les écoles d'Amérique du Nord. Cependant, selon le contexte, les opérations sur les nombres à deux chiffres peuvent se faire de bien des façons.

Pensons seulement au calcul que l'on doit faire pour rendre la monnaie d'un achat de 7,69 \$ payé avec un billet de 10 \$. L'algorithme usuel est-il efficace dans cette situation?

Les élèves qui utilisent les nombres avec souplesse sont plus susceptibles d'utiliser des stratégies efficaces, de rechercher la précision et de comprendre plus facilement d'autres algorithmes usuels.

Les algorithmes usuels utilisés en Amérique du Nord ont été établis pour accélérer les calculs. Ce sont des raccourcis pratiques et utiles pour les personnes qui comprennent l'algorithme et les concepts sous-jacents.

Cependant, pour les élèves à qui on n'a pas enseigné les concepts sur lesquels se fonde l'algorithme, la mémorisation d'un algorithme abstrait marque souvent le début de leur conviction que les mathématiques « n'ont pas de sens » et qu'elles reposent uniquement sur la mémorisation de règles et de procédures routinières (voir l'exemple aux pages 10.36 et 10.37).

Présentez et discutez des compétences qu'acquièrent les élèves lorsqu'ils développent leurs propres algorithmes. Les élèves qui sont encouragés à utiliser leurs propres stratégies pour effectuer des opérations sur les nombres à plusieurs chiffres acquièrent les compétences suivantes :

- un meilleur sens du nombre;
- plus de souplesse dans la résolution de problèmes;
- une meilleure compréhension de la valeur de position;
- une plus grande facilité de calcul mental;
- une plus grande facilité à établir des liens entre les symboles des algorithmes usuels et ce qu'ils représentent.

Module 9 – Opérations fondamentales

Demandez aux participants et aux participantes de former des groupes de cinq personnes. Chaque membre d'un groupe doit lire sur l'un des sujets suivants et consigner les idées importantes qu'il ou elle a relevé lors de sa lecture des annexes 9.4a ou 9.4b.

- Enseignement des algorithmes (pp. 10.39 à 10.43)
- Algorithmes créés par les élèves (pp. 10.43 à 10.45)
- Approche axée sur la recherche... (pp. 10.45 à 10.46)
- Algorithmes usuels (pp. 10.53 à 10.55)
- Estimation (pp. 10.55 à 10.57)

Lorsque les équipes ont terminé leurs recherches, invitez-les à présenter au groupe ce qu'ils ont appris. Ils peuvent continuer à consigner dans les annexes 9.4a et 9.4b ce qu'ils apprennent des membres des autres groupes.

Soulignez que le chapitre 10 renferme un certain nombre de suggestions d'activités pour l'enseignement des opérations sur les nombres à plusieurs chiffres (aux pages 10.47 à 10.53), mais qu'en raison du manque de temps, elles ne sont pas abordées dans le présent module. Précisez également que les annexes 10.1 et 10.2 du Guide d'enseignement efficace de la maternelle à la 3^e année présentent les directives et les feuilles reproductibles pour les jeux.

Objectivation/ Transfert des connaissances

Dans votre classe

Encouragez les participants et les participantes à mettre une nouvelle stratégie ou une nouvelle activité à l'essai dans leur classe pour enseigner les faits numériques de base ou les opérations sur les nombres à plusieurs chiffres.