

Guide d'enseignement efficace des mathématiques

de la 1^{re} à la 3^e année



Géométrie et sens de l'espace

Document d'appui
Édition révisée

2017

Guide d'enseignement efficace des mathématiques

de la 1^{re} à la 3^e année

Géométrie et sens de l'espace

Ce document a été produit en s'efforçant, dans la mesure du possible, d'identifier les ressources et outils mathématiques (p. ex., le matériel de manipulation) par leur nom générique. Dans le cas où un produit spécifique est utilisé par le personnel enseignant des écoles de l'Ontario, ce produit a été identifié par la marque sous laquelle il est commercialisé. L'inclusion des références aux produits spécifiques dans le présent document ne signifie aucunement que le ministère de l'Éducation en recommande l'utilisation.

Ministère de l'Éducation

Imprimé sur du papier recyclé

ISBN 978-1-4868-0585-3 PDF

Guide d'enseignement efficace des mathématiques, de la 1^{re} à la 3^e année : Géométrie et sens de l'espace - document d'appui

© Imprimeur de la Reine pour l'Ontario, 2017

Table des matières

Introduction	1
Propriétés des formes géométriques	2
Aperçu et énoncés de la grande idée.....	2
Grande idée : Propriétés des formes géométriques	2
Caractéristiques de l'apprentissage des élèves et stratégies d'enseignement par année d'études.....	3
1 ^{re} année.....	3
2 ^e année.....	6
3 ^e année.....	9
Relations géométriques	12
Aperçu et éléments de la grande idée.....	12
Caractéristiques de l'apprentissage des élèves et stratégies d'enseignement par année d'études.....	18
1 ^{re} année.....	18
2 ^e année.....	21
3 ^e année.....	25
Position et déplacement	28
Aperçu et énoncés de la grande idée.....	28
Caractéristiques de l'apprentissage des élèves et stratégies d'enseignement par année d'études.....	29
1 ^{re} année.....	29
2 ^e année.....	30
3 ^e année.....	31

An equivalent publication is also available in English under the title *A Guide to Effective Instruction in Mathematics, Grades 1 to 3 – Number Sense and Numeration*

Cette publication se trouve sur le site Web du Ministère à l'adresse suivante :
<http://www.edu.gov.on.ca>



Introduction

Ce document d'appui est conçu pour les enseignants et les enseignantes de la 1^{re} à la 3^e année afin de les aider à améliorer le rendement des élèves en mathématiques dans le domaine Géométrie et sens de l'espace.

Il accompagne le *Guide d'enseignement efficace des mathématiques, de la 1^{re} à la 3^e année, Géométrie et sens de l'espace, Édition révisée, 2017*

Caractéristiques du document

Ce document d'appui comprend :

- un aperçu de certaines grandes idées du domaine Géométrie et sens de l'espace :
 - propriétés des formes géométriques;
 - relations géométriques;
 - position et déplacement.
- des caractéristiques de l'apprentissage des élèves de la 1^{re} année à la 3^e année lors de leur apprentissage de chacune de ces grandes idées;
- des stratégies d'enseignement qui soutiennent les élèves de la 1^{re} à la 3^e année dans leur apprentissage de chacune de ces grandes idées.



Propriétés des formes géométriques

Même si les élèves doivent apprendre le vocabulaire propre à la géométrie, l'apprentissage de cette terminologie ne devrait pas constituer l'aspect principal du programme. L'accent devrait plutôt être mis sur l'exploration et la compréhension des rapports entre les figures et sur la pensée géométrique.

(Ministère de l'Éducation, 2005, p. 9)

Aperçu et énoncés de la grande idée

La grande idée de propriétés des formes géométriques est essentielle pour comprendre et décrire le monde qui nous entoure. L'élève visualise, dessine et compare des objets de son environnement. Par la manipulation et la résolution de problèmes, il ou elle explore les attributs et les propriétés des figures planes et des solides. Plus on peut faire de liens, plus l'apprentissage des concepts de figures planes et de solides est signifiant. Les énoncés suivants expliquent en quoi consiste cette grande idée.

Grande idée : Propriétés des formes géométriques

Les formes géométriques et leurs propriétés permettent de décrire le monde qui nous entoure.

Énoncé 1 : Les figures planes et les solides ont des propriétés (p.ex., nombre de faces, de sommets, d'axes de symétrie...) qui permettent de les reconnaître, de les nommer, de les comparer et de les classer.

Énoncé 2 : L'exploration d'une grande variété de représentations de figures planes et de solides permet de faciliter la compréhension de leurs propriétés.

Énoncé 3 : Les figures planes et les solides peuvent être assemblés ou décomposés pour créer de nouvelles figures planes ou de nouveaux solides.

Note

Pour plus de renseignements sur la grande idée Propriétés des formes géométriques voir le *Guide d'enseignement efficace des mathématiques de la 1^{re} à la 3^e année, Géométrie et sens de l'espace, Édition révisée, 2017, p. 31-54*

Caractéristiques de l'apprentissage des élèves et stratégies d'enseignement par année d'études

1^{re} ANNÉE

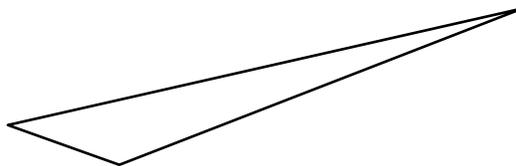
Caractéristiques de l'apprentissage des élèves

En général, les élèves de 1^{re} année sont en mesure :

- de reconnaître des représentations concrètes et iconiques de figures planes (cercles, triangles, quadrilatères) de toutes les formes, tailles et orientations. Certains élèves peuvent erronément identifier des figures planes qui ressemblent à des cercles, à des triangles ou à des rectangles y incluant des carrés. Par exemple, les figures planes suivantes pourraient être confondues avec des rectangles :

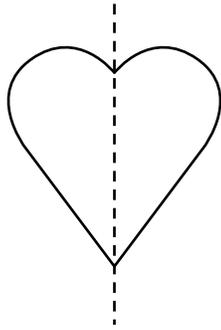


- de décrire les propriétés géométriques des figures planes. Même si les élèves les décrivent de façon incomplète en raison de leur compréhension émergente de la terminologie de la géométrie, ils peuvent nommer certaines des propriétés des figures planes (p. ex., « Un carré a quatre côtés congrus »);
- de reconnaître les triangles et les rectangles non conventionnels et de faire appel à leurs connaissances antérieures pour justifier leur raisonnement. Par exemple, un ou une élève pourrait décrire la figure plane suivante, en disant : « C'est une forme étrange, longue et mince, mais c'est quand même un triangle puisqu'elle a trois côtés. »

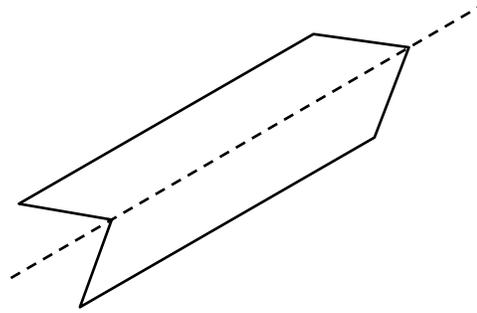


- de visualiser des cercles, des triangles et des rectangles y incluant des carrés, même si leur image mentale correspond à une figure conventionnelle. Les élèves peuvent par exemple répondre à la question suivante : « Imagine un rectangle. Que vois-tu? »;
- de reconnaître des représentations concrètes et iconiques de solides (p. ex., cube, cône, sphère, prisme à base rectangulaire) et décrire certains attributs (une sphère est ronde et peut rouler, un prisme a des côtés plats et peut être empilé).

- de reconnaître des exemples de symétrie dans leur environnement, particulièrement quand l'axe est vertical ;



Axe de symétrie vertical



Axe de symétrie non vertical

- de dessiner des formes symétriques ou d'en créer à l'aide de matériel concret.

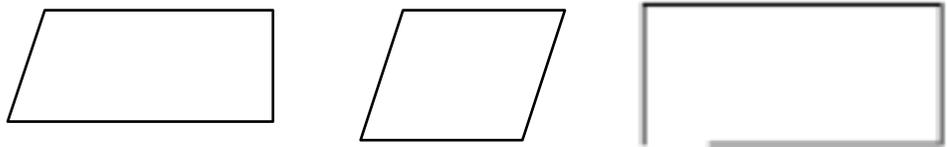
Stratégies d'enseignement

Les stratégies d'enseignement suivantes soutiennent les élèves de 1^{re} année dans leur apprentissage :

- Fournir des occasions de manipuler, de dessiner, de construire et de représenter (p. ex., sur un géoplan) des figures planes.
- Animer des discussions sur des exemples et des non-exemples de figures planes. Certaines questions encouragent les élèves à réfléchir sur les propriétés géométriques des figures planes et favorisent l'acquisition du vocabulaire géométrique approprié, par exemple : « pourquoi les figures planes suivantes sont-elles des rectangles? »



- « Pourquoi les figures planes suivantes ne sont-elles pas des rectangles? Comment faudrait-il les modifier pour qu'elles en soient? »



N.B. : Dans le cadre des discussions sur les exemples et les non-exemples de rectangles, donnez des exemples de carrés. Si les élèves répondent « Ceci n'est pas un rectangle, parce que c'est un carré », faites découvrir pourquoi le carré est aussi un rectangle parce qu'il a toutes les propriétés nécessaires : quatre côtés et quatre angles droits. Même si les élèves ne sont pas en mesure d'expliquer la relation entre les rectangles et les carrés, évitez de donner des explications erronées, comme « C'est un carré et non un rectangle. »

- Animer des discussions sur les attributs et les caractéristiques des figures planes afin que les élèves puissent construire les concepts et s'appropriier le langage qui permet d'expliquer pourquoi une figure plane appartient à une certaine classe (p. ex., « toutes ces figures planes sont des rectangles, car elles ont quatre côtés et quatre angles droits »).
- Utiliser des jeux qui misent sur les propriétés géométriques des figures planes et des solides, comme un jeu de devinette où les élèves écoutent la description d'une figure plane ou d'un solide et tentent de la ou le nommer. L'enseignante ou l'enseignant pourrait par exemple dire : « Je suis une figure qui possède trois côtés. Qui suis-je? ».
- Fournir des occasions de mesurer, de plier et de découper des figures planes pour découvrir et nommer leurs propriétés (p. ex., plier un carré pour voir que tous les côtés sont congrus).
- Fournir des occasions de construire ou de manipuler des formes géométriques à l'ordinateur (p. ex., en utilisant les outils d'apprentissage offerts sur le site mathies.ca).
- Fournir des occasions de repérer et de décrire des figures planes ou des solides dans l'environnement.
- Fournir des occasions de trier et de classer des figures planes ou des solides selon divers attributs observables, et d'en justifier le classement.
- Fournir des occasions de décrire les ressemblances et les différences entre des figures planes et des solides.
- Animer des discussions sur les propriétés et les attributs des solides. Les élèves peuvent par exemple expliquer qu'un cône possède une base en forme de cercle et une surface courbe.
- Fournir des occasions de construire des structures à l'aide de matériaux concrets (p. ex., blocs de construction, jeu de construction) et animer des discussions sur les solides utilisés.
- Fournir des occasions de construire des modèles de solides (p. ex., faire un cube avec de la pâte à modeler).
- Utiliser de façon informelle la terminologie géométrique, même si on ne s'attend pas à ce que les élèves l'utilisent, couramment. Par exemple, l'enseignant ou

l'enseignante dit : « Yoko dit que cette figure plane est en rectangle écrasé. Cette figure plane s'appelle un quadrilatère, car il s'agit d'une forme à quatre côtés. ».

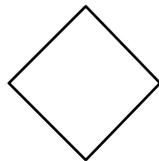
- Fournir des occasions de repérer des exemples de symétrie dans leur environnement et d'animer des discussions sur ceux-ci.
- Fournir des occasions de créer des images et des modèles symétriques.
- Fournir des occasions de placer des objets à l'intérieur ou à l'extérieur d'une région.
- Fournir des occasions d'identifier des régions (intérieures et extérieures) et des frontières à l'aide de matériel concret (p. ex., géoplan).

2^e ANNÉE

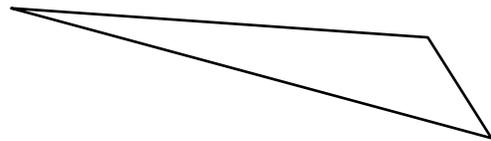
Caractéristiques de l'apprentissage des élèves

En général, les élèves de 2^e année sont en mesure :

- de reconnaître des représentations concrètes et iconiques de rectangles, incluant le carré et le triangle, peu importe leur forme, leur taille ou leur orientation (p. ex., le carré et le triangle suivants);



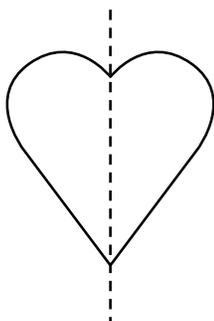
Cette figure plane semble être un losange à cause de l'orientation de la figure. Toutefois, elle est aussi un carré, car elle a quatre côtés congrus et quatre angles droits.



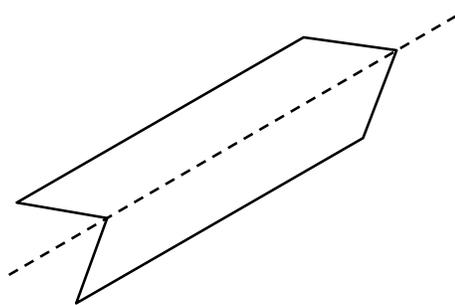
Cette figure plane longue et mince est un triangle, car elle a trois côtés.

- de décrire les propriétés géométriques des figures planes (p. ex., un rectangle possède quatre côtés et quatre angles droits) et des solides (p. ex., un cône a une surface courbe et une base en forme de cercle) et de faire appel à leurs connaissances antérieures pour justifier leur raisonnement ;
- de reconnaître les figures planes (triangle, rectangle, pentagone, hexagone, heptagone, octogone) en comptant le nombre de côtés ou de sommets ;
- de reconnaître et de décrire des représentations concrètes et iconiques de solides (cube, cône, cylindre, sphère, prisme, pyramides);
- d'identifier et de décrire les faces et les surfaces des solides;

- de reconnaître des exemples de symétrie dans leur environnement, entre autres de formes dont l'axe est non vertical;



Axe de symétrie vertical



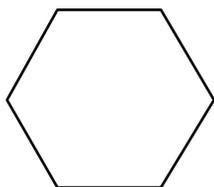
Axe de symétrie non vertical

- de dessiner des formes symétriques ou d'en créer à l'aide de matériel concret;
- de déterminer l'axe de symétrie de formes à deux dimensions. Les élèves reconnaissent facilement les axes verticaux, mais peuvent avoir du mal à repérer les axes de symétrie non verticaux.

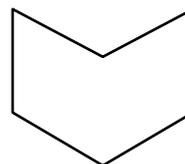
Stratégies d'enseignement

Les stratégies d'enseignement suivantes soutiennent les élèves de 2^e année dans leur apprentissage :

- Fournir des occasions de manipuler, de dessiner, de construire et de représenter (p. ex., sur un géoplan) des figures planes.
- Fournir des occasions de construire et de manipuler des formes géométriques à l'ordinateur (p.ex., en utilisant les outils d'apprentissage offerts sur le site mathies.ca).
- Fournir des occasions de reconnaître des triangles, des rectangles, des pentagones, des hexagones, des heptagones et des octogones en dénombrant le nombre de côtés ou de sommets. Des polygones réguliers et irréguliers devraient compter parmi les exemples :



Hexagone régulier



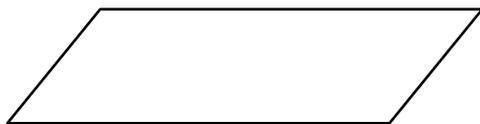
Hexagone irrégulier

- Animer des discussions sur les caractéristiques et les attributs des figures planes et des solides permettant aux élèves de construire les concepts et de s'approprier le vocabulaire relatif aux propriétés géométriques.
- Fournir des occasions de repérer et de décrire des figures planes et des solides dans leur environnement.
- Fournir des occasions de trier et de classer des figures planes (p.ex., selon le nombre de côtés ou de sommets) et des solides (p.ex., selon la forme des faces), et d'en justifier le classement.
- Fournir des occasions de décrire les ressemblances et les différences entre les figures planes et les solides.
- Fournir des occasions de construire des modèles de solides à l'aide de matériaux (p.ex., pâte à modeler, papiers découpés, pièces de Polydron) et de décrire les faces des solides.
- Fournir des occasions de construire des squelettes de prismes et de pyramides en utilisant des matériaux comme des pailles et des cure-dents.
- Utiliser des jeux qui misent sur les propriétés géométriques des figures planes et des solides, par exemple :
 - Devinettes sur les formes géométriques, où les élèves écoutent la description d'une forme géométrique et essaient de la nommer, par exemple, l'enseignante ou l'enseignant pourrait dire « Je suis un solide qui a deux faces circulaires et une surface courbe. Qui suis-je? ».
 - Devinettes sur un critère de classement, où une enseignante ou un enseignant a classé un ensemble de figures planes ou de solides et demande aux élèves d'en déterminer le critère de classement.
- Fournir des occasions de repérer des exemples de symétrie dans leur environnement, incluant des formes dont l'axe de symétrie n'est pas vertical et des formes possédant plus d'un axe de symétrie, et d'animer des discussions sur ces exemples.
- Fournir des occasions de créer des images et des modèles symétriques.
- Fournir des occasions de trouver l'axe de symétrie de formes simples et de valider leurs réponses, notamment en pliant la feuille de papier ou en utilisant un miroir transparent (miroir Mira).

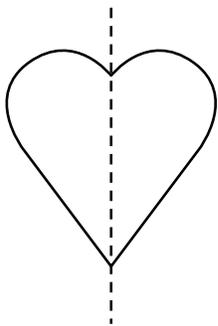
Caractéristiques de l'apprentissage des élèves

En général, les élèves de 3e année sont en mesure :

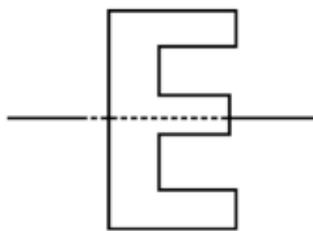
- de reconnaître diverses figures planes (p.ex., triangles, quadrilatères, pentagones, hexagones, heptagones, octogones) de toutes les formes, tailles et orientations. Les élèves analysent les propriétés de la figure plane (p.ex., nombre de côtés, nombre d'axes de symétrie). La figure plane suivante, par exemple, a quatre côtés et aucun axe de symétrie : il s'agit donc d'un quadrilatère asymétrique ;



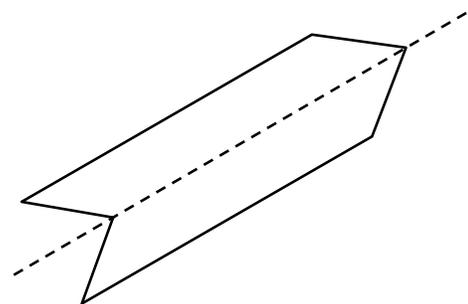
- de décrire les propriétés géométriques de figures planes (p.ex., un pentagone régulier possède cinq côtés de longueur égale) et de solides (p. ex., un prisme à base pentagonale possède deux faces pentagonales et cinq faces rectangulaires);
- de nommer les prismes et les pyramides selon la forme de leur base (p.ex., prisme à base triangulaire, pyramide à base carrée); de reconnaître et de décrire les autres faces des prismes et des pyramides (p.ex., le prisme à base triangulaire est composé de deux faces triangulaires et de trois faces rectangulaires);
- de reconnaître des exemples de symétrie dans leur environnement, notamment de symétrie non verticale (horizontale et diagonale);



Axe de symétrie vertical



Axe de symétrie horizontal



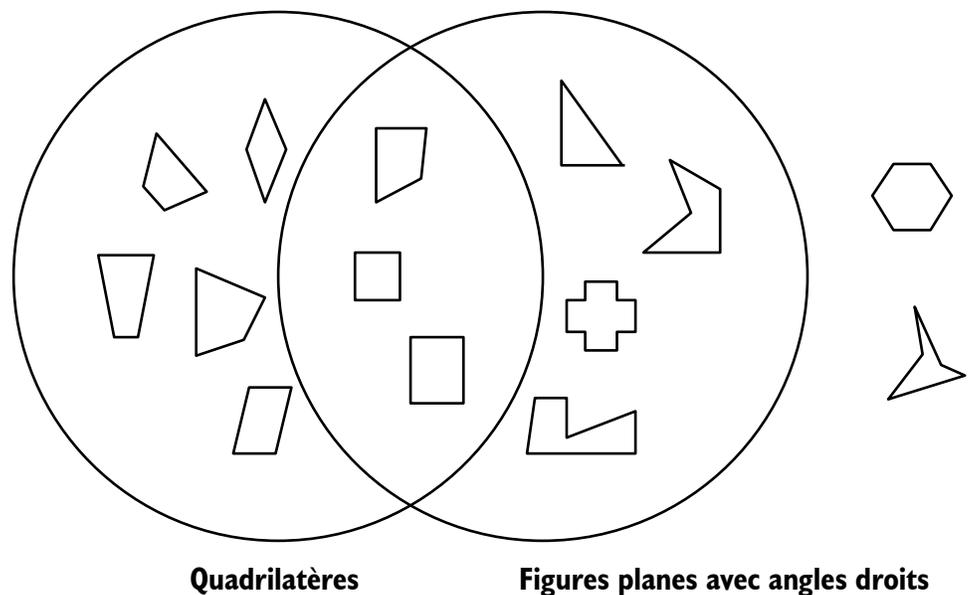
Axe de symétrie non vertical

- de dessiner des formes symétriques ou d'en créer à l'aide de matériel concret;
- de déterminer l'axe de symétrie de formes à deux dimensions.

Stratégies d'enseignement

Les stratégies d'enseignement suivantes soutiennent les élèves de 3^e année dans leur apprentissage :

- Fournir des occasions de manipuler, de dessiner, de construire et de représenter des figures planes (p.ex., sur un géoplan).
- Fournir des occasions de construire et de manipuler des formes géométriques à l'ordinateur (p.ex., en utilisant les outils d'apprentissage offerts sur le site mathies.ca).
- Animer des discussions sur les attributs et les caractéristiques des figures planes et des solides permettant aux élèves de construire les concepts et de s'approprier le vocabulaire relatif aux propriétés géométriques.
- Fournir des occasions de trier et de classer des figures planes et des solides selon deux propriétés ou plus. Le diagramme de Venn permet aux élèves de les classer et de trouver leurs propriétés communes. Le diagramme de Venn suivant illustre une façon de classer certaines figures planes.



- Fournir des occasions de décrire les ressemblances et les différences entre les figures planes et des solides.
- Fournir des occasions d'assembler et de décomposer des solides (p.ex., en utilisant des papiers découpés ou des formes en plastique), et de décrire les faces et les surfaces de celles-ci.
- Fournir des occasions de construire des prismes et des pyramides à l'aide de développements.

- Fournir des occasions de repérer des exemples de symétrie dans leur environnement dont les axes sont verticaux, horizontaux ou diagonaux, et des formes possédant plus d'un axe de symétrie, et discuter de ces exemples.
- Fournir des occasions de créer des images et des modèles symétriques.
- Fournir des occasions de trouver l'axe de symétrie de formes simples, notamment en pliant la feuille de papier ou en utilisant un miroir transparent (miroir Mira).



Relations géométriques

Le sens de l'espace est la conscience intuitive que l'on a de son environnement et des objets qui s'y trouvent. La géométrie nous aide à représenter et à décrire, de façon ordonnée, les objets qui nous entourent et leurs relations spatiales. En outre, l'acquisition d'un sens approfondi des relations spatiales et une maîtrise des concepts et du langage de la géométrie permettent aux élèves d'améliorer leur compréhension des concepts liés à la mesure et à la numération.

(Ministère de l'Éducation, 2005, p.9)

Aperçu et éléments de la grande idée

En Géométrie et sens de l'espace, comme dans tous les domaines du curriculum de mathématiques, les enseignantes et les enseignants et les élèves doivent mettre l'accent sur de nombreuses relations. Il importe que les élèves comprennent les relations entre les différents concepts géométriques et qu'ils constatent que cette matière est pertinente dans d'autres disciplines et dans des situations de la vie courante. Certaines relations sont particulièrement importantes pour le développement de la compréhension géométrique, et les enseignantes et enseignants doivent leur proposer de nombreuses activités pédagogiques mettant l'accent sur celles-ci tout au long du cycle primaire.

Grande idée : relations géométriques

Élément 1 : Les figures planes et les solides peuvent être composées d'autres formes géométriques ou se décomposer en d'autres formes géométriques.

Élément 2 Il existe des relations entre les figures planes et les solides (p.ex., les rectangles sont aussi des quadrilatères et les carrés sont aussi des rectangles).

Composition et décomposition des figures planes et solides

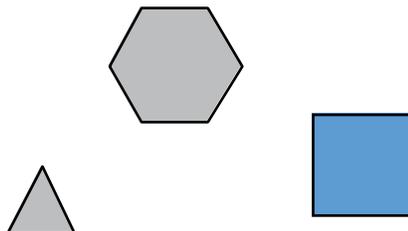
Lorsqu'ils commencent l'école, la plupart des élèves sont en mesure de repérer des exemples de formes dans leur environnement. Ils savent aussi que les formes qu'ils reconnaissent sont rarement isolées, et que plusieurs formes font partie de figures ou d'objets plus grands. Si on leur demandait par exemple de trouver des rectangles dans la classe, les élèves pourraient aussi remarquer que la fenêtre est constituée de panneaux de verre rectangulaire et que le couvercle fait partie d'une boîte où « les côtés et le fond sont des rectangles ».

L'enseignement doit aller au-delà de l'identification de figures planes et de solides. Il doit plutôt aider les élèves à comprendre les relations physiques entre les formes et les figures lorsqu'elles sont assemblées (composées) ou décomposées. Des activités de construction de structures à l'aide de formes géométriques (p.ex., mosaïques géométriques ou pièces de tangram), telles que créer de nouvelles formes par assemblage ou par décomposition, permettent aux élèves de réfléchir à la façon dont les formes géométriques s'assemblent à des fins fonctionnelles (p. ex., concevoir une machine) et esthétiques (p.ex., créer un modèle).

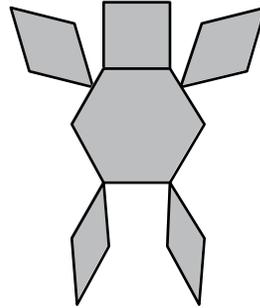
Créer des illustrations en assemblant des figures planes favorise la réflexion des élèves et les discussions sur la géométrie à deux dimensions. Les jeunes enfants traversent les étapes du développement (présentées ci-après) en assemblant des formes géométriques pour en faire des formes géométriques complexes (Clements, 2004). Même si des âges approximatifs sont indiqués pour chaque étape, la progression de l'élève dépend surtout de son expérience. L'enseignante ou l'enseignant joue un rôle important à cet égard et doit proposer des activités créatives et démontrer comment assembler des formes géométriques de plus en plus complexes.

Étapes du développement selon Clements :

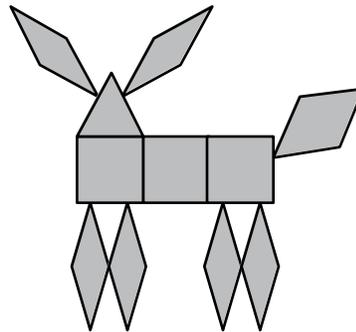
- **Agencement** (âge approximatif : 3 ans) Les enfants utilisent des formes géométriques isolées pour représenter des objets ou des personnes, mais ne sont pas encore capables de les assembler pour créer une plus grande forme géométrique. Ils pourraient par exemple utiliser trois formes géométriques pour représenter le soleil, une glissade et un bac à sable.



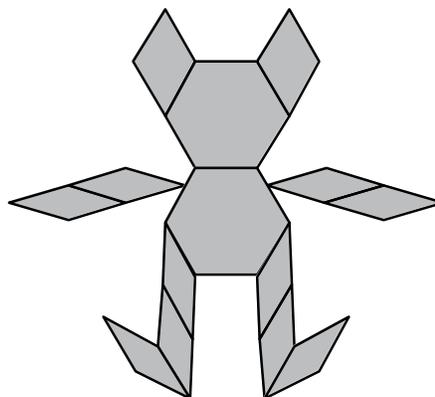
- **Assemblage de formes individuelles** (âge approximatif : 4 ans) Les enfants assemblent des formes géométriques. Chaque forme géométrique représente une partie d'un objet ou d'une personne (p.ex., un losange pour représenter une jambe). Comme à l'étape précédente, l'enfant voit les formes géométriques comme un tout et ne perçoit que très peu de relations géométriques entre les formes géométriques ou les parties d'une forme géométrique.



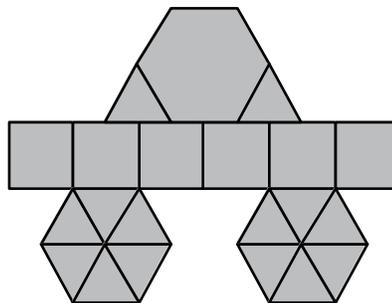
- **Création par essais et erreurs** (âge approximatif : 5 ans) Les enfants assemblent des formes géométriques. Plusieurs formes géométriques représentent les parties d'un objet (p.ex., trois carrés pour le tronc d'un corps). Ils procèdent par essais et erreurs pour créer de nouvelles formes géométriques.



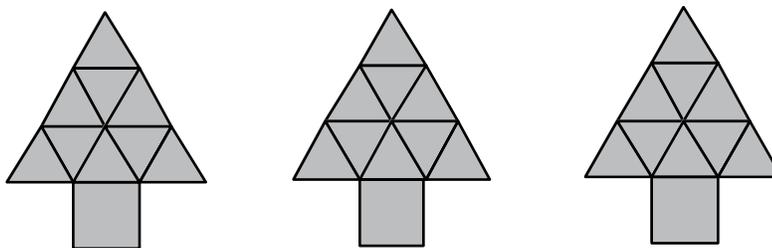
- **Composition individuelle** (âge approximatif : 5 ans) Les enfants assemblent intentionnellement des formes géométriques et savent lesquelles s'agencent bien entre elles.



- **Substitution** (âge approximatif : 6 ans) Les enfants assemblent des ensembles de formes géométriques complexes et sont en mesure de substituer certaines formes géométriques pour d'autres (p.ex., six triangles verts pour créer un hexagone jaune à l'aide de mosaïques géométriques).



- **Reproduction de formes géométriques complexes** (âge approximatif : 7 ans) Les enfants construisent un motif à l'aide de formes géométriques et le répètent intentionnellement.



Relations entre les formes géométriques

Les activités où les élèves manipulent, construisent et décomposent des objets à trois dimensions leur permettent de voir les relations entre les solides et leurs faces à deux dimensions (p. ex., un cube est composé de faces carrées). Lorsqu'ils comprennent que les figures planes sont des composantes des solides, les élèves sont en mesure de décomposer les objets de leur environnement, d'assembler leurs propres objets et de représenter des objets de façon iconique ou graphique.

Classer des solides permet aux élèves de se concentrer sur les faces à deux dimensions qui les composent. Lors de leurs premières expériences, ils utiliseront leurs propres critères ou des critères proposés par l'enseignante ou l'enseignant et découvriront que les solides peuvent être constitués de parties « planes » ou « courbes ». Cette découverte les aidera à comprendre les faces des solides.

La construction de modèles de solides, comme des prismes et des pyramides, constitue une autre expérience d'apprentissage précieuse qui aide les élèves

à comprendre que les solides sont faits de faces à deux dimensions. Quand les élèves construisent un modèle, par exemple avec de la pâte à modeler, ils doivent penser à la forme du solide, c'est-à-dire aux formes des différentes faces ou surfaces. Plus tard dans leur parcours scolaire, lorsqu'ils construiront des modèles, les élèves devront visualiser les formes géométriques composant le modèle et l'orientation de celles-ci.

Relations entre les classes des figures planes

Les relations entre les différentes classes de figures planes sont importantes à établir. Au primaire, les élèves apprennent les propriétés d'un rectangle, d'un carré, d'un quadrilatère et d'autres formes géométriques. À mesure que les élèves développent leur compréhension de ces propriétés, ils apprennent que certaines classes sont en fait des sous-ensembles d'autres classes. Ils apprennent notamment que :

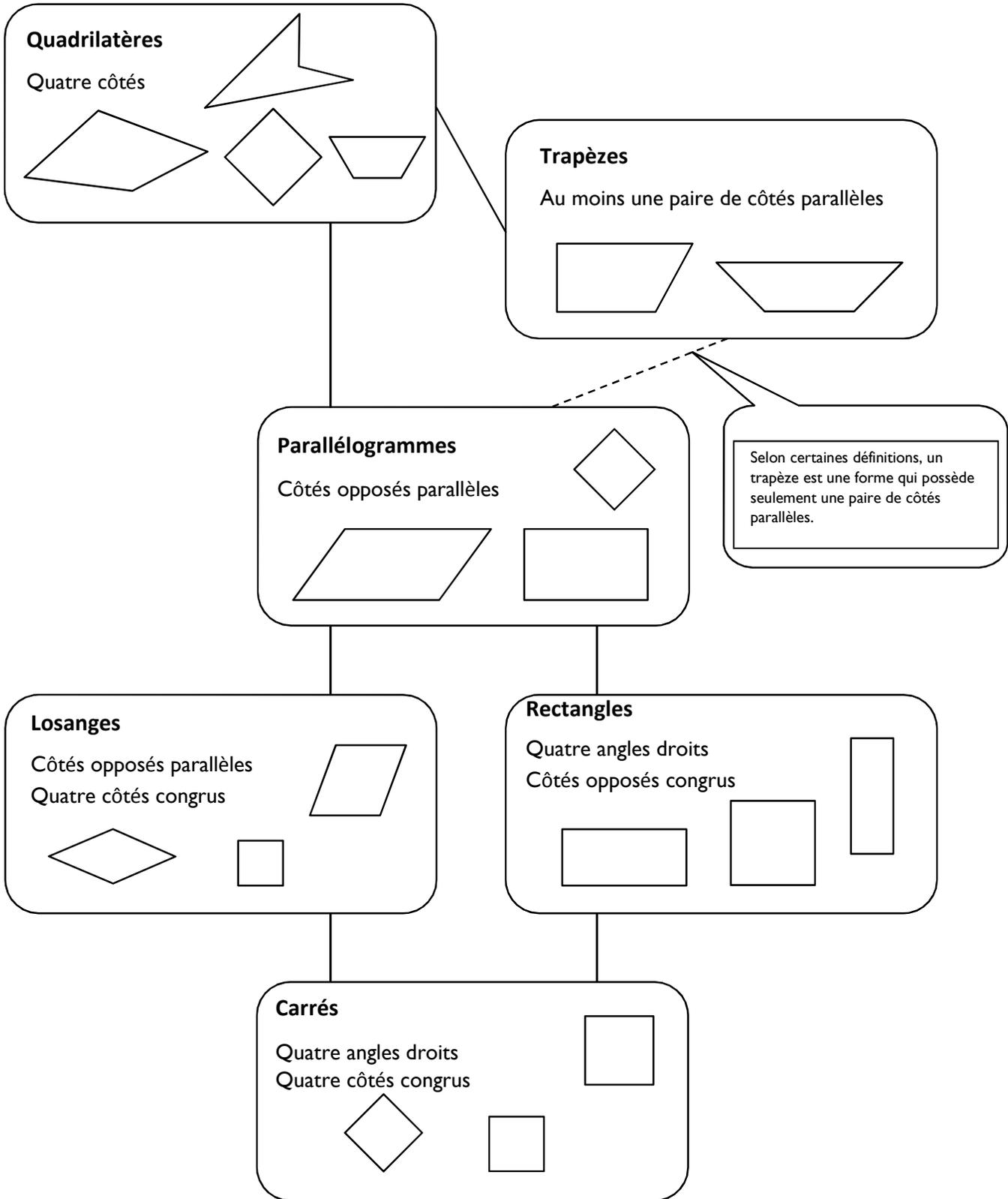
- les rectangles sont aussi des quadrilatères, car les deux ont quatre côtés;
- les carrés sont également des rectangles, car les deux ont quatre côtés et quatre angles droits.

Il n'est pas réaliste de s'attendre à ce que les élèves du primaire comprennent et expliquent parfaitement les relations entre les classes des figures planes. Cependant, l'enseignant ou l'enseignante doit veiller à ne pas classer les figures planes de façon si rigide qu'il ou elle transmet des renseignements erronés que les élèves devront « désapprendre » plus tard (Clements, 1999; Copley, 2000). Par exemple, une enseignante ou un enseignant ne devrait pas dire : « Non, ce n'est pas un rectangle, c'est un carré. »

Le diagramme de la page suivante illustre les relations entre les classes des quadrilatères. Puisque les côtés opposés d'un parallélogramme sont parallèles, les losanges, les rectangles et les carrés sont tous, par définition, des parallélogrammes. D'ailleurs, le diagramme montre que les carrés sont aussi des losanges (côtés opposés parallèles et quatre côtés congrus) et des rectangles (quatre angles droits et côtés opposés congrus).

NB Ces renseignements ne sont fournis qu'à titre de référence aux enseignantes et enseignants et ne sont pas matière à enseignement pour les élèves du cycle primaire.

Classification des quadrilatères



Congrus : se dit de deux angles ou de deux segments de droite dont les mesures sont égales.

Congruentes : se dit des deux figures planes dont les mesures de tous les éléments correspondants (côtés et angles) sont égales.

Congruence

La congruence est une relation particulière entre des figures planes dont les mesures de tous les éléments correspondants (côtés et angles) sont égales. Bien que les élèves ne démontrent cette relation qu'au cycle moyen, il importe que les enseignantes et enseignants du cycle primaire le comprennent afin que les élèves en 2^e et 3^e année puissent explorer et construire le concept des « figures planes régulières » – une figure dont les côtés et

les angles sont tous congrus. À ce moment, les élèves, découvrent que celles-ci « se ressemblent en tous points » en les superposant les unes sur les autres pour voir à quel point elles correspondent. En 3^e année, les élèves devraient utiliser le terme « congru » mais ne décrivent la « congruence » qu'en faisant référence aux côtés de longueur égale des figures planes régulières.

Cependant, les élèves du cycle primaire rencontreront souvent des concepts liés à la congruence en géométrie par exemple :

- les faces d'un solide peuvent être congruentes (p.ex., les faces d'un cube sont des carrés congruents; les deux bases d'un prisme à base pentagonale sont en forme de pentagones congruents);
- les translations (déplacer une forme) et les réflexions (faire refléter une forme comme dans un miroir) donnent une image congruente à la figure initiale.

Le concept de congruence s'applique aussi avec les solides mais est explorée surtout au cycle intermédiaire.

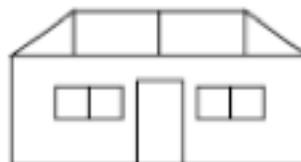
Caractéristiques de l'apprentissage des élèves et stratégies d'enseignement par année d'études

1^{re} ANNÉE

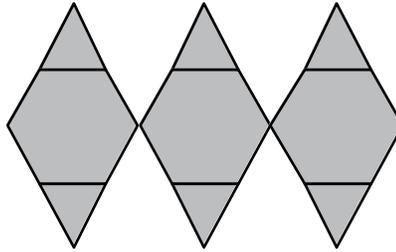
Caractéristiques de l'apprentissage des élèves

En général, les élèves de 1^{re} année sont en mesure :

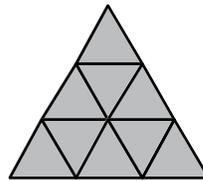
- d'assembler des figures planes pour créer des dessins. La plupart des élèves assemblent quelques figures planes pour faire une partie du dessin (p.ex., des triangles et des rectangles pour faire un toit).



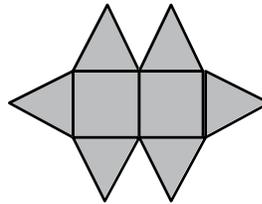
- de réaliser des modèles et des motifs avec des formes géométriques (p. ex., mosaïques géométriques). Les élèves doivent penser à la longueur des côtés et aux angles pour déterminer comment assembler les formes géométriques (p. ex., combiner des triangles et des hexagones pour réaliser un motif de losanges);



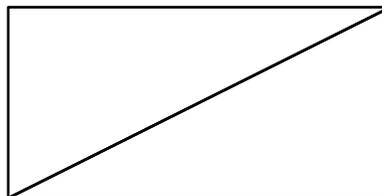
- de créer une grande forme géométrique en utilisant des petites formes géométriques (p. ex., utiliser de petits triangles pour faire un plus gros triangle);



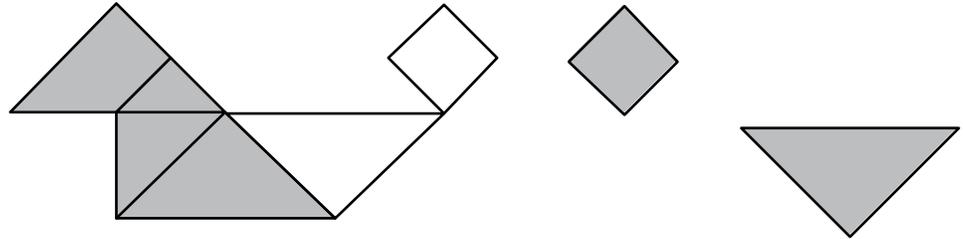
- de décrire les relations entre les formes géométriques constituant une plus grande forme géométrique. Certains élèves pourraient par exemple décrire la forme géométrique suivante comme étant composée de deux carrés entourés de triangles; d'autres pourraient dire que les deux carrés forment un rectangle;



- de décomposer des figures planes en d'autres figures planes (p. ex., diviser un rectangle en deux triangles);



- de résoudre des casse-têtes géométriques, où seul le contour est dessiné, avec des formes géométriques (p. ex., mosaïques géométriques, pièces de tangram, blocs logiques). Les élèves procèdent par essais et erreurs ou font appel à leur intuition (en anticipant qu'une forme géométrique rentrera dans l'espace disponible);



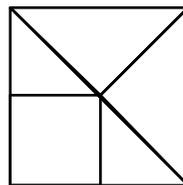
- de construire des structures à l'aide de solides et de décrire les formes géométriques qui les composent.

Stratégies d'enseignement

Les stratégies d'enseignement suivantes soutiennent les élèves de 1^{re} année dans leur apprentissage :

- Fournir des occasions de créer des illustrations à l'aide de formes géométriques (p. ex., papiers découpés, collants, mosaïques géométriques).
- Fournir des occasions de créer des modèles et des motifs à l'aide de formes géométriques (p. ex., mosaïques géométriques) et animer des discussions sur la façon dont les formes géométriques ont été assemblées.
- Fournir des occasions de résoudre des casse-têtes géométriques en plaçant des formes géométriques (p. ex., mosaïques géométriques, pièces de tangram, blocs logiques) de manière à respecter le tracé et à remplir l'espace sans laisser de trou.

Fournir des occasions de jouer « Que voyez-vous? ». L'enseignante ou l'enseignant montre un dessin simple (p. ex., celui ci-dessous) pendant quelques secondes, puis demande aux élèves de décrire ou de dessiner ce qu'ils ont vu.



- Animer des discussions sur la façon dont des petites formes géométriques ont été assemblées pour constituer de plus grandes formes géométriques et sur la façon dont les grandes formes géométriques ont été décomposées en plus petites.

- Fournir des occasions de composer de grandes formes géométriques à l'aide de plus petites formes (p. ex., en trouvant différentes façons de former un hexagone avec des mosaïques géométriques).



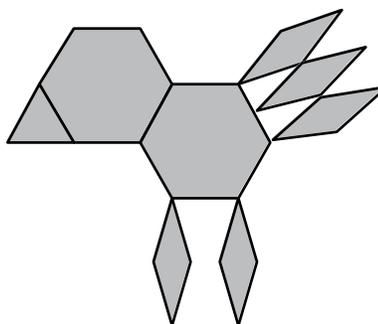
- Fournir des occasions de construire des formes géométriques à l'ordinateur (p. ex., en utilisant les outils d'apprentissage offerts sur le site mathies.ca.).
- Fournir des occasions de construire une structure à l'aide de matériel de manipulation (p. ex., boîtes de carton, blocs de construction, jeu de construction), et animer un échange sur les formes géométriques qui la composent.

2^e ANNÉE

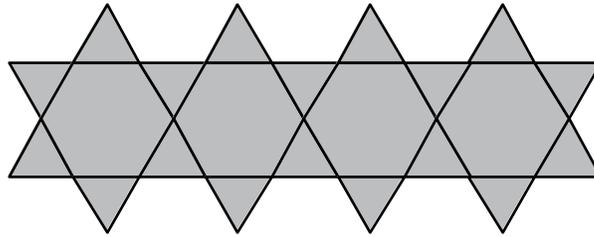
Caractéristiques de l'apprentissage des élèves

En général, les élèves de 2^e sont en mesure :

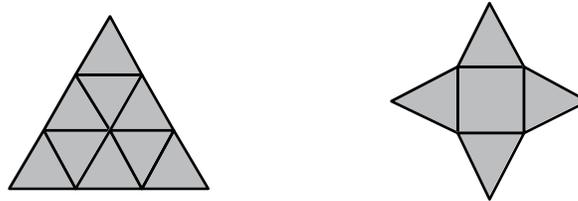
- de commencer à expliquer les relations entre les différentes classes de figures planes (p. ex., entre les rectangles et les quadrilatères, entre les carrés et les rectangles);
- d'assembler des formes géométriques pour créer des modèles. La plupart des élèves combinent intentionnellement des formes géométriques, sachant comment les côtés et les angles s'agencent;



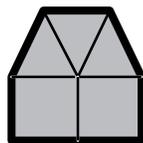
- de réaliser des motifs (formes géométriques composées d'autres formes géométriques) qui sont répétés (p. ex., répétition d'hexagones et de triangles);



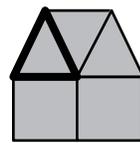
- de créer de grandes formes géométriques à l'aide de plus petites formes géométriques (p. ex., en utilisant de petits triangles pour en faire un grand, ou un carré et quatre triangles pour faire un octogone);



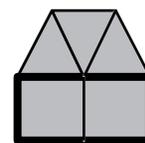
- de décomposer (physiquement ou visuellement) des formes géométriques selon différentes configurations. Dans l'hexagone suivant, par exemple, il est possible de repérer un triangle, un rectangle, un carré et d'autres formes;



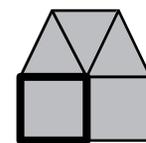
Hexagone



Triangle



Rectangle

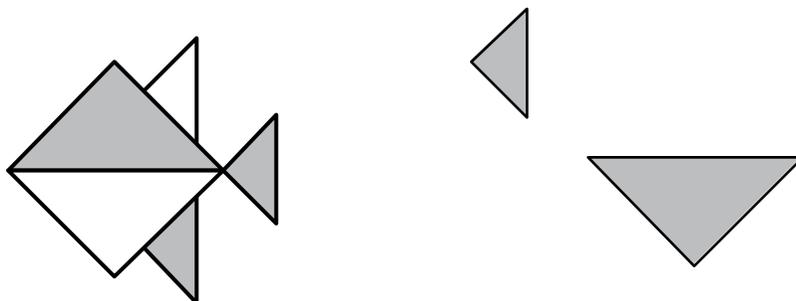


Carré

- de décomposer des figures planes en d'autres figures planes (p. ex., diviser un rectangle pour en faire deux triangles, un carré et un rectangle, ou un triangle et un trapèze);



- de résoudre des casse-têtes géométriques, où seul le contour est dessiné, avec des formes géométriques (p. ex., mosaïques géométriques, pièces de tangram, blocs logiques). Les élèves procèdent par essais et erreurs ou font appel à leur intuition (en anticipant qu'une forme géométrique sera compatible avec l'espace disponible);

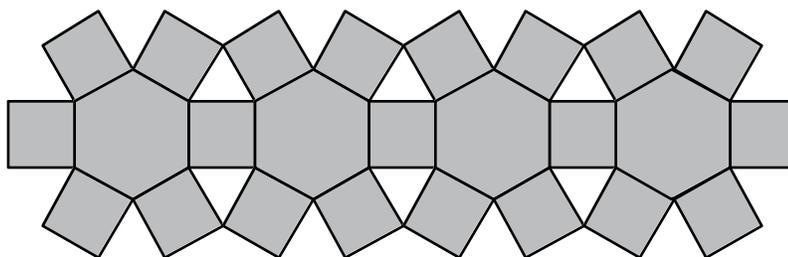


- de construire des structures à l'aide de solides et décrire les formes géométriques qui les composent;
- de concevoir des modèles de solides et de décrire leurs faces à deux dimensions.

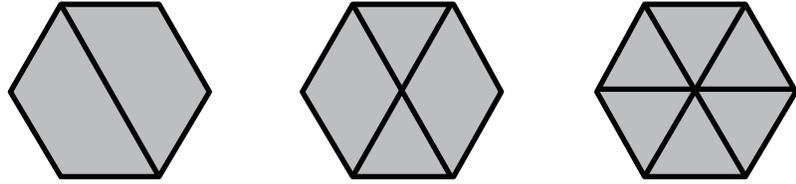
Stratégies d'enseignement

Les stratégies d'enseignement suivantes soutiennent les élèves de 2^e année dans leur apprentissage :

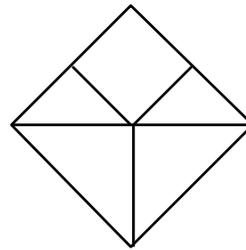
- Animer des discussions sur les relations entre les quadrilatères, les rectangles et les carrés (p. ex., un rectangle est un quadrilatère, car il possède quatre côtés, et un carré est un rectangle parce qu'il a quatre côtés et quatre angles droits).
- Fournir des occasions de créer des illustrations à l'aide de formes géométriques (p. ex., mosaïques géométriques, papiers découpés, collants).
- Fournir des occasions de créer des motifs à l'aide de formes géométriques (p. ex., mosaïques géométriques), et de les répéter (p. ex., répétition de motifs composés d'hexagones et de carrés).



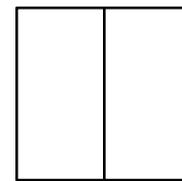
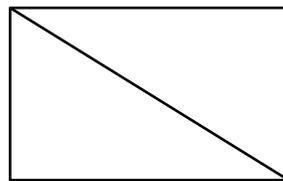
- Fournir des occasions de composer de grandes formes géométriques à l'aide de plus petites formes géométriques (p. ex., en trouvant différentes façons de former un hexagone avec des mosaïques géométriques).



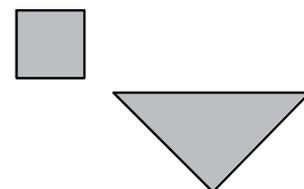
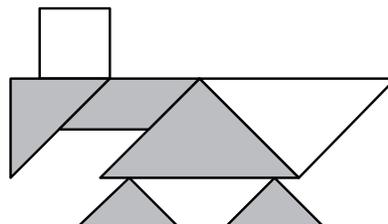
- Fournir des occasions de jouer « Que voyez-vous? ». L'enseignante ou l'enseignant montre un dessin simple (p. ex., celui ci-dessous) pendant quelques secondes, puis demande aux élèves de décrire ou de dessiner ce qu'ils ont vu.



- Fournir des occasions de composer des formes géométriques à l'ordinateur (p. ex., en utilisant les outils d'apprentissage offerts sur le site mathies.ca.).
- Fournir des occasions de décomposer des figures planes en d'autres figures planes (p. ex., diviser un rectangle en deux triangles ou un carré en deux rectangles).



- Fournir des occasions de résoudre des casse-têtes géométriques en assemblant des formes géométriques (p. ex., mosaïques géométriques, pièces de tangram, blocs logiques).

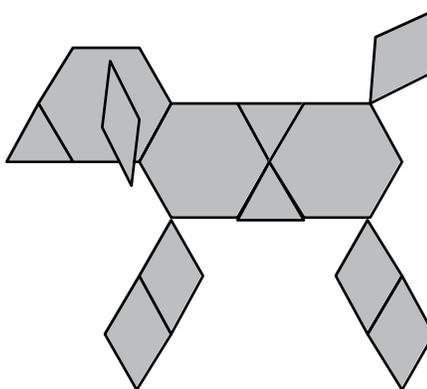


- Fournir des occasions de construire des structures avec du matériel (p. ex., boîtes de carton, blocs de construction, jeu de construction) et animer des discussions sur les formes géométriques qui composent les structures.
- Fournir des occasions de construire des modèles de solides à l'aide de matériel (p. ex., pâte à modeler, papiers découpés, pailles, cure-pipes) et de décrire les faces à deux dimensions des solides.

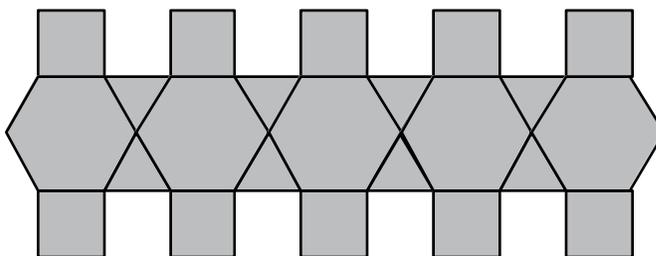
Caractéristiques de l'apprentissage des élèves

En général, les élèves de 3^e année sont en mesure :

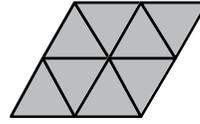
- de décrire les relations entre les différentes classes de figures planes (p.ex., entre les rectangles et les quadrilatères ou les carrés et les rectangles);
- de concevoir des modèles à l'aide de formes géométriques. La plupart des élèves combinent intentionnellement des formes géométriques en sachant comment les côtés et les angles s'agencent;



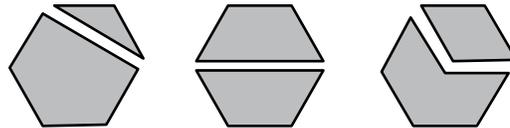
- de créer des motifs (formes géométriques composées d'autres formes géométriques) qui sont répétés (p. ex., répétition de motifs composés d'hexagones, de carrés et de triangles);



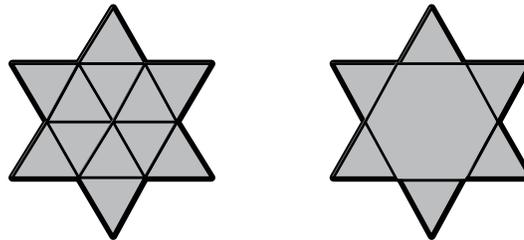
- de composer des formes géométriques à l'aide d'autres formes géométriques (p. ex., faire un losange avec des triangles);



- de décomposer des formes géométriques selon différentes configurations pour créer d'autres formes géométriques (p. ex., diviser des hexagones réguliers de façon à constituer, entre autres, un triangle et un pentagone; deux trapèzes; un losange et un hexagone);



- de résoudre des casse-têtes géométriques de différentes façons (p. ex., en utilisant le plus ou le moins de mosaïques géométriques que possible);



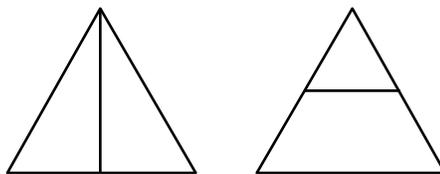
- de composer et de décomposer des solides tout en identifiant les faces à deux dimensions qui les composent;
- de donner les principales caractéristiques des formes géométriques d'une structure;
- de décrire les faces à deux dimensions des solides.

Stratégies d'enseignement

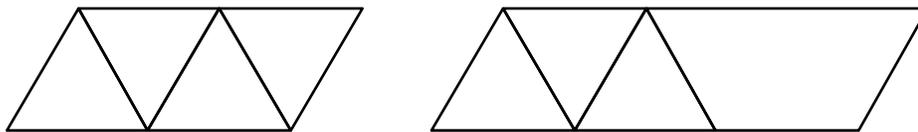
Les stratégies d'enseignement suivantes soutiennent les élèves de 3^e année dans leur apprentissage :

- Animer des discussions sur les relations entre les quadrilatères, les rectangles et les carrés (p. ex., un rectangle est un quadrilatère parce qu'il a quatre côtés; un carré est un rectangle, car il a quatre côtés, angles droits).

- Fournir des occasions de créer des motifs à l'aide de formes géométriques (p. ex., mosaïques géométriques), et de les répéter.
- Fournir des occasions de décomposer des figures planes pour créer d'autres figures planes (p. ex., diviser un triangle en deux triangles ou en un triangle et un trapèze).



- Fournir des occasions de composer des formes géométriques par l'assemblage d'autres formes géométriques (p. ex., en trouvant différentes façons de former des quadrilatères avec des mosaïques géométriques).



- Fournir des occasions de composer des formes géométriques à l'ordinateur (p. ex., en utilisant les outils d'apprentissage offerts sur le site mathies.ca).
- Fournir des occasions de résoudre des casse-têtes géométriques avec différentes combinaisons de formes géométriques, tout en respectant le tracé.
- Fournir des occasions de construire des structures à l'aide de matériel (p. ex., boîtes de carton, jeux de blocs, jeux de construction) et de décrire les formes géométriques qui les composent.
- Fournir des occasions d'assembler et de décomposer des solides (p. ex., avec des morceaux de carton ou des jeux de construction) et de décrire les faces et les surfaces de ces solides.
- Fournir des occasions de construire des prismes et des pyramides à l'aide de développements.



Position et déplacement

Depuis plusieurs années, les psychologues étudient l'apprentissage du sens de l'espace et des habiletés spatiales, mais ce n'est que récemment que les liens entre ces éléments et le développement des concepts géométriques ont commencé à attirer l'intérêt des pédagogues. Les données des recherches démontrent que les élèves peuvent réussir des activités en géométrie, si ces dernières sont étroitement liées au développement de leurs habiletés spatiales. L'apprentissage des relations spatiales implique l'apprentissage de notions de mouvement incluant la position et le déplacement.

(Del Grande, 1990, p. 19, traduction libre)

Aperçu et énoncés de la grande idée

La grande idée de position et déplacement est essentielle à la compréhension et à l'interprétation du monde qui nous entoure. Dans l'enseignement de la géométrie et du sens de l'espace et dans toute situation d'apprentissage, il faut profiter des occasions qui permettent à l'élève de faire des liens entre les mouvements qu'il ou elle exécute et les concepts relatifs à cette grande idée. Plus l'élève fait de liens avec son vécu, plus l'apprentissage des concepts est significatif. Les énoncés suivants expliquent en quoi consiste cette grande idée.

Grande idée : Position et déplacement

La position et le déplacement des objets permettent de les situer dans le monde qui nous entoure.

Énoncé 1 : La position d'un objet est décrite en fonction d'un point de repère ou d'un système de repérage.

Énoncé 2 : Le mouvement d'un objet peut être décrit à l'aide des transformations suivantes : la translation et la réflexion.

Note

Pour plus de renseignements sur la grande idée Position et déplacement voir *Guide d'enseignement efficace des mathématiques de la 1^{re} à la 3^e année, Géométrie et sens de l'espace, Édition révisée, 2017, p. 55-70*

Caractéristiques de l'apprentissage des élèves et stratégies d'enseignement par année d'études

1^{re} ANNÉE

Caractéristiques de l'apprentissage des élèves

En général, les élèves de 1^{re} année sont en mesure :

- de décrire les relations spatiales en utilisant des termes pour décrire la position d'un objet (p. ex., « Nous pourrions mettre les papiers découpés qui sont **devant** la porte **dans** un sac à ordures. »);
- d'expliquer la façon dont une personne ou un objet se déplace d'une position à une autre en utilisant des mots et des expressions comme « à droite », « à gauche », « vers le haut », « vers le bas »;
- de suivre les directives pour déplacer ou placer un objet par rapport à un autre (p. ex., « Place ton crayon **à côté** de ton livre. »);
- de se déplacer d'un lieu à un autre en suivant des consignes (p. ex., de la classe au gymnase);
- de dessiner des formes en suivant des instructions verbales;
- d'apprendre la droite et la gauche;
- de placer des objets à l'extérieur ou à l'intérieur d'une région;
- d'identifier des régions (intérieures ou extérieures) ainsi que les frontières à l'aide de matériel concret (p.ex., un géoplan).

Stratégies d'enseignement

Les stratégies d'enseignement suivantes soutiennent les élèves de 1^{re} année dans leur apprentissage :

- Fournir des occasions de suivre des consignes (p. ex., routines de la classe) en utilisant des termes pour décrire la position d'un objet (p. ex., « Vide la boîte de cubes **sur** ton bureau. »).
- Fournir des occasions de décrire des positions d'objets et de personnes par rapport à un ou une autre (p. ex., « Les livres sont **sur** la tablette située **à côté** du placard. »).
- Fournir des occasions d'expliquer comment se déplacer d'un endroit à un autre.
- Fournir des occasions de suivre des consignes orales sur la façon d'écrire des chiffres et des lettres et de dessiner des formes simples.
- Fournir des occasions de participer à des jeux relatifs à la position et au déplacement (p. ex., « Jean dit »).

- Fournir des occasions de résoudre des casse-têtes consistant à manipuler des pièces et à les placer à l'intérieur d'un cadre.
- Fournir des occasions de résoudre des casse-têtes en plaçant des formes géométriques en respectant le tracé (p. ex., mosaïques géométriques, pièces de tangram, blocs logiques).
- Fournir des occasions de placer des objets à l'intérieur d'une région, à l'extérieur d'une région ou sur les frontières.
- Fournir des occasions d'identifier des régions extérieures ou intérieures et des frontières à l'aide de matériel concret (p.ex., un géoplan).

Caractéristiques de l'apprentissage des élèves

En général, les élèves de 2^e sont en mesure :

- de créer des motifs en utilisant des formes géométriques (p. ex., mosaïques géométriques), et de décrire ce qu'ils ont fait en utilisant des termes de position (p. ex., « J'ai placé un triangle vert **au-dessus** d'un carré orange. »);
- de dessiner et de créer des formes en suivant des consignes orales;
- de décrire l'emplacement précis d'objets dans un jeu d'échecs ou de dames (p.ex., à côté de, à droite de);

Stratégies d'enseignement

Les stratégies d'enseignement suivantes soutiennent les élèves de 2^e année dans leur apprentissage :

- Fournir des occasions de suivre des consignes sur la façon de dessiner ou de construire des formes simples.
- Fournir des occasions de participer à des jeux relatifs à la position et au déplacement (p. ex., « Jean dit »).
- Fournir des occasions de résoudre des casse-têtes en plaçant des formes géométriques en respectant le tracé (p. ex., mosaïques géométriques, pièces de tangram, blocs logiques).
- Fournir des occasions de participer à des jeux qui consistent à décrire l'emplacement d'objets (p. ex., jeu de dames, jeu d'échecs »).

Caractéristiques de l'apprentissage des élèves

En général, les élèves de 3^e année sont en mesure :

- de faire des translations et des réflexions à l'aide de matériel concret et de la technologie. Les élèves peuvent se représenter l'effet d'une translation avant de l'effectuer (sur papier ou à l'ordinateur), mais pourraient avoir plus de difficulté à prévoir le résultat d'une réflexion;
- de créer et d'analyser des suites de formes géométriques (p. ex., mosaïques géométriques), et de décrire la façon dont les translations et les réflexions sont utilisées dans ces suites;
- de dessiner et de créer des formes d'après des consignes orales;
- de résoudre des casse-têtes géométriques (p. ex., mosaïques géométriques, pièces de tangram);
- de décrire la façon de se rendre d'un lieu à un autre sur une grille (p. ex., « deux cases à droite, puis deux cases vers le haut »).

Stratégies d'enseignement

Les stratégies d'enseignement suivantes soutiennent les élèves de 3^e année dans leur apprentissage :

- Fournir des occasions de suivre et de donner des consignes sur la façon de dessiner ou de créer des formes simples.
- Fournir des occasions de résoudre des casse-têtes géométriques (p. ex., créer un carré avec des pièces de tangram) et de discuter les solutions à l'aide de termes géométriques.
- Fournir des occasions de s'exercer à faire des translations et des réflexions à l'aide de matériel concret et de la technologie (p. ex., en utilisant les outils d'apprentissage offerts sur le site mathies.ca).
- Fournir des occasions de décrire le déplacement (translation et réflexion) d'une forme dont la position a changé.
- Fournir des occasions de prédire la position de l'image d'une figure plane qui a subi une translation ou une réflexion.
- Fournir des occasions d'expliquer comment se rendre d'un point à un autre sur une grille (p. ex., « deux cases à droite, puis deux cases vers le haut ») et de décrire l'emplacement précis d'objets.