

Guide

d'enseignement
efficace des
mathématiques
de la maternelle
à la 6^e année

Fascicule 2

Éducation en Ontario

L'excellence pour tous et toutes

$$\frac{3}{2} + 0,125 \text{ ¢}$$



$$72 \div x = 9$$

$$13 > 4$$

$$20^{\circ}\text{C}$$


2006

Guide d'enseignement efficace des mathématiques de la maternelle à la 6e année

Une ressource en cinq fascicules du ministère de l'éducation

Fascicule 2

Guide d'enseignement efficace des mathématiques de la maternelle à la 6e année

Fascicule 1 : 1. Amélioration du rendement

2. Principes d'enseignement des mathématiques

3. Planification de l'enseignement des mathématiques

4. Approches pédagogiques

Fascicule 2 : 5. Résolution de problèmes

6. Communication

Fascicule 3 : 7. Gestion de classe

Fascicule 4 : 8. Évaluation

9. Liens avec le foyer

Fascicule 5 : 10. Opérations fondamentales

Ce document a été produit en s’efforçant, dans la mesure du possible, d’identifier les ressources et outils mathématiques (p. ex., le matériel de manipulation) par leur nom générique. Dans le cas où un produit spécifique est utilisé par le personnel enseignant des écoles de l’Ontario, ce produit a été identifié par la marque sous laquelle il est commercialisé. L’inclusion des références aux produits spécifiques dans le présent document ne signifie aucunement que le ministre de l’éducation en recommande l’utilisation.

An equivalent publication is available in English under the title *A Guide to Effective Instruction in Mathematics, Kindergarten to Grade 6*.

Table des matières

5. Résolution de problèmes	8
Introduction	8
REPÉRER L'INFORMATION PERTINENTE AUX DIFFÉRENTS CYCLES	8
Résolution de problèmes	9
Importance de la résolution de problèmes	9
Un problème, deux objectifs.....	14
Enseignement par la résolution de problèmes.....	14
COMMENT SE PRÉSENTE L'ENSEIGNEMENT PAR LA RÉOLUTION DE PROBLÈMES?	
.....	14
Scénario d'une situation d'apprentissage au cycle primaire 1 ^{re} à 3e.....	15
AVANT L'APPRENTISSAGE (mise en train)	15
PENDANT L'APPRENTISSAGE (exploration)	18
APRÈS L'APPRENTISSAGE (objectivation/échange mathématique)	21
Scénario d'une situation d'apprentissage au cycle moyen 4 ^e à 6 ^e	26
AVANT L'APPRENTISSAGE (mise en train)	26
PENDANT L'APPRENTISSAGE (exploration)	30
APRÈS L'APPRENTISSAGE (objectivation/échange mathématique)	33
RÔLE DE L'ENSEIGNANT OU DE L'ENSEIGNANTE DANS L'ENSEIGNEMENT PAR LA	
RÉSOLUTION DE PROBLÈMES	36
Révision des problèmes	40
Numération et sens du nombre.....	40
Géométrie et sens de l'espace.....	41
Mesure	41
Modélisation et algèbre.....	41
Traitement des données et probabilité	42
Interventions pédagogiques en résolution de problèmes	43
Avant l'apprentissage (mise en train)	43
Pendant l'apprentissage (exploration)	44
Après l'apprentissage (objectivation/échange mathématique).....	44
Enseignement pour la résolution de problèmes	49

GESTION DE CLASSE QUI FAVORISE LA RÉOLUTION DE PROBLÈMES	49
MODÈLE DE RÉOLUTION DE PROBLÈMES EN QUATRE ÉTAPES	50
Modèle en quatre étapes de Polya.....	51
Étapes du modèle de Polya.....	51
Implications pédagogiques	51
STRATÉGIES DE RÉOLUTION DE PROBLÈMES.....	53
Stratégies de résolution de problèmes.....	54
Résolution de problèmes : Stratégies diverses.....	55
RÔLE DE L'ENSEIGNANT OU DE L'ENSEIGNANTE DANS L'ENSEIGNEMENT POUR LA RÉSOLUTION DE PROBLÈMES	63
FORMULATION DE PROBLÈMES.....	65
Observation et évaluation des élèves en situation de résolution de problèmes.....	66
Annexe 5-1 : Exemples de problèmes	70
Cycle primaire	70
PROBLÈME A	70
PROBLÈME B	70
PROBLÈME C	71
PROBLÈME D	71
PROBLÈME E.....	72
PROBLÈME F.....	73
PROBLÈME G	73
PROBLÈME H	74
PROBLÈME I.....	74
PROBLÈME J	74
PROBLÈME K	75
Cycle moyen.....	75
PROBLÈME A	75
PROBLÈME B	76
PROBLÈME C	76
PROBLÈME D	77
PROBLÈME E.....	78

PROBLÈME F.....	79
PROBLÈME G	81
PROBLÈME H	81
Annexe 5-2 : Rapport anecdotique	82
Annexe 5-3 : Évaluation de mon attitude à l'égard de la résolution de problèmes	83
Annexe 5-4 : Évaluation des stratégies de résolution de problèmes	85
6. Communication.....	86
Objectifs de la communication	89
Quelques objectifs clés de la communication*	89
Communication orale	90
COMMUNICATION EN MATHÉMATIQUES ET PROGRAMME D'ACTUALISATION LINGUISTIQUE EN FRANÇAIS.....	91
COMMUNICATION EN MATHÉMATIQUES ET PROGRAMME DE PERFECTIONNEMENT DU FRANÇAIS	91
PROMOUVOIR LA COMMUNICATION ORALE	92
STRATÉGIES FAVORISANT LA COMMUNICATION ORALE	93
Communication écrite	102
PROMOUVOIR LA COMMUNICATION ÉCRITE.....	103
STRATÉGIES FAVORISANT LA COMMUNICATION ÉCRITE	104
Questions et pistes de réflexion pour promouvoir la communication	116
Questions et pistes de réflexion pour amener les élèves à rapporter leurs expériences	118
Questions et pistes de réflexion pour amener les élèves à participer activement aux échanges d'idées ou de stratégies en mathématiques	118
Questions et pistes de réflexion pour amener les élèves à prédire un résultat, à inventer ou à résoudre un problème.....	119
Questions et pistes de réflexion pour amener les élèves à établir des liens	119
Questions et pistes de réflexion pour amener les élèves à créer et à partager leurs représentations mathématiques	120
Questions et pistes de réflexion pour amener les élèves à objectiver.....	120
Questions et pistes de réflexion pour amener les élèves à partager leurs sentiments, leur attitude et leurs opinions à l'égard des mathématiques	121

5. Résolution de problèmes

Introduction

Ce deuxième fascicule composant le guide principal intitulé Guide d'enseignement efficace des mathématiques, de la maternelle à la 6e année, comprend les chapitres 5 et 6. Dans le chapitre 5, Résolution de problèmes, il est question des méthodes les plus efficaces pour consolider la compréhension des concepts mathématiques aux cycles primaire et moyen, c'est-à-dire l'apprentissage par et pour la résolution de problèmes. Le chapitre 6, Communication, décrit l'importance de la communication orale en mathématiques à tous les cycles. De plus, plusieurs stratégies pour promouvoir la communication orale et écrite dans la salle de classe y sont présentées.

Consultez le fascicule 1 pour un sommaire de l'organisation et des contenus des cinq fascicules composant le guide principal.

Un glossaire des termes pédagogiques employés tout au long du guide principal est inséré à la fin du fascicule 1. Les références se trouvent à la fin de ce fascicule. Une copie électronique de tout le matériel inséré dans ce guide est disponible sur le site atelier.on.ca. Sur ce site, les annexes, à la fin de chaque chapitre, sont en format Word afin de pouvoir les modifier au besoin.

REPÉRER L'INFORMATION PERTINENTE AUX DIFFÉRENTS CYCLES

Ce guide présente des exemples appropriés aux différents cycles qui permettent de clarifier les principes énoncés. L'information pertinente aux différents cycles est présentée à l'aide d'icônes inscrites dans les marges : M/J pour la maternelle et le jardin d'enfants, 1re à 3e pour le cycle primaire et 4e à 6e pour le cycle moyen. Les activités ou le matériel qui s'adressent à plus d'un cycle sont identifiés par une combinaison des icônes appropriées.

Visitez le site atelier.on.ca pour consulter ou utiliser les versions électroniques des annexes.

Repérez les icônes suivantes dans les marges du guide : M/J, 1re à 3e, 4e à 6e

Consultez le fascicule 1 pour un sommaire de l'organisation et des contenus des cinq fascicules composant le guide principal.

Résolution de problèmes

Importance de la résolution de problèmes

Une société axée sur les nouvelles technologies de l'information et de la communication a besoin d'individus capables de réfléchir de façon éclairée à des questions complexes, des individus capables « de penser logiquement à de nouvelles situations et de les analyser, de trouver de nouvelles façons de résoudre des problèmes et de communiquer leurs solutions de façon claire et convaincante » (Baroody et Coslick, 1998, p. 2-1, traduction libre). Afin de préparer les élèves à fonctionner dans une telle société, l'enseignant ou l'enseignante doit promouvoir l'acquisition de processus et de stratégies de résolution de problèmes, de même qu'une attitude positive à l'égard des mathématiques.

La résolution de problèmes n'est pas seulement un objectif de l'apprentissage des mathématiques, c'est aussi l'un des principaux moyens d'apprendre les mathématiques. (National Council of Teachers of Mathematics, 2000, p. 52, traduction libre)

Il importe de reconnaître et d'utiliser la résolution de problèmes comme moyen d'apprentissage des mathématiques. On a longtemps perçu la résolution de problèmes comme une habileté particulière non reliée au processus général d'apprentissage. On la considérait comme un point d'arrivée et non comme un point de départ, ce qui avait pour effet de situer l'activité de résolution de problèmes à la fin d'une séquence de périodes d'enseignement. En la situant plutôt au début, on est en mesure d'exploiter pleinement la résolution de problèmes comme moyen d'apprentissage.

Promouvoir la résolution de problèmes, c'est encourager les élèves à raisonner pour trouver une solution ou acquérir de nouvelles connaissances. Par l'entremise d'un questionnement stratégique, l'enseignant ou l'enseignante les encourage à émettre des hypothèses et à justifier leurs solutions. La communication qui se produit pendant et après la situation de résolution de problèmes aide les élèves à voir le problème sous des angles différents et leur permet d'observer une multitude de stratégies pour trouver une solution. En voyant comment les autres s'y prennent pour résoudre un problème, ils peuvent comparer leur propre processus de réflexion à celui des autres, puis ajuster consciemment leurs stratégies afin qu'elles soient le plus efficaces possible.

Une situation de résolution de problèmes est toute situation où les élèves, confrontés à certaines informations extrinsèques (celles qu'on leur fournit) et intrinsèques (celles qu'ils possèdent déjà), tentent de répondre à une question ou d'accomplir une tâche nécessitant obligatoirement une recherche de solutions non évidentes de prime abord. En d'autres mots, il s'agit d'une situation-problème qui nécessite une analyse et qui exige de faire des conjectures pour établir des liens.

Lorsque vient le temps de placer les élèves en situation de résolution de problèmes, beaucoup d'enseignants et d'enseignantes ont tendance à fournir trop d'explications. Cette approche pousse les élèves à exécuter plutôt qu'à chercher. Par conséquent, même s'ils présentent une multitude de situations de résolution de problèmes, ils donnent souvent trop d'informations pour que les élèves puissent vraiment être en recherche de solutions.

Dans leurs expériences de vie quotidienne, les élèves réussissent à résoudre des problèmes parfois fort complexes naturellement et de façon intuitive. Par exemple, les élèves plus jeunes réussissent à partager équitablement des objets avec leurs camarades ou à construire des structures géométriques complexes. Les élèves plus âgés sont en mesure de déterminer une distance à parcourir ou le périmètre de leur chambre à coucher dans le but de la rénover. En effectuant des expériences pertinentes et concrètes, les élèves acquièrent un répertoire de stratégies et de processus (p. ex., étapes à suivre pour résoudre un problème) qu'ils peuvent appliquer pour résoudre des problèmes. Ce répertoire évolue de la maternelle à la 6e année. Au début, les enfants font appel à leur intuition pour résoudre les problèmes. Puis, grâce entre autres à l'expérience et au travail en équipe, ils s'approprient une variété de stratégies qu'ils peuvent utiliser dans une nouvelle situation de résolution de problèmes.

Chez les élèves de la 4e à la 6e année, les stratégies utilisées sont plus complexes et sophistiquées. Leur pensée logique et leur processus d'analyse sont davantage développés de sorte que l'enseignant ou l'enseignante doit être en mesure de leur fournir des problèmes répondant à leurs aptitudes et nécessitant des solutions plus complexes.

La résolution de problèmes n'est pas l'apanage des mathématiques. Tous les programmes cadres actuels privilégient la résolution de problèmes parce qu'elle fait partie intégrante du processus d'apprentissage. Elle permet de développer chez les élèves une multitude d'habiletés intellectuelles et un esprit d'engagement et de responsabilisation par rapport à l'apprentissage.

Des facteurs d'ordre affectif influent sur la capacité des élèves à résoudre des problèmes. La perception de leur aptitude à résoudre des problèmes mathématiques et la conviction que tout le monde peut comprendre les mathématiques et réussir influent sur leur façon de percevoir la résolution de problèmes. Lorsque confrontés à un problème plus difficile, ceux et celles qui ont foi en leurs aptitudes et qui croient que tous peuvent réussir en mathématiques n'abandonneront pas après quelques minutes. Il importe donc que l'enseignant ou l'enseignante établisse un climat de classe dans lequel l'engagement des élèves est valorisé et l'erreur est reconnue comme faisant partie intégrante du processus d'apprentissage.

Nous voulons que les élèves prennent des risques, s'attaquent à des tâches non familières sans les abandonner – bref, les voir essayer et persévérer. Nous voulons qu'ils fassent preuve de souplesse dans leur raisonnement et qu'ils sachent que beaucoup de problèmes peuvent être modélisés, représentés et résolus de plus d'une manière. (Payne, 1990, p. 41, traduction libre)

La résolution de problèmes permet aux élèves :

- d'apprendre des concepts mathématiques grâce à un contexte qui encourage l'acquisition et l'utilisation d'habiletés;
- d'améliorer leur raisonnement mathématique en explorant diverses idées mathématiques, en faisant des conjectures et en justifiant les résultats;
- d'établir des liens entre les divers concepts mathématiques;
- de représenter des idées mathématiques et de modéliser des situations à l'aide de divers outils tels que du matériel concret, des dessins, des diagrammes, des nombres,
- des mots et des symboles; de s'engager dans diverses activités et de choisir les outils (matériel de manipulation, calculatrice, outils technologiques) et les stratégies de calcul appropriés;
- de réfléchir sur l'importance du questionnement dans le monde des mathématiques;
- de s'intéresser aux mathématiques et de se questionner sur leur utilisation dans le monde qui les entoure;
- de persévérer en affrontant de nouveaux défis;
- de formuler leurs propres explications et d'écouter celles des autres;
- de participer à des activités d'apprentissage ouvertes qui permettent l'utilisation
- de diverses stratégies de résolution;
- de développer des stratégies applicables à de nouvelles situations;
- de collaborer avec les autres pour élaborer de nouvelles stratégies.

La résolution de problèmes est un processus essentiel à l'apprentissage des mathématiques. Elle fait partie intégrante des attentes et des contenus des programmes cadres de mathématiques pour les raisons suivantes :

- elle est la raison d'être des mathématiques dans la vie quotidienne;
- elle aide les élèves à acquérir de l'assurance en mathématiques;
- elle permet aux élèves d'apprendre à utiliser et à expliquer leurs propres stratégies et à reconnaître que plusieurs stratégies très différentes mènent à la même solution;
- elle permet aux élèves d'utiliser les connaissances acquises à la maison et d'établir des liens avec des situations quotidiennes;
- elle donne un sens aux habiletés à développer et aux concepts à assimiler;

- elle permet aux élèves de développer leur habileté à raisonner, à communiquer leurs idées, à faire des liens et à appliquer leurs connaissances;
- elle offre l'occasion d'utiliser les processus de la pensée critique (l'estimation, l'évaluation, la classification, l'établissement de relations, la formulation d'hypothèses, la justification d'une opinion et l'expression d'un jugement);
- elle permet aux élèves de comprendre que l'erreur offre des occasions de réexaminer une démarche, d'analyser un processus et de raisonner à un niveau plus élevé;
- elle favorise le partage de stratégies et d'idées dans un esprit de collaboration;
- elle aide les élèves à apprécier les mathématiques;
- elle offre à l'enseignant ou à l'enseignante d'excellentes occasions d'évaluer chez les élèves la compréhension des concepts et l'habileté à résoudre des problèmes, à appliquer des procédures et à communiquer des idées.

Un programme-cadre axé sur la résolution de problèmes exige un rôle différent de l'enseignant ou de l'enseignante en salle de classe. Plutôt que de diriger la leçon du début à la fin, il ou elle doit donner aux élèves le temps nécessaire pour analyser les problèmes, chercher leurs propres stratégies et solutions et évaluer la vraisemblance de leurs résultats. Même si la présence de l'enseignant ou de l'enseignante demeure essentielle, l'accent doit être mis sur le processus de réflexion des élèves. (Burns, 2000, p. 29, traduction libre)

Afin de développer l'habileté des élèves à résoudre des problèmes, il faut leur présenter divers problèmes en guise d'amorce, d'approfondissement et d'enrichissement. Bien souvent les élèves réussissent à résoudre des problèmes en classe, mais sont incapables de résoudre des problèmes semblables hors du contexte scolaire. Il importe donc que ces problèmes soient les plus signifiants possible pour eux. S'il n'y a pas de références à leur vécu, il est peu probable qu'ils voient l'utilité des mathématiques dans leur quotidien.

La résolution de problèmes devrait être omniprésente dans l'enseignement des mathématiques. Cependant, cet enseignement ne peut se faire exclusivement dans un contexte de résolution de problèmes. Certaines conventions, certaines procédures ou certains algorithmes sont plus avantageusement présentés de façon explicite (p. ex., conventions utilisées pour nommer un angle, procédure pour tracer l'image d'une figure obtenue à la suite d'une transformation). Il faut les présenter au fur et à mesure que les élèves en ont besoin, afin de les aider à utiliser le langage et les symboles mathématiques appropriés.

Implications pédagogiques de l'enseignement par et pour la résolution de problèmes

Les situations de résolution de problèmes que l'on fait vivre aux élèves peuvent servir à plus d'une fin. Dans un climat d'enseignement efficace, on poursuit simultanément l'enseignement par et pour la résolution de problèmes. Dans l'enseignement par la résolution de problèmes, l'un des principaux buts est d'explorer, de développer et de démontrer la compréhension d'un concept mathématique. Dans l'enseignement pour la résolution de problèmes, le but premier est de guider les élèves à travers les étapes du processus et des stratégies de résolution de problèmes.

Pour prendre des décisions pédagogiques éclairées par rapport aux choix des situations de résolution de problèmes proposées, l'enseignant ou l'enseignante se pose les questions suivantes :

- Quelles sont les intentions pédagogiques poursuivies par la situation? Est-ce pour développer des concepts, des stratégies ou des processus de résolution de problèmes ou les trois?
- Compte tenu de l'intention pédagogique visée, quelle situation de résolution de problèmes aiderait les élèves à comprendre les concepts, les processus ou les stratégies?
- La situation de résolution de problèmes permet-elle à tous les élèves de connaître un certain succès, même en faisant usage de stratégies de résolution élémentaires?
- Quel contexte peut être utilisé pour faire en sorte que la situation présentée soit signifiante pour les élèves et qu'elle favorise leur engagement?
- Quels indices ou quelles questions incitatives pourraient favoriser l'atteinte du but? Comment les apprentissages seront-ils partagés, discutés et récapitulés dans la mise en commun?
- Quelles difficultés les élèves risquent-ils d'éprouver? Comment pourra-t-on y remédier pendant et à la fin de la situation?
- Comment l'acquisition des concepts, des stratégies ou des processus sera-t-elle évaluée?

Le tableau ci-après montre comment un problème peut servir à poursuivre à la fois l'acquisition d'un concept et l'acquisition de processus ou de stratégies. Pendant que les élèves travaillent à résoudre le problème, l'enseignant ou l'enseignante observe en tenant compte des deux objectifs tout au long de la situation d'apprentissage. Par exemple, à certains moments durant le travail, il ou elle peut arrêter un élève et lui poser des questions portant sur sa compréhension du concept ou sur la démarche suivie pour résoudre le problème.

Dans ce chapitre, on discute de la résolution de problèmes selon trois rubriques : l'enseignement par la résolution de problèmes, l'enseignement pour la résolution de problèmes. Guide d'enseignement efficace des mathématiques de la maternelle à la 6e année – Fascicule 2

problèmes, et l'observation et l'évaluation des élèves en situation de résolution de problèmes. Des modèles d'utilisation de la résolution de problèmes dans le cadre d'une situation d'apprentissage sont présentés dans les guides d'enseignement efficace des mathématiques publiés par domaine.

Un problème, deux objectifs

Situation de résolution de problèmes

Dans le but de favoriser l'acquisition d'un concept, l'enseignant ou l'enseignante se pose les questions suivantes :	Dans le but d'encourager l'acquisition de processus et de stratégies, l'enseignant ou l'enseignante se pose les questions suivantes :
Quelles sont les connaissances antérieures des élèves par rapport à la situation et aux concepts présentés?	Est-ce que les élèves comprennent le problème?
Est-ce que les élèves comprennent?	Quelles stratégies les élèves utilisent-ils?
Comment se manifeste cette compréhension?	La stratégie est-elle efficace?
Le concept doit-il être revu?	Comment les élèves représentent-ils leurs idées?
Est-ce que les élèves établissent des liens?	Est-ce que les élèves partagent leurs stratégies avec les autres?
Comment les élèves communiquent-ils leur compréhension?	Est-ce que les élèves suivent un processus logique pour résoudre le problème?
S'il y a incompréhension, quel aspect du concept n'est pas compris?	Est-ce que les élèves sont conscients de leur processus de réflexion (métacognition)?

Les deux peuvent se produire simultanément

Enseignement par la résolution de problèmes

L'enseignement par la résolution de problèmes consiste à aider les élèves à comprendre les concepts et les processus mathématiques en leur proposant des situations de résolution de problèmes engageantes. Il est très important de réaliser que l'enseignement par la résolution de problèmes demande du recul de la part de l'enseignant ou de l'enseignante qui désire tout faire, tout montrer. Il ou elle doit plutôt accompagner les élèves dans leur recherche de solution en les incitant à réfléchir, à se questionner et à développer leurs propres stratégies pour résoudre le problème. Les élèves sont actifs dans leur apprentissage et, lors de l'échange mathématique, utilisent différentes représentations (p. ex., illustrations, diagrammes, graphiques, modèles, matériel de manipulation) pour confirmer leur compréhension des concepts et des processus. Ce temps d'échange est un temps d'objectivation pendant lequel les élèves confrontent leurs idées et tentent de comprendre la démarche des autres dans le but de consolider leur apprentissage.

COMMENT SE PRÉSENTE L'ENSEIGNEMENT PAR LA RÉOLUTION DE PROBLÈMES?

Le premier scénario d'une situation d'apprentissage permet de brosser un tableau de l'enseignement par la résolution de problèmes dans une classe du primaire. Le deuxième scénario présente une situation d'apprentissage au cycle moyen. Chaque

situation est structurée en trois temps : avant l'apprentissage (mise en train), pendant l'apprentissage (exploration), après l'apprentissage (objectivation/échange mathématique). Les interventions et les actions des élèves, de l'enseignant ou de l'enseignante relatives à l'apprentissage sont placées dans la colonne de gauche. L'information figurant à droite décrit les actions et les décisions de l'enseignant ou de l'enseignante tout au long du processus de résolution du problème. Il y a quelques décisions à prendre avant d'entreprendre la tâche (p. ex., choix d'un problème pertinent, regroupement des élèves) tandis que d'autres décisions devront être prises spontanément, en réaction aux interventions des élèves.

Scénario d'une situation d'apprentissage au cycle primaire 1^{re} à 3^e

AVANT L'APPRENTISSAGE (mise en train)

Ce premier temps de la situation d'apprentissage permet à l'enseignant ou à l'enseignante de faire explorer, dans un contexte familier, un nouveau concept mathématique.

L'enseignant ou l'enseignante :

- présente le problème et tous les renseignements pertinents nécessaires pour le résoudre;
- donne des directives initiales claires sur la tâche à accomplir;
- s'assure que les élèves ont bien compris le problème.

Le problème n'est pas seulement un problème sous forme d'énoncé. C'est une résolution de problèmes qui permet aux élèves d'explorer le concept des axes de symétrie dans les figures planes.

L'enseignant ou l'enseignante montre des cartes de souhaits aux élèves en leur disant :
« Voici ma collection de cartes de souhaits! »

Les cartes que l'enseignant ou l'enseignante montre aux élèves ont toutes sortes de formes, mais elles sont toutes pliées le long d'un axe de symétrie.

Il serait souhaitable de présenter aussi des cartes de souhaits qui ont des formes originales (p. ex., polygones et non-polygones ayant des côtés non droits).

C'est un bon problème, car :

- il touche plusieurs contenus d'apprentissage;
- il contribue à la compréhension de la grande idée de propriétés des formes géométriques en demandant d'identifier des axes de symétrie;
- il utilise les mathématiques dans des situations réelles;
- il peut être approfondi pour permettre des adaptations et pour faire des liens;

- il est approprié au niveau d'âge ciblé, donc les élèves peuvent trouver une solution;
- il est ouvert, donc les élèves peuvent décider comment aborder le problème et choisir le matériel à utiliser;
- il est interactif, donc les élèves collaborent avec les autres et l'enseignant ou l'enseignante pour résoudre le problème.

Présentation de la tâche

- Vous avez sûrement une personne qui vous est très chère, que vous aimez vraiment beaucoup. Nous allons fabriquer une carte spéciale pour envoyer un message à cette personne qui compte beaucoup pour vous.
- Aujourd'hui, vous allez trouver des formes qui peuvent être utilisées pour fabriquer une carte. Dans chaque cas, vous devrez démontrer comment vous avez plié la forme pour faire une carte.
- Vous devrez présenter différents modèles de cartes de souhaits en décrivant ce qui les caractérise et ce qui les différencie les unes des autres. Le pli de chacune de vos cartes doit correspondre à un axe de symétrie.

Modalité de travail

- Vous pouvez utiliser le matériel de manipulation qui, selon vous, vous permettra de résoudre ce problème. Vous pouvez travailler seul ou en équipe de deux.

Vérification des connaissances antérieures

- À quoi peuvent servir les cartes?
- À quelles occasions offre-t-on une carte de souhaits?
- Que remarquez-vous en ce qui concerne les cartes de ma collection?
- Décrivez cette carte.
- L'enseignant ou l'enseignante demande à quelques élèves de répondre.
- Il ou elle note quelques éléments clés au tableau (p. ex., la carte est un rectangle; le rectangle est plié en deux; les parties de chaque côté du pli se superposent parfaitement, donc elles sont congruentes.)
- Est-ce que la carte est pliée en deux de n'importe quelle façon?
- Sara indique qu'elle est pliée exactement dans le milieu pour que les deux côtés soient identiques.
- Est-ce qu'on pourrait plier cette carte d'une autre façon?
- Est-ce que ce rectangle pourrait être plié d'une autre façon pour que les deux parties coïncident parfaitement lorsqu'on les superpose? Si on le faisait, quels changements faudrait-il faire à la carte?

Note pédagogique

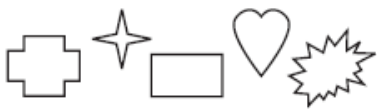
Lors des échanges en groupe, il est important de laisser les élèves s'exprimer sans les interrompre afin de ne pas nuire au partage d'idées. Par la suite, l'enseignant ou l'enseignante peut, si nécessaire, reformuler ce qui a été dit en utilisant les termes justes afin qu'ils puissent apprendre la terminologie appropriée.

Certains élèves croient qu'en pliant le rectangle le long de la diagonale, on obtient deux figures qui coïncident parfaitement lorsqu'on les superpose. Le plier de cette façon démontre rapidement que ce n'est pas ce qui se produit. La classe peut ainsi conclure que le rectangle a deux axes de symétrie, un horizontal et l'autre vertical.

Retour sur la question

L'enseignant ou l'enseignante montre le problème inscrit sur une grande feuille volante.

Les formes suivantes pourraient-elles servir pour faire une carte? Démontre-le.



- Peux-tu en trouver d'autres?
- Est-ce que quelqu'un peut nous dire quel est le problème à résoudre?

En permettant à quelques élèves de décrire le problème dans leurs propres mots, l'enseignant ou l'enseignante s'assure que tous les élèves comprennent bien la tâche à accomplir.

L'enseignant ou l'enseignante demande à quelques élèves de donner leur interprétation du problème.

Un ou une élève répond :

- Je dois trouver des formes qui peuvent être pliées pour que les deux côtés soient pareils.

Il ou elle demande alors :

- Que veux-tu dire par pareils?

L'enseignant ou l'enseignante fait un rappel sur les étapes à suivre lors de la résolution de problèmes. Il ou elle se réfère à l'affiche au mur illustrant la démarche de résolution de problèmes. Ensuite, il ou elle rajoute :

- Rappelez-vous que pour résoudre le problème, vous pouvez utiliser le matériel de manipulation que nous avons dans la classe. Vous pouvez utiliser un Mira, un géoplan, des blocs logiques, des mosaïques géométriques, du papier quadrillé, du papier calque, du papier de bricolage, des ciseaux, etc. Vous pouvez travailler

seul ou en équipe. Toutefois, en travaillant en équipe, vous avez plus de chances d'apprendre de nouvelles façons de résoudre le problème.

Un ou une élève demande :

- Va-t-il falloir présenter notre travail à la classe?

L'enseignant ou l'enseignante répond :

- Oui, chaque groupe devra montrer les formes trouvées ainsi que les axes de symétrie possibles. Vous devez également montrer le matériel de manipulation que vous avez utilisé et comment vous vous en êtes servi.
- N'oubliez pas que si vous avez de la difficulté, il est bon de demander à vos camarades de vous aider avant de me le demander. Plusieurs d'entre vous trouveront des façons intéressantes d'arriver à une solution et je sais que vous vous ferez un plaisir d'en partager quelques-unes avec ceux qui en ont besoin.

Note pédagogique

Il est important de faire preuve de rigueur dans l'utilisation de la terminologie; ici le terme pareil manque de précision. Lorsque l'élève aura précisé ce qu'il ou elle entend par pareil, l'enseignant ou l'enseignante pourra rappeler que le terme mathématique est congruent.

En rappelant les étapes de résolution de problèmes déjà établies en classe, l'enseignant ou l'enseignante encourage les élèves à devenir autonomes dans leur travail et à utiliser les connaissances de leurs camarades pour se dépanner.

Évaluation formative

- Je vais circuler pour vous écouter et observer ce que vous faites. Il se peut que je note les stratégies que vous utilisez pour résoudre le problème. Des élèves retournent résoudre le problème à leur table de travail, tandis que d'autres travaillent par terre.

L'enseignant ou l'enseignante précise aux élèves les critères d'évaluation, critères qui sont également enregistrés dans son tableau d'observations anecdotiques.

Des élèves retournent résoudre le problème à leur table de travail, tandis que d'autres travaillent par terre.

PENDANT L'APPRENTISSAGE (exploration)

L'enseignant ou l'enseignante facilite l'apprentissage :

- en fournissant des situations qui permettent aux élèves d'essayer leurs propres stratégies;
- en questionnant afin de guider ou de rediriger l'exploration;

- en donnant de l'aide à ceux et celles qui en ont besoin et en permettant aux autres de résoudre le problème de façon indépendante.

L'enseignant ou l'enseignante circule dans la salle de classe et observe les élèves afin de s'assurer que tous sont à la tâche. Certains élèves ont besoin de clarification, d'autres demandent de l'aide pour trouver le matériel nécessaire et d'autres cherchent encore un endroit où travailler.

Après quelques minutes, l'enseignant ou l'enseignante demande l'attention de toute la classe. Les élèves s'arrêtent et écoutent.

- Je veux que vous discutiez de ce que vous avez fait pour résoudre le problème jusqu'à maintenant avec un ou une autre élève ou un autre groupe. Discutez également de ce que vous avez pensé et de quelles stratégies vous aimeriez utiliser.

Les élèves discutent de leurs idées premières avec d'autres, puis retournent à leur place pour continuer de résoudre le problème.

L'enseignant ou l'enseignante entend parler deux élèves qui ont décidé, après les échanges avec leurs camarades, de modifier leur stratégie pour inclure l'utilisation d'un Mira.

Travail en équipe

Même si les élèves choisissent de travailler avec un ou une partenaire, chacun a la responsabilité de noter sa réflexion, son raisonnement et ses solutions. L'enseignant ou l'enseignante peut questionner individuellement les élèves pour s'assurer de leur compréhension du concept. En consignant ses observations et ses commentaires tout au long de l'année, il ou elle peut voir, chez chaque élève, l'évolution de sa compréhension des concepts et de son habileté à résoudre des problèmes et à communiquer son apprentissage.

L'échange des premières idées, tôt dans le processus de résolution de problèmes, permet aux élèves de valider leurs stratégies, de dégager les idées nouvelles et de fournir des indices à ceux et à celles qui ne savent pas par où commencer.

L'enseignant ou l'enseignante fait des commentaires sur le choix du matériel de manipulation et certaines stratégies utilisées :

- Bravo, vous utilisez divers matériels de manipulation. Il ou elle s'aperçoit que Luc et Martine ont terminé leur travail.

Il ou elle s'aperçoit que Luc et Martine ont terminé leur travail.

Celle-ci a différentes formes pliées en deux parties congrues et elle explique qu'elle a tracé tous les axes de symétrie possibles en couleur.

Représentation avec du matériel de manipulation

L'enseignant ou l'enseignante a laissé la liberté aux élèves quant au choix du matériel de manipulation. L'élève découvre que tracer des figures sur une feuille et les découper donnent des résultats, mais qu'utiliser un Mira est aussi efficace et prend moins de temps et d'énergie. Certains élèves vont tout simplement tracer les figures et tirer des lignes pour représenter les axes de symétrie.

L'enseignant ou l'enseignante s'adresse à la classe :

- Vous devez laisser des traces de votre travail. Il est important de noter votre solution et de démontrer comment vous y êtes arrivés. Si vous travaillez avec un ou une partenaire, chacun de vous doit avoir des notes sur le travail qui a été fait. N'oubliez pas d'inscrire toutes les façons différentes de montrer votre compréhension.

Quand les élèves travaillent en équipe, il est important de recueillir des informations pertinentes sur le processus de réflexion et le degré de compréhension de chaque élève.

L'enseignant ou l'enseignante lance un nouveau défi à Tamara.

- Tamara, tes modèles et tes explications me démontrent que tu comprends bien ce qu'est un axe de symétrie. Je remarque que ton triangle a un seul axe de symétrie. Est-ce que tous les triangles ont le même nombre d'axes de symétrie? Est-ce que tous les quadrilatères ont le même nombre d'axes de symétrie?

Après quelques minutes, il ou elle demande à Tamara :

- Comment peux-tu trouver la réponse à ces questions?

Tamara répond :

- Je dois tracer d'autres triangles et d'autres quadrilatères.

L'enseignant ou l'enseignante lui dit :

- Très bien! Vas-y. Traces-en.

Tamara se remet au travail.

Adaptations

La tâche peut être modifiée pour répondre aux différents besoins des élèves.

Pour Tamara, c'est un travail d'enrichissement.

Ce nouveau défi permet de soutenir l'intérêt d'un ou d'une élève qui comprend le problème et qui peut le résoudre rapidement.

L'enseignant ou l'enseignante continue de circuler dans la classe et s'aperçoit que Zoé et Dominic n'ont pas encore commencé leur travail.

- Venez donc vous asseoir avec moi pendant quelques minutes.

Il ou elle tente de les mettre sur une piste de solution :

- Qu'est-ce que nous cherchons dans ce problème?
- Comment sait-on si une figure a un axe de symétrie? Faisons un dessin sur cette feuille pour nous aider. Voici un carré.
- Comment peut-on trouver les axes de symétrie?
- Pouvez-vous penser à une autre façon de le faire?
- Nous allons écrire cela pour ne pas l'oublier.
- Choisissez une figure géométrique et essayez de trouver les axes de symétrie. Je vais revenir dans quelques minutes pour voir comment vous procédez.

Pour Zoé et Dominic, la situation semble plus problématique que pour les autres. L'enseignant ou l'enseignante doit faire un retour en arrière et vérifier où il y a eu une perte de compréhension. Les élèves verbalisent la tâche à effectuer. À partir de questions et de réponses, ils trouvent des solutions possibles. Ensuite, on leur demande de compléter la tâche. Il est important de simplifier la tâche ou de donner plus d'encadrement aux élèves qui ne fonctionnent pas au niveau attendu. Lors de sa planification, l'enseignant ou l'enseignante doit examiner attentivement les besoins et les styles d'apprentissage de ses élèves et préparer des travaux de consolidation, d'enrichissement ou d'autres tâches connexes, s'il ou elle le juge nécessaire. Pour dépister les besoins, l'enseignant ou l'enseignante pose des questions précises et ouvertes aux élèves pendant qu'ils essaient de résoudre le problème.

L'enseignant ou l'enseignante continue de circuler et d'enregistrer dans sa grille les informations observées.

- Vous avez encore dix minutes avant la mise en commun.

Dans la grille d'observation, l'enseignant ou l'enseignante enregistre pour chaque élève les divers matériels de manipulation utilisés ainsi que sa façon de procéder pour consigner le travail de façon organisée.

APRÈS L'APPRENTISSAGE (objectivation/échange mathématique)

Dans ce troisième temps de la situation d'apprentissage, l'enseignant ou l'enseignante guide la discussion pour permettre aux élèves de partager leurs stratégies, d'examiner attentivement les solutions proposées et de déterminer lesquelles sont exactes. Il faut allouer suffisamment de temps pour une mise en commun de plusieurs exemples. Cette Guide d'enseignement efficace des mathématiques de la maternelle à la 6e année – Fascicule 2

discussion valide les diverses stratégies utilisées et permet aux élèves de consolider leurs apprentissages. Pour la plupart des élèves, c'est seulement en se posant des questions et en discutant qu'ils arrivent à bien comprendre les concepts.

L'enseignant ou l'enseignante regroupe les élèves afin que tous puissent voir et entendre les autres.

- Qui peut nous dire quel est le problème que nous venons de résoudre?

Un ou une élève énonce le problème tel qu'il ou elle l'a compris.

Deux élèves qui ont travaillé ensemble se présentent devant la classe et montrent un dessin des figures trouvées.

Quant à Sergio et son partenaire, ils décident de montrer chacun une figure parmi celles qu'ils ont trouvées et consignées dans leur journal de mathématiques respectif. Le dessin de Sergio représente un triangle avec deux côtés congrus et un axe de symétrie.

L'enseignant ou l'enseignante demande :

- Quelle stratégie avez-vous utilisée pour trouver votre solution?

Sergio explique qu'ils ont utilisé des mosaïques géométriques et un Mira pour trouver les axes de symétrie.

- Est-ce qu'il y a d'autres axes de symétrie dans ces deux figures?

Jennifer dit qu'elle a aussi choisi le triangle et qu'elle a trouvé deux autres axes de symétrie. Elle affiche son triangle à côté de celui de Sergio et indique les axes qu'elle a trouvés. Elle explique qu'elle a tracé le triangle sur une feuille de papier, puis l'a découpé et l'a ensuite plié pour trouver les axes de symétrie.

- Bravo Jennifer et Sergio, c'est du beau travail!

Jean dit que lui aussi a tracé un triangle, mais qu'il n'y a pas d'axe de symétrie.

- Montre-nous ton triangle, Jean.

Jean cherche dans ses notes et dessine un triangle scalène au tableau. Avec le Mira, il montre qu'il n'y a pas d'axe de symétrie.

- Est-ce que quelqu'un d'autre a tracé un triangle comme celui de Jean?
- Est-ce qu'une autre personne a tracé des axes de symétrie sur un triangle?

Un élève montre son dessin et explique sa méthode.

- Pourquoi les réponses en ce qui a trait au nombre d'axes de symétrie dans un triangle sont-elles différentes?

Les élèves discutent de la question et arrivent à la conclusion que le triangle équilatéral est le seul à avoir trois axes de symétrie.

Questionnement

À cette étape, l'enseignant ou l'enseignante pose des questions afin de guider l'échange, de souligner les principes mathématiques et de faciliter la compréhension des concepts.

L'enseignant ou l'enseignante demande :

- Est-ce que quelqu'un a utilisé une stratégie différente pour résoudre le problème?
- Comment pouvons-nous enregistrer les résultats?

Les élèves continuent de montrer et de discuter des triangles qui ont des axes de symétrie jusqu'à ce qu'un ou une élève découvre et spécifie que certains triangles n'ont pas d'axes de symétrie, que certains en ont un et que d'autres en ont trois.

L'enseignant ou l'enseignante demande :

- Est-ce qu'il y a quelque chose de commun entre les triangles qui n'ont pas d'axes de symétrie? qui ont seulement un axe de symétrie? qui ont trois axes de symétrie?
- Comment pouvons-nous le savoir? Il faut garder des traces. Comment pouvons-nous faire cela?

L'enseignant ou l'enseignante dit :

- Patty et Alim ont inscrit ce qu'ils ont trouvé dans un tableau. Nous pouvons peut-être utiliser cette stratégie pour nous aider.

Des élèves suggèrent d'écrire ou d'afficher les triangles qui ont un ou des axes de symétrie afin de pouvoir s'y référer au besoin.

Afin de faire réaliser aux élèves l'importance d'organiser leurs données sous forme de tableau, l'enseignant ou l'enseignante pose les questions suivantes : « Comment pouvons-nous le savoir? Il faut garder des traces. Comment pouvons-nous faire cela? » Lorsque les élèves répondent à ces questions, l'enseignant ou l'enseignante peut voir ce qu'ils savent, déceler les lacunes et ainsi adapter les prochaines étapes d'enseignement.

Stratégies de résolution de problèmes

La plupart des élèves utilisent des stratégies de découpage et de pliage pour trouver la solution. L'enseignant ou l'enseignante souligne les stratégies utilisées par les élèves lorsque ces derniers présentent les figures. Ensuite, il ou elle utilise le modelage pour démontrer comment on utilise un tableau pour enregistrer ce qui a été découvert.

Guide d'enseignement efficace des mathématiques de la maternelle à la 6e année – Fascicule 2

Puisque l'organisation de l'information peut être un problème pour beaucoup d'élèves, l'enseignant ou l'enseignante modèle (pense à haute voix) la construction du tableau afin d'aider les élèves à comprendre la façon de procéder.

L'enseignant ou l'enseignante guide les élèves afin qu'ils puissent classer les triangles trouvés. À l'aide de bonnes questions, les élèves découvrent qu'il y a des triangles qui n'ont pas de côtés congrus, d'autres qui ont deux côtés congrus et d'autres qui ont trois côtés congrus. L'enseignant ou l'enseignante continue de placer les triangles sur le tableau qui indique le nombre d'axes de symétrie pour chaque triangle, et ce, jusqu'à ce qu'un ou une élève découvre et dise que tous les triangles qui n'ont pas de côtés congrus n'ont pas d'axes de symétrie. Un ou une autre élève remarque que tous les triangles qui ont trois côtés congrus ont trois axes de symétrie.

L'enseignant ou l'enseignante réalise que c'est un concept difficile à comprendre pour certains élèves. Il ou elle utilise alors des triangles de démonstration et de la ficelle pour montrer les axes de symétrie dans chaque sorte de triangle.

- Existe-t-il des triangles qui ont deux axes de symétrie?
- Est-ce que quelqu'un a trouvé une autre forme qui a des axes de symétrie?

Il est important que tous les élèves voient bien le matériel de manipulation que l'enseignant ou l'enseignante utilise dans ses démonstrations. Il y a, entre autres, du matériel de manipulation spécialement conçu pour rétroprojecteur ou pour tableau magnétique.

Les élèves continuent de montrer les figures qu'ils ont tracées. Lors de la discussion à propos des figures géométriques telles que le rectangle, le carré, le pentagone, l'hexagone ou l'octogone, l'enseignant ou l'enseignante demande aux élèves de les placer sur le tableau. Lorsque les élèves ont terminé, il ou elle les aide à organiser leur tableau.

- Nous avons certaines figures géométriques qui se répètent. Nous allons utiliser un tableau pour organiser ce que nous avons trouvé. Commençons par le triangle. Il y en a trois sortes, ceux qui n'ont pas de côtés congrus, ceux qui ont deux côtés congrus et ceux qui ont trois côtés congrus. Ensuite, plaçons les rectangles. Combien d'axes de symétrie ont les rectangles?
- Plaçons maintenant le pentagone.

L'enseignant ou l'enseignante continue ainsi jusqu'à ce que le tableau soit rempli.

- Dresser un tableau est une bonne façon de voir ce que nous avons fait. Je crois que nous devrions afficher cette stratégie avec les autres. Nous allons rencontrer d'autres situations pendant l'année où cette stratégie pourra être utilisée pour nous aider à organiser nos idées.

- Nous avons appris beaucoup de choses au sujet des figures géométriques et des axes de symétrie. Discutez de tout ce que vous avez appris à propos des axes de symétrie avec un ou une de vos camarades.

Après quelques minutes de discussion, quelques élèves communiquent ce qu'ils ont appris sur les axes de symétrie à toute la classe.

À la fin de l'échange, l'enseignant ou l'enseignante en profite pour faire un retour avec tous les élèves sur la démarche de résolution de problèmes illustrée sur une affiche en leur demandant d'indiquer à chaque étape ce qu'ils ont fait.

- Regardons notre tableau qui représente une série de figures géométriques et leurs axes de symétrie. Pensez-vous qu'il y a d'autres figures géométriques qui ont des axes de symétrie?

L'enseignant ou l'enseignante demande enfin aux élèves de choisir une des figures et de confectionner une carte pour un être cher.

Rendement de l'élève (comportements observables)

Pendant la discussion et pendant que les élèves résolvent le problème, l'enseignant ou l'enseignante évalue le rendement de chaque élève à l'aide d'indices visuels et auditifs qui démontrent :

- qu'il ou elle utilise des stratégies de résolution de problèmes;
- qu'il ou elle choisit, présente et justifie ses solutions.

À d'autres occasions, l'enseignant ou l'enseignante pourrait observer des comportements relatifs à d'autres critères à évaluer tels que l'exactitude des solutions, l'organisation de l'information, l'explication de la procédure utilisée, la démonstration de la compréhension du concept ou l'utilisation de la terminologie mathématique appropriée.

Lorsque les problèmes sont utilisés comme tâche sommative, les informations recueillies peuvent servir à évaluer l'apprentissage des élèves et à rendre compte aux parents des progrès de leur enfant.

Suivi à la maison

L'enseignant ou l'enseignante distribue à chaque élève une feuille intitulée « Suivi à la maison ». Sur cette feuille, on explique aux parents qu'en classe, on étudie présentement le concept de symétrie. Le devoir est clairement expliqué et on invite les parents à travailler avec leur enfant pour trouver des solutions.

- Utilisez le travail que nous avons fait en classe aujourd'hui pour expliquer à vos parents ce qu'est un axe de symétrie.

- Trouvez différentes figures originales (polygones ou non-polygones) et demandez à vos parents de vous aider à identifier les axes de symétrie sur chacune des figures.
- Assurez-vous d'expliquer à vos parents les stratégies que nous avons utilisées en classe pour résoudre le problème.

Le « suivi à la maison » répond à plusieurs objectifs et offre plusieurs avantages :

- Les parents ou les tuteurs et tutrices sont ainsi renseignés sur ce qui se passe en salle de classe.
- Les parents ou les tuteurs et tutrices jouent un rôle important dans l'apprentissage des mathématiques de leur enfant.
- Les élèves consolident leur apprentissage en expliquant les processus ou les stratégies qu'ils ont utilisés pour résoudre le problème.

Lorsque la feuille « Suivi à la maison » est envoyée aux parents ou aux tuteurs et tutrices, il est important d'inclure quelques informations sur le concept présenté en classe afin qu'ils puissent faire des liens avec la tâche que leur enfant a à accomplir. Comme le devoir est un prolongement de ce qui a été fait en classe, les élèves réaliseront la tâche en ayant davantage confiance de la réussir.

- Demain, nous aurons l'occasion de montrer et de discuter davantage de nos découvertes.

Scénario d'une situation d'apprentissage au cycle moyen 4^e à 6^e

Dans cette vignette pour le cycle moyen, on remarque que l'enseignant ou l'enseignante est engagé avec ses élèves tout au long de la situation d'apprentissage, mais laisse beaucoup de place au travail indépendant et aux échanges de groupes. Même si l'enseignant ou l'enseignante donne beaucoup plus de responsabilités aux élèves, il ou elle est sans cesse disponible pour observer et guider les élèves. L'observation efficace lui permet de décider s'il est temps d'observer et d'écouter ou s'il est temps d'intervenir.

AVANT L'APPRENTISSAGE (mise en train)

Ce premier temps de la situation d'apprentissage permet à l'enseignant ou à l'enseignante de faire explorer, dans un contexte familier, un nouveau concept mathématique.

L'enseignant ou l'enseignante :

- présente le problème et tous les renseignements pertinents nécessaires pour le résoudre;
- donne des directives initiales claires quant à la tâche à accomplir;
- s'assure que les élèves comprennent bien le problème.

Le problème n'est pas seulement un problème sous forme d'énoncé. C'est une résolution de problèmes qui permet aux élèves d'explorer les concepts d'angles et de côtés dans un triangle.

L'enseignant ou l'enseignante montre divers triangles aux élèves en leur demandant :

- Quelles figures planes ai-je dans les mains?
- Quelles ressemblances et quelles différences voyez-vous entre ces triangles?

Certains des triangles présentés ont trois angles congrus, d'autres ont deux angles congrus et d'autres n'en ont aucun. Il y a aussi des triangles qu'on rencontre dans la vie de tous les jours (p. ex., instrument de percussion en forme de triangle, pic de guitare, blocs logiques, plateau de jeu triangulaire).

C'est un bon problème, car :

- il touche plusieurs contenus d'apprentissage en 5e année;
- il contribue à la compréhension de la grande idée de propriété des formes géométriques;
- il utilise les mathématiques dans des situations réelles;
- il peut être approfondi pour permettre de créer des liens;
- il est approprié au niveau d'âge ciblé, donc les élèves peuvent trouver une solution;
- il est ouvert, donc les élèves peuvent décider comment aborder le problème et choisir le matériel à utiliser;
- il est interactif, donc les élèves collaborent entre eux et avec l'enseignant ou l'enseignante pour le résoudre.

Présentation de la tâche

- Tous ces triangles peuvent être nommés en fonction d'une classification quelconque.
- L'année dernière, vous avez appris à classer et à nommer les triangles en fonction du nombre de côtés congrus.
- Aujourd'hui, vous allez tenter de trouver une façon de classer ces triangles en fonction de la mesure de leurs angles.
- Vous devez présenter au reste du groupe votre classification et expliquer quelle stratégie vous avez utilisée.

Modalité de travail

- Vous pouvez utiliser tout le matériel de manipulation que vous désirez pour vous aider à résoudre ce problème. Vous pouvez travailler seul ou en équipe de deux.

Note pédagogique

Guide d'enseignement efficace des mathématiques de la maternelle à la 6e année – Fascicule 2

Lors des échanges en groupe, il est important de laisser les élèves s'exprimer sans les interrompre afin de ne pas nuire au partage d'idées. Par la suite, l'enseignant ou l'enseignante peut, si nécessaire, reformuler ce qui a été dit en utilisant les termes justes afin qu'ils puissent apprendre la terminologie appropriée.

Vérification des connaissances antérieures

- Comment appelle-t-on cet angle? Pourquoi?
- Combien d'angles droits a ce triangle?
- Que remarquez-vous par rapport à ce triangle?
- Les trois angles de ce triangle sont-ils congrus?
- Décrivez ce triangle en me parlant de ses angles.

L'enseignant ou l'enseignante demande à quelques élèves de répondre. Il ou elle note les éléments clés au tableau. Par exemple :

- angle aigu (moins que 90°);
- angle obtus (plus que 90°);
- angle droit (égal à 90°).

Certains élèves peuvent penser qu'on peut classer les triangles seulement en fonction de la longueur de leurs côtés. Il faut leur faire réaliser que les triangles peuvent aussi être classés en fonction de la mesure de leurs angles.

Retour sur la question

L'enseignant ou l'enseignante montre ces trois triangles et demande :



- Lequel de ces triangles a trois angles non congrus?
- Est-ce que quelqu'un peut décrire le problème à résoudre ici?

En permettant à quelques élèves de décrire le problème dans leurs propres mots, l'enseignant ou l'enseignante s'assure que tous les élèves comprennent bien la tâche à accomplir.

L'enseignant ou l'enseignante demande à quelques élèves de donner leur interprétation du problème à résoudre.

Un ou une élève répond :

- Je dois trouver le triangle qui a trois angles pas pareils.

Il ou elle demande alors :

- Que veux-tu dire par pas pareils?

L'enseignant ou l'enseignante fait un rappel des étapes à suivre lors de la résolution de problèmes. Il ou elle se réfère à l'affiche au mur illustrant la démarche de résolution de problèmes.

Ensuite, il ou elle rajoute :

- Rappelez-vous que pour résoudre ce problème, vous pouvez utiliser tout le matériel de manipulation mis à votre disposition. Si vous travaillez en équipe, vous avez l'occasion d'apprendre de nouvelles stratégies.

Un ou une élève demande :

- Est-ce que tous les groupes présenteront leur solution au reste de la classe?

L'enseignant ou l'enseignante répond :

- Oui, chaque groupe devra montrer et expliquer sa solution. Vous devrez aussi présenter le matériel de manipulation dont vous vous êtes servis pour trouver votre solution.
- N'oubliez pas que si vous avez de la difficulté, vous devez demander à vos camarades avant de chercher à me consulter. Plusieurs d'entre vous trouveront des stratégies intéressantes pour arriver à classer ces triangles et je sais que vous vous ferez un plaisir de partager vos découvertes avec d'autres élèves de la classe.

Note pédagogique

Il est important de faire preuve de rigueur dans l'utilisation de la terminologie; ici l'expression pas pareils manque de précision.

En rappelant les étapes de résolution de problèmes déjà établies en classe, l'enseignant ou l'enseignante encourage les élèves à devenir autonomes dans leur travail et à utiliser les connaissances de leurs camarades pour se dépanner.

Évaluation formative

- Je vais circuler pour écouter vos discussions et observer vos stratégies. Il se peut que je note les stratégies que vous utilisez pour résoudre le problème.
- L'enseignant ou l'enseignante précise aux élèves les critères d'évaluation, critères qui sont également enregistrés dans son tableau d'observations anecdotiques.

Les élèves sont prêts à commencer la tâche.

PENDANT L'APPRENTISSAGE (exploration)

L'enseignant ou l'enseignante facilite l'apprentissage :

- en fournissant des situations qui permettent aux élèves d'essayer leurs propres stratégies;
- en questionnant afin de guider ou de rediriger l'exploration;
- en donnant de l'aide à ceux et celles qui en ont besoin et en permettant aux autres de résoudre le problème de façon indépendante.

L'enseignant ou l'enseignante circule dans la salle de classe et observe les élèves afin de s'assurer que tous sont à la tâche. Certains élèves ont besoin de clarifications, d'autres demandent de l'aide pour trouver le matériel nécessaire.

Travail en équipe

Même si les élèves choisissent de travailler avec un ou une partenaire, chacun a la responsabilité de noter sa réflexion, son raisonnement et ses solutions. L'enseignant ou l'enseignante peut questionner individuellement les élèves pour s'assurer de leur compréhension du concept. En consignant ses observations et ses commentaires tout au long de l'année, il ou elle peut voir, chez chaque élève, l'évolution de sa compréhension des concepts et de son habileté à résoudre des problèmes et à communiquer son apprentissage.

Après quelques minutes, l'enseignant ou l'enseignante demande l'attention de toute la classe.

- Je veux que vous discutiez de ce que vous avez fait pour résoudre le problème jusqu'à maintenant avec un ou une autre élève ou un autre groupe. Discutez également de ce que vous avez pensé et de quelles stratégies vous aimeriez utiliser. L'échange des premières idées, tôt dans le processus de résolution de problèmes, permet aux élèves de valider leurs stratégies, de dégager les idées nouvelles et de fournir des indices à ceux et à celles qui ne savent pas par où commencer.

L'échange des premières idées tôt dans le processus de résolution de problèmes permet aux élèves de valider leurs stratégies, de dégager les idées nouvelles et de fournir des indices à ceux et à celles qui ne savent pas par où commencer.

Les élèves discutent de leurs premières idées avec d'autres élèves puis retournent résoudre le problème à leur place.

L'enseignant ou l'enseignante entend parler deux élèves qui ont décidé, après leur échange avec un autre groupe, de modifier leur stratégie et d'utiliser un carré de l'ensemble de blocs logiques pour comparer les angles des triangles avec l'angle droit du carré.

Guide d'enseignement efficace des mathématiques de la maternelle à la 6e année – Fascicule 2

L'enseignant ou l'enseignante fait des commentaires sur le choix du matériel de manipulation et certaines stratégies utilisées :

- Bravo, vous utilisez divers matériels de manipulation.

Il ou elle s'aperçoit que Luc et Martine ont terminé leur travail.

Ils ont placé tous les triangles ayant un angle droit ensemble, tous ceux ayant un angle obtus ensemble et tous les autres ensemble.

Représentation avec du matériel de manipulation

L'enseignant ou l'enseignante a laissé la liberté aux élèves quant au choix du matériel de manipulation. L'élève qui choisit le carré pour comparer les mesures des angles se rend compte que le coin d'une feuille de papier ordinaire peut aussi faire l'affaire lorsqu'il s'agit de comparer les angles à un angle droit.

L'enseignant ou l'enseignante s'adresse à la classe :

- Vous devez laisser des traces de votre travail. Il est important de noter votre solution et de démontrer comment vous y êtes arrivés. Si vous travaillez avec un ou une partenaire, chacun de vous doit avoir des notes sur le travail qui a été fait. N'oubliez pas d'inscrire toutes les façons différentes de montrer votre compréhension.

Quand les élèves travaillent en équipe, il est important de recueillir des informations pertinentes sur le processus de réflexion et le degré de compréhension de chaque élève.

L'enseignant ou l'enseignante lance un nouveau défi à Luc et Martine.

- Votre classement me démontre que vous comprenez bien comment classer les triangles en fonction de leurs angles. Puisque vous avez appris l'an dernier à classer des triangles selon leurs côtés, pouvez-vous maintenant trouver une façon de classer les triangles en tenant compte à la fois de leurs angles et de leurs côtés?

Après quelques minutes, il ou elle leur demande :

- Comment vous y prenez-vous pour classer les triangles en fonction de leurs angles et leurs côtés?

Luc et Martine répondent :

- Nous allons créer des ensembles, un pour les triangles ayant trois côtés congrus et trois angles droits. Attendez! Un triangle ne peut pas avoir trois angles droits ni deux angles droits. On fera donc un ensemble pour les triangles ayant trois

côtés congrus et un angle droit. On créera tous les ensembles possibles en procédant par essais et erreurs.

L'enseignant ou l'enseignante répond :

- Très bien, allez-y, vous êtes sur la bonne piste.

Luc et Martine se remettent au travail.

Adaptations

Ce nouveau défi permet de soutenir l'intérêt d'une équipe qui comprend le problème et qui peut le résoudre rapidement.

L'enseignant ou l'enseignante continue de circuler dans la classe et s'aperçoit que Andrew et Rachid n'ont pas encore commencé leur travail.

- Venez donc vous asseoir avec moi pendant quelques minutes.

Il ou elle tente de les mettre sur une piste de solution :

- Qu'est-ce que nous cherchons dans ce problème?
- Quelles sont les trois sortes d'angles qu'il est possible de retrouver dans un triangle?
- Comment pouvons-nous savoir s'il s'agit d'un angle aigu, obtus ou droit?
- Pourrait-on les identifier d'une autre façon?
- Nous allons écrire cela pour ne pas l'oublier.
- Choisissez un triangle et trouvez le nombre d'angles droits, aigus et obtus. Je vais revenir dans quelques minutes pour voir comment vous vous y prenez.

Pour Andrew et Rachid, la situation semble plus problématique que pour les autres. L'enseignant ou l'enseignante doit faire un retour en arrière et vérifier où il y a eu un manque de compréhension. Les élèves verbalisent la tâche à effectuer. À partir de questions et de réponses, ils trouvent des solutions possibles. Ensuite, on leur demande de compléter la tâche. Il est important de simplifier la tâche en donnant plus d'encadrement aux élèves qui ne fonctionnent pas au niveau attendu. Lors de sa planification, l'enseignant ou l'enseignante doit examiner attentivement les besoins et les styles d'apprentissage de ses élèves et préparer des travaux de consolidation, d'enrichissement ou d'autres tâches connexes s'il ou elle le juge nécessaire. Pour dépister les besoins, l'enseignant ou l'enseignante pose des questions précises et ouvertes aux élèves pendant qu'ils essaient de résoudre le problème.

L'enseignant ou l'enseignante continue de circuler et d'enregistrer dans sa grille les informations observées.

- Vous avez encore dix minutes avant la mise en commun.

Dans la grille d'observation, l'enseignant ou l'enseignante enregistre pour chaque élève les divers matériels de manipulation utilisés ainsi que sa façon de procéder pour consigner le travail de façon organisée.

APRÈS L'APPRENTISSAGE (objectivation/échange mathématique)

Dans ce troisième temps de la situation d'apprentissage, l'enseignant ou l'enseignante guide la discussion pour permettre aux élèves de partager leurs stratégies, d'examiner attentivement les solutions proposées et de déterminer lesquelles sont exactes. Il faut allouer suffisamment de temps pour une mise en commun de plusieurs exemples. Cette discussion valide les diverses stratégies utilisées et permet aux élèves de consolider leurs apprentissages. Pour la plupart des élèves, c'est seulement en se posant des questions et en discutant qu'ils arrivent à bien comprendre les concepts.

L'enseignant ou l'enseignante regroupe les élèves afin que tous puissent voir et entendre les autres.

- Qui peut nous dire quel est le problème que nous venons de résoudre?

Une ou un élève énonce le problème tel qu'il ou elle l'a compris.

Deux élèves qui ont travaillé ensemble se présentent devant la classe et montrent comment ils ont classifié les différents triangles.

L'enseignant ou l'enseignante demande :

- Quelle stratégie avez-vous utilisée pour trouver votre solution?

Monique dit qu'elle a utilisé le coin d'une feuille de papier pour comparer les angles des triangles.

- Est-ce qu'il y a d'autres façons de reconnaître les angles aigus, droits et obtus dans un triangle?

Jennifer dit qu'elle a utilisé un rapporteur d'angle. Elle démontre comment elle s'y est prise pour réaliser qu'il y a trois classes possibles : les triangles avec un angle droit et deux angles aigus, ceux avec trois angles aigus et ceux avec un angle obtus et deux angles aigus.

- Bravo Jennifer, beau travail!

Luis cherche dans ses notes et dit :

- J'ai trouvé quatre catégories et non trois. J'ai aussi un triangle qui a deux angles obtus.

L'enseignant ou l'enseignante dit :

- Montre-nous ce triangle et explique-nous comment tu as trouvé la mesure des deux angles obtus.

Luis se rend compte qu'il a utilisé la mauvaise mesure d'angle sur le rapporteur d'angle. L'enseignant ou l'enseignante demande :

- Est-il possible de tracer un triangle ayant deux angles obtus?

Les élèves discutent de la question et arrivent à la conclusion que ce n'est pas possible.

Questionnement

À cette étape, l'enseignant ou l'enseignante pose des questions afin de guider l'échange, de souligner les principes mathématiques et de faciliter la compréhension des concepts.

L'enseignant ou l'enseignante demande :

- Est-ce que quelqu'un a utilisé une stratégie différente pour résoudre le problème?
- Comment pouvons-nous enregistrer nos résultats?

Les élèves continuent de montrer et de discuter des classes qu'ils ont faites jusqu'à ce qu'ils concluent qu'il existe trois classes de triangles si on se réfère à la mesure de leurs angles : les triangles qui ont trois angles aigus, ceux qui ont un angle droit et ceux qui ont un angle obtus.

Afin de faire réaliser aux élèves l'importance d'organiser leurs données sous forme de tableau, l'enseignant ou l'enseignante pose les questions suivantes :

- Comment pouvons-nous le savoir? Il faut garder des traces. Comment pouvons-nous faire cela?

Lorsque les élèves répondent à ces questions, l'enseignant ou l'enseignante peut voir ce qu'ils savent, déceler les lacunes et ainsi adapter les prochaines étapes d'enseignement.

Stratégies de résolution de problèmes

La plupart des élèves utilisent des carrés ou des coins de feuille de papier pour trouver la solution. L'enseignant ou l'enseignante souligne les stratégies utilisées par les élèves lorsque ces derniers les présentent. Ensuite, il ou elle utilise le modelage pour démontrer comment on utilise un tableau pour enregistrer ce qui a été découvert.

- Construire un tableau est une bonne façon de résumer l'information.

L'enseignant ou l'enseignante aide les élèves à utiliser un tableau pour classer les triangles.

1 angle droit	1 angle obtus	3 angles aigus

- Quels triangles allons-nous placer dans la 1^{re} colonne? dans la 2^e colonne? dans la 3^e colonne?

L'enseignant ou l'enseignante continue jusqu'à ce que le tableau soit rempli.

- Que remarquez-vous lorsque le triangle a un angle droit?
 - Ses deux autres angles sont toujours aigus.
- Que remarquez-vous lorsque le triangle a un angle obtus?
 - Ses deux autres angles sont toujours aigus.

Voici les noms de ces différentes classes de triangles

1 angle droit	1 angle obtus	3 angles aigus
Triangle rectangle	Triangle obtusangle	Triangle acutangle
		

L'enseignant ou l'enseignante peut aussi souligner que lorsque les trois angles aigus sont congrus, le triangle se nomme aussi triangle équiangle.

- Est-ce que quelqu'un peut récapituler ce qu'on a appris aujourd'hui au sujet de la classification des triangles en fonction de leurs angles?

À la fin de l'échange, faire un retour avec tous les élèves sur la démarche de résolution de problème utilisée et sur l'importance du tableau pour organiser ses données.

Rendement de l'élève (comportements observables)

Pendant la discussion et pendant que les élèves résolvent le problème, l'enseignant ou l'enseignante évalue le rendement de chaque élève à l'aide d'indices visuels et auditifs qui démontrent :

- qu'il ou elle utilise des stratégies de résolution de problèmes;
- qu'il ou elle choisit, présente et justifie ses solutions.

À d'autres occasions, l'enseignant ou l'enseignante pourrait observer des comportements relatifs à d'autres critères à évaluer tels que l'exactitude des solutions, l'organisation de l'information, l'explication de la procédure utilisée, la démonstration

Guide d'enseignement efficace des mathématiques de la maternelle à la 6^e année – Fascicule 2

de la compréhension du concept ou l'utilisation de la terminologie mathématique appropriée.

Puisqu'avec ce problème, on présente un nouveau concept ou on en approfondit un déjà présenté, l'information recueillie servira à planifier les prochaines étapes et les nouvelles situations d'apprentissage. Lorsque les problèmes sont utilisés comme tâche sommative, les informations recueillies peuvent servir à évaluer l'apprentissage des élèves et à rendre compte aux parents des progrès de leur enfant.

Suivi à la maison

L'enseignant ou l'enseignante distribue à chaque élève une feuille intitulée « Suivi à la maison ». Sur cette feuille, on explique aux parents le concept présentement étudié en classe et on fournit plusieurs triangles que l'élève doit découper et classer selon leurs angles.

- Utilisez le travail fait en classe aujourd'hui pour expliquer à vos parents comment classer des triangles en fonction de leurs angles.
- Assurez-vous de bien expliquer les stratégies utilisées en classe pour résoudre ce problème.

Le « Suivi à la maison » répond à plusieurs objectifs et offre plusieurs avantages :

- Les parents ou les tuteurs et tutrices sont ainsi renseignés sur ce qui se passe en salle de classe.
- Les parents ou les tuteurs et tutrices jouent un rôle important dans l'apprentissage des mathématiques de leur enfant.
- Les élèves consolident leur apprentissage en expliquant les processus ou les stratégies qu'ils ont utilisés pour résoudre le problème.

Lorsque la feuille « Suivi à la maison » est envoyée aux parents ou aux tuteurs et tutrices, il est important d'inclure quelques informations sur le concept présenté en classe afin qu'ils puissent faire des liens avec la tâche que leur enfant a à accomplir. Comme le devoir est un prolongement de ce qui a été fait en classe, les élèves réaliseront la tâche en ayant davantage confiance de la réussir.

RÔLE DE L'ENSEIGNANT OU DE L'ENSEIGNANTE DANS L'ENSEIGNEMENT PAR LA RÉOLUTION DE PROBLÈMES

Comme le montrent les deux scénarios d'une situation d'apprentissage par la résolution de problèmes, l'enseignant ou l'enseignante a comme rôle premier de faire vivre aux élèves des activités riches et efficaces en résolution de problèmes. En tant que facilitateur ou facilitatrice, il ou elle :

- propose des problèmes appropriés et stimulants;
- aide les élèves à élargir leur apprentissage;

Guide d'enseignement efficace des mathématiques de la maternelle à la 6^e année – Fascicule 2

- encourage et accepte les stratégies de résolution de problèmes proposées par les élèves;
- questionne les élèves et les incite à réfléchir;
- utilise le modelage;
- observe et évalue le processus de résolution de problèmes des élèves;
- prévoit les difficultés conceptuelles et les méprises possibles;
- aide les élèves à surmonter les difficultés éprouvées.

Proposer des problèmes appropriés et stimulants

L'enseignant ou l'enseignante doit présenter aux élèves différents genres de problèmes qui suscitent leur intérêt et leur offrent un défi. Le fait de varier les situations de résolution de problèmes provoque un déséquilibre cognitif qui incite les élèves à analyser chacune des situations, à effectuer un raisonnement mathématique et à choisir une stratégie de résolution appropriée en utilisant leurs connaissances antérieures et en faisant des liens avec des problèmes connus.

L'enseignant ou l'enseignante doit reconnaître que lorsqu'il ou elle donne aux élèves une série de problèmes semblables, il ou elle ne les place pas en situation de résolution de problèmes. Il ou elle les placent plutôt en situation d'exercices répétitifs construits à partir d'un type de problème. La valeur pédagogique de ce genre de situation d'apprentissage se limite à la consolidation de la compréhension d'un concept ou de l'habileté à utiliser un algorithme, une procédure ou une stratégie.

Une bonne situation de résolution de problèmes présente la plupart ou toutes les caractéristiques suivantes :

- elle est formulée clairement, sous forme d'un énoncé écrit, oral ou même illustré, de façon à être comprise par tous les élèves;
- elle est énoncée de façon à ne pas induire une stratégie de résolution ou l'emploi d'un algorithme en particulier;
- elle éveille la curiosité et maintient l'intérêt des élèves;
- elle incite à la réflexion et aux échanges mathématiques;
- elle est à la portée de tous les élèves tout en leur offrant un défi;
- elle se prête à l'utilisation d'une variété de stratégies de résolution;
- elle fait appel au vécu des élèves;
- elle donne lieu à une ou à plusieurs réponses correctes;
- elle permet un temps de résolution raisonnable et suffisant.

Voici une liste de différents genres de problèmes :

- problèmes sans nombres;
- problèmes dont la solution se trouve en suivant des directives (comme dans une recette);

- problèmes exigeant une recherche d'information (toutes les données ne sont pas présentées);
- problèmes où il faut interpréter des données dans des diagrammes ou des tableaux;
- problèmes contenant des données superflues;
- problèmes où l'on doit faire un classement;
- problèmes où l'on doit utiliser un modèle (p. ex., reproduire une construction à trois dimensions);
- problèmes à plusieurs étapes (p. ex., réaliser une maquette);
- problèmes où il faut tracer des diagrammes;
- problèmes où l'on doit utiliser des formules;
- problèmes à inventer à partir des données fournies;
- problèmes à réponses personnalisées (p. ex., construire un dallage ou une mosaïque);
- problèmes qui demandent une réponse approximative;
- problèmes à plusieurs solutions.

Certains enseignants et enseignantes ont parfois tendance à présenter des problèmes bien définis, soit une tâche ou une question claire, avec toutes les informations pertinentes, les règles et la marche à suivre. C'est pour cette raison, entre autres, que bien des élèves réussissent facilement à résoudre des problèmes en classe, mais sont incapables ou éprouvent beaucoup de difficultés à le faire dans leur vie (p. ex., faire un budget, planifier un jardin ou un voyage, faire le plan d'aménagement d'une maison). Le transfert ne se fait pas.

Lorsque les élèves savent quoi faire et comment faire pour résoudre un problème, ils font simplement un exercice. À ce stade, ils utilisent leurs connaissances acquises pour effectuer le travail demandé sans être nécessairement en situation d'apprentissage. Le but des exercices est donc de renforcer (situation de consolidation) les connaissances acquises ou de pratiquer les algorithmes découverts antérieurement [voir le chapitre 3, Planification de l'enseignement des mathématiques (fascicule1)]. Il faut bien différencier les exercices des bons problèmes, ces deux pratiques faisant partie du vécu des élèves en salle de classe.

Pour favoriser chez l'élève le développement de l'esprit mathématique, il ne suffit pas de lui donner des problèmes toujours plus difficiles. Il importe de mettre l'accent sur la compréhension en lui demandant d'expliquer ce qu'il ou elle fait, d'approfondir ses justifications et de toujours chercher à savoir s'il n'y a pas une meilleure façon de réaliser la tâche. (Stenmark et Bush, 2001, p. 4, traduction libre)

Les bons problèmes permettent d'arriver à une solution par le raisonnement et peuvent donner lieu, selon le contexte, à des réponses multiples ou à une seule réponse.

Plusieurs problèmes retrouvés dans les manuels exigent tout simplement de transformer un problème écrit en une expression numérique ou d'utiliser une méthode spécifique pour trouver une réponse précise. Les bons problèmes dirigent l'attention des élèves sur les concepts clés sous-jacents aux grandes idées (p. ex., problèmes dans les guides d'enseignement efficace des mathématiques, de la maternelle à la 6e année, publiés par domaine).

Par exemple, un élève au cycle primaire (1^{re} à 3^e) peut être en mesure de dire ce qu'est un axe de symétrie et ne pas pouvoir compléter une tâche qui consiste à identifier des figures ayant des axes de symétrie et à tracer tous les axes de symétrie possibles d'une figure donnée. Cette tâche suppose que l'élève comprend le concept de symétrie. Au début, l'élève pourrait insister sur le fait que tous les triangles n'ont qu'un seul axe de symétrie sans réaliser que certains en ont trois et que d'autres n'en ont aucun.

De façon analogue, un élève au cycle moyen (4^e à 6^e) peut être en mesure de dire ce qu'est une rotation et ne pas pouvoir effectuer la tâche suivante :

Trace l'image de la figure qui a subi les rotations suivantes : de tour dans le sens des aiguilles d'une montre, de tour dans le sens contraire, un tour complet dans le sens des aiguilles d'une montre et de tour dans le sens contraire.

Cette tâche suppose que l'élève comprend les concepts de rotation, de centre de rotation et de fractions. Certains élèves seraient portés à faire subir les transformations les unes après les autres à la figure initiale. Par contre, en annulant les deux rotations de de tour qui sont opposées l'une à l'autre et en ne s'occupant pas de la rotation d'un tour complet, on se rend compte qu'il suffit d'effectuer la rotation d'un quart de tour dans le sens contraire des aiguilles d'une montre pour obtenir l'image. D'autres élèves pourraient choisir de déterminer le résultat des quatre rotations comme suit :

$$\frac{3}{4} - \frac{1}{4} + 1 - \frac{3}{4} - \frac{3}{4}$$

Or, une rotation de de tour dans le sens des aiguilles d'une montre donne la même image qu'une rotation de de tour dans le sens contraire des aiguilles d'une montre.

Trop de problèmes portent uniquement sur la connaissance des procédures alors que les bons problèmes visent davantage la compréhension du concept. Les bons problèmes privilégient les processus et non pas seulement le résultat final.

Par ailleurs, un bon problème suscite l'intérêt des élèves et leur permet d'utiliser les stratégies qu'ils ont identifiées comme étant utiles plutôt que des procédures conventionnelles qui leur sont imposées. Un très bon problème permet à tous les élèves de résoudre au moins en partie le problème et de donner des réponses qui reflètent leur niveau de compréhension et de raisonnement et qui renseignent l'enseignant ou l'enseignante sur leur façon de penser.

En modifiant certaines activités pour permettre l'utilisation de diverses stratégies de résolution de problèmes, l'enseignant ou l'enseignante peut recueillir des données sur :

- le raisonnement des élèves;
- l'utilisation de diverses représentations;
- l'efficacité et l'exactitude des stratégies choisies.

La démarche suivante peut être utile pour formuler de bons problèmes ouverts et peut fournir un encadrement à l'enseignant ou à l'enseignante pour qui le concept est nouveau.

1re étape : Identifier le concept que les élèves doivent comprendre (p. ex., symétrie, rotation) plutôt que l'habileté à appliquer une procédure.

2e étape : Trouver dans les manuels ou les ressources pédagogiques une situation d'apprentissage qui porte sur ce concept.

3e étape : Se poser les questions suivantes à propos de la situation :

- Le problème porte-t-il davantage sur la compréhension du concept que sur la connaissance des procédures?
- Les mathématiques sont-elles au coeur de la situation?
- La situation exige-t-elle de justifier ou d'expliquer les réponses obtenues ou les méthodes utilisées?
- Y a-t-il plus d'une façon d'arriver à une solution?

4e étape : Réviser le problème s'il ne répond pas aux critères de la 3e étape.

Il y a différentes façons de réviser un problème afin de l'améliorer et d'encourager les élèves à donner un sens véritable aux mathématiques. On présente dans le tableau ci-dessous quelques façons de rendre un problème plus ouvert.

Tableau sur p 31 (ligne 1692)

Révision des problèmes

Numération et sens du nombre

Problème initial	Problème modifié	Explication
10 – 8 (1 ^{re} à 3 ^e)	La différence entre deux nombres est de 2. Quels peuvent être ces deux nombres?	Les paramètres du premier problème ont été élargis par la suppression de nombres spécifiques. Le problème modifié permet à l'élève d'explorer et de communiquer sa compréhension du concept « différence de 2 » plutôt que d'effectuer une simple soustraction (10 – 8 =) dont la différence pourrait être mémorisée.

Problème initial	Problème modifié	Explication
10 x 8 (4 ^e à 6 ^e)	Le produit de deux nombres entiers est 80. Quels peuvent être ces deux nombres?	Le problème modifié permet d'explorer davantage le concept de multiplication. L'utilisation de plus grands nombres serait appropriée pour des élèves plus avancés.

Géométrie et sens de l'espace

Problème initial	Problème modifié	Explication
Combien y a-t-il de côtés à un triangle? (1 ^{re} à 3 ^e)	Voici un sac qui contient des figures géométriques. Comment peut-on classer ces figures? Dis-moi pourquoi? (Les élèves peuvent les classer selon le nombre de côtés, la sorte d'angles, etc.)	Le problème modifié exige de justifier son raisonnement et non seulement de fournir une réponse. Il fait appel à un niveau de pensée géométrique plus élevé puisque les élèves doivent analyser et comparer les attributs et les propriétés des figures géométriques.
Utilise deux triangles pour former un carré. (4 ^e à 6 ^e)	Utilise un géoplan pour découvrir les figures que tu peux créer à l'aide de deux triangles congruents.	Le problème modifié permet d'explorer d'autres figures que le carré. L'utilisation du géoplan permet l'exploration et la visualisation des relations entre les différentes figures planes.

Mésure

Problème initial	Problème modifié	Explication
Détermine le périmètre de ton pupitre en utilisant la formule du périmètre. (1 ^{re} à 3 ^e)	Quels objets peux-tu trouver dont le périmètre est d'environ 40 cm?	Le problème modifié permet aux enseignants et aux enseignantes d'observer le niveau de compréhension du concept de périmètre et de déterminer si les élèves ont simplement mémorisé une formule qu'ils ne peuvent appliquer à de nouvelles situations.
Calcule le périmètre de ton pupitre. (4 ^e à 6 ^e)	Quels objets dans la classe ont un périmètre plus petit (ou plus grand) que celui de ton pupitre? Qui a trouvé le plus grand (ou le plus petit) périmètre?	Utiliser le concept de périmètre dans le but de comparer des objets permet aux élèves de visualiser et de comprendre les relations qui existent entre ces objets. Le partage des découvertes permet les échanges mathématiques et la collaboration.

Modélisation et algèbre

Problème initial	Problème modifié	Explication
Avec des mosaïques géométriques, construis une suite correspondant à la suite ABABAB. (1 ^{re} à 3 ^e)	Construis une suite et décris-la. Dis-moi quelle est la régularité.	Le problème modifié incite les élèves à parler de leur raisonnement mathématique. Il permet aussi à l'enseignant ou à l'enseignante de savoir si les élèves ont compris le concept de régularité.
Montre les multiples de 3 dans une grille de	À l'aide d'une grille de nombres de 1 à 100, établis un lien entre les multiples de 3 et les multiples	Le problème modifié permet aux élèves d'explorer les régularités inhérentes à notre système de numération. L'échange

Problème initial	Problème modifié	Explication
nombres de 1 à 100. (4 ^e à 6 ^e)	de 6. D'après toi, y a-t-il d'autres combinaisons de nombres dont les multiples permettent de faire un lien semblable? (Réponses possibles : 4 et 8, 6 et 12.)	mathématique permet de consolider les apprentissages et de développer le raisonnement algébrique.

Traitement des données et probabilité

Problème initial	Problème modifié	Explication
Regarde notre diagramme à bandes sur les animaux domestiques. Combien d'élèves ont des chiens à la maison? (1 ^{re} à 3 ^e)	Rappelle-toi notre diagramme à bandes sur les animaux domestiques et notre autre diagramme à bandes sur le nombre de frères et soeurs que nous avons. J'ai supprimé le titre des diagrammes. Comment peux-tu déterminer quel diagramme se rapporte aux animaux domestiques et lequel se rapporte au nombre de frères et soeurs? Pourquoi?	Le problème modifié exige d'interpréter l'ensemble des diagrammes et d'extrapoler des renseignements au lieu de simplement interpréter une des bandes du diagramme. Les élèves doivent également expliquer leur raisonnement.
Regarde ces deux diagrammes. Les élèves du cycle moyen ont-ils plus d'animaux domestiques que ceux du cycle primaire? (4 ^e à 6 ^e)	Comment le diagramme à bandes sur les animaux domestiques des élèves de notre classe peut-il nous aider à estimer le nombre d'animaux domestiques de tous les élèves de l'école? Peux-tu prédire quelles seraient les différences entre le diagramme produit dans une classe d'une école urbaine et dans celle d'une école rurale. Que peux-tu prédire?	Les élèves qui résolvent des problèmes doivent aussi avoir l'occasion d'en rédiger. Fournir ces occasions leur permet de mettre en application et de démontrer leurs apprentissages. Ce genre de problème pourrait aussi être réalisé en jumelant des classes d'élèves des cycles moyen et primaire. Les élèves du cycle moyen peuvent aider ceux du cycle primaire à rédiger des questions de sondage et à compiler les résultats. Chaque classe peut ensuite construire ses propres diagrammes et les interpréter.

En tenant compte des explications données dans la 3^e colonne du tableau, l'enseignant ou l'enseignante peut choisir plus judicieusement les problèmes à présenter aux élèves. Il ou elle n'a pas à inventer de nouveaux problèmes à chaque leçon de mathématiques; en modifiant légèrement les problèmes trouvés dans les ressources existantes, il ou elle peut formuler de bons problèmes qui mettent l'accent sur les grandes idées et les concepts clés à l'étude et permettent aux élèves d'approfondir leur compréhension des mathématiques.

Aider les élèves à poursuivre leur apprentissage

L'aide que fournit l'enseignant ou l'enseignante tout au long du processus de résolution de problèmes doit être soigneusement adaptée aux besoins des élèves. Pour les aider à réussir, il ou elle établit d'abord où les élèves se situent par rapport aux attentes et aux contenus d'apprentissage du programme-cadre. Ensuite, il ou elle les accompagne en leur fournissant l'aide nécessaire à l'accomplissement de la tâche. L'accompagnement, que l'on nomme étayage et parfois échafaudage dans la littérature pédagogique, est l'aide ou l'appui fourni aux élèves souvent sous forme de questions, d'interventions ou d'indices visuels qui vont leur permettre d'accéder à un niveau supérieur de compréhension. Le défi pour l'enseignant ou l'enseignante est de fournir suffisamment de structures pour permettre aux élèves d'être productifs sans toutefois détruire l'initiative et la motivation. Les élèves qui trouvent des solutions acquièrent des habiletés de raisonnement importantes qu'ils peuvent appliquer dans de nouvelles situations. Ils établissent des liens avec leurs acquis antérieurs et développent une compréhension des concepts, ce qui dépasse de loin les limites imposées par la simple connaissance des procédures. La tentation de fournir la solution ou de réduire le processus à des procédures à mémoriser peut être très forte. Les élèves demandent souvent à l'enseignant ou à l'enseignante de leur donner la réponse et de leur dire comment résoudre le problème. Lorsque cette situation se répète d'une année d'études à l'autre, ils ne peuvent développer la persévérance nécessaire pour devenir autonomes en résolution de problèmes. Les élèves qui ont ressenti de la satisfaction après avoir persévéré dans le processus de résolution de problèmes prennent de l'assurance et améliorent leur habileté à résoudre des problèmes. Le rôle de l'enseignant ou de l'enseignante, lorsque les élèves sont en situation de résolution de problèmes, est de les aider en posant des questions incitatives, en donnant des indices et en utilisant le modelage pour montrer comment réfléchir pour trouver des solutions.

Le tableau suivant présente diverses interventions pédagogiques permettant d'aider les élèves à élargir leur apprentissage lors d'une leçon axée sur le processus de résolution de problèmes.

Interventions pédagogiques en résolution de problèmes

Avant l'apprentissage (mise en train)

L'enseignant ou l'enseignante peut :

- choisir un problème que tous les élèves peuvent résoudre (du moins en partie);
- créer un contexte stimulant (personnaliser le problème en utilisant les noms des élèves ou les siens). Les situations réelles ou réalistes sont les plus motivantes et favorisent le transfert de connaissances;
- discuter de la situation;
- s'assurer que les élèves comprennent le problème;
- demander aux élèves de reformuler le problème dans leurs propres mots;
- demander aux élèves ce qu'ils doivent trouver;

Guide d'enseignement efficace des mathématiques de la maternelle à la 6e année – Fascicule 2

- permettre aux élèves de poser des questions (p. ex., demander : « Avez-vous besoin d'autres renseignements? »);
- encourager les élèves à se servir de leurs connaissances antérieures (p. ex., se référer à des problèmes semblables ou à des concepts connexes);
- utiliser le modelage, soit le monologue pour expliciter à haute voix sa pensée (peut se faire aussi pendant et après l'apprentissage);
- mettre à la disposition des élèves tout le matériel nécessaire.

Pendant l'apprentissage (exploration)

L'enseignant ou l'enseignante peut :

- encourager les élèves à faire un remue-méninges;
- poser des questions d'approfondissement (voir la section Questionner les élèves et les inciter à réfléchir);
- guider l'activité en donnant des indices et non des solutions;
- clarifier les méprises;
- utiliser un vocabulaire mathématique précis et faire preuve de rigueur;
- questionner au besoin pour réorienter les élèves (ils voient habituellement leurs erreurs si les questions sont posées de façon stratégique);
- répondre aux questions, mais éviter de donner une solution au problème;
- observer et évaluer pour déterminer ou adapter les prochaines étapes de l'enseignement;
- faire une mise au point avec toute la classe quand d'importantes questions surgissent;
- si un groupe éprouve des difficultés, s'y joindre à titre de participant ou de participante;
- inciter les élèves à clarifier leurs idées et à questionner les autres élèves;
- avertir les élèves de cinq à dix minutes à l'avance avant de passer à l'objectivation.

Après l'apprentissage (objectivation/échange mathématique)

L'enseignant ou l'enseignante peut :

- accepter une variété de stratégies de résolution;
- s'assurer que l'on a dégagé du problème les concepts mathématiques qui s'y trouvent;
- souligner les grandes idées et les concepts clés;
- demander aux élèves de défendre leur stratégie et de justifier leur réponse;
- s'assurer que les élèves comprennent les stratégies et les solutions des autres;
- ne discuter que des stratégies que les élèves peuvent expliquer;
- favoriser l'autonomie et laisser les élèves s'interroger sur les solutions et les stratégies présentées;

- utiliser différentes représentations concrètes, illustrées ou numériques pour démontrer la solution du problème;
- clarifier les méprises;
- souligner les liens entre les stratégies et les solutions proposées qui ont été utilisées pour résoudre des problèmes semblables afin d'aider les élèves à généraliser les concepts;
- encourager les élèves à déterminer ce qui a rendu le problème facile ou difficile (p. ex., vocabulaire mathématique) et à réfléchir à des moyens de favoriser un niveau de difficulté approprié la prochaine fois;
- faire la synthèse de l'échange mathématique pour l'ensemble de la classe en insistant sur les concepts et les idées clés.

Encourager et accepter les stratégies de résolution de problèmes proposées par les élèves

Encourager et accepter les stratégies proposées par les élèves est un élément important de la réussite dans l'apprentissage du processus de résolution de problèmes. En acceptant diverses façons de résoudre un problème, en encourageant les discussions sur les stratégies et en posant des questions pertinentes, l'enseignant ou l'enseignante s'assure que les élèves comprennent leur propre raisonnement et celui des autres. Procéder de cette façon permet aussi aux élèves de reconnaître leurs erreurs de raisonnement et d'adapter leur stratégie.

Toutes les situations d'apprentissage par la résolution de problèmes doivent comporter une objectivation, en petits groupes ou avec la classe, au cours de laquelle l'enseignant ou l'enseignante s'assure que tous les élèves ont utilisé une stratégie pour arriver à la solution et ont bien compris le concept mathématique ciblé par le problème. L'objectivation peut avoir lieu pendant que les élèves résolvent le problème ou à la fin du processus.

Une des plus grandes habiletés que peut démontrer l'enseignant ou l'enseignante pendant une activité de résolution de problèmes est la capacité de prendre du recul et de résister à la tentation de donner la réponse ou de prescrire la façon de résoudre le problème. Cependant, il ou elle doit aussi se montrer sensible au sentiment de frustration que peuvent éprouver certains élèves en leur fournissant l'appui nécessaire pour que la tâche ne devienne pas insurmontable. Il suffit souvent de leur poser une ou deux bonnes questions ou de réorienter subtilement leur réflexion.

Le recours fréquent à des questions comme « Pourquoi penses-tu que c'est une bonne réponse? » ou « Penses-tu que tu aurais obtenu la même réponse si tu avais utilisé ces autres matériaux? » permet à l'enseignant ou à l'enseignante de stimuler l'esprit critique et investigateur de l'élève. (Ministère de l'Éducation de l'Ontario, 1997, p. 68)

Questionner les élèves et les inciter à réfléchir

Les interventions de l'enseignant ou de l'enseignante pendant que les élèves discutent d'un problème jouent un rôle primordial en suscitant un niveau de pensée et de raisonnement plus élevé. Elles permettent d'utiliser l'étayage pour appuyer les élèves dans leur apprentissage. Un questionnement habile leur permet de réorienter subtilement la réflexion des élèves pour qu'ils réussissent à trouver leurs propres solutions et à donner un sens aux mathématiques. Ce questionnement permet aussi aux élèves de remettre en question des idées initiales, de formuler de nouvelles hypothèses et d'arriver à des conclusions significatives.

Il y a une différence subtile entre la question qui incite les élèves à réfléchir et celle qui leur donne trop de renseignements ou leur fournit par mégarde la solution au problème. Arriver à l'équilibre voulu est affaire de pratique réfléchie. Il faut avoir conscience de l'impact des questions posées sur la réflexion des élèves, éviter d'interférer avec leur schème de pensée et leur accorder le temps nécessaire à cet égard. Laisser aux élèves le temps de se pencher sur un problème pour arriver à une solution est une expérience d'apprentissage valable. Toutefois, l'enseignant ou l'enseignante doit atténuer la frustration des élèves devant un problème en posant des questions ou en fournissant des indices qui lui permettront de sortir de l'impasse.

Durant les premières années d'études, les élèves développent une appréciation de la dimension logique et raisonnable des mathématiques par le biais d'un processus non structuré au cours duquel ils formulent des hypothèses et justifient leur pensée.

À divers moments pendant l'enseignement des mathématiques, l'enseignant ou l'enseignante peut utiliser le questionnement pour fournir des indices aux élèves et les aider :

- à raconter comment ils ont procédé;
- à prédire un résultat;
- à inventer et à résoudre des problèmes;
- à établir des liens;
- à démontrer et à expliquer leurs représentations de situations mathématiques;
- à réfléchir à leur travail;
- à faire part de leurs sentiments, de leurs attitudes et de leurs opinions à l'égard des mathématiques en général et de la résolution de problèmes en particulier (voir annexes 5-3 et 5-4).

Plusieurs exemples de questions qui facilitent l'atteinte de ces buts se retrouvent dans le chapitre 6 (Communication) de ce fascicule.

Même si plusieurs questions viennent instinctivement à l'esprit de l'enseignant ou de l'enseignante lorsqu'il ou elle donne une leçon, il est bon d'en avoir préparé un certain nombre.
Guide d'enseignement efficace des mathématiques de la maternelle à la 6e année – Fascicule 2

nombre à l'avance. Il ou elle peut en choisir quelques-unes se rapportant au but de la leçon présentée et les noter sur une feuille de papier placée à proximité afin de pouvoir s'y référer facilement.

Il faut un certain temps et beaucoup de pratique pour acquérir des techniques de questionnement efficaces. Voici quelques stratégies qui permettent de faciliter le développement des techniques de questionnement :

- Faire appel à des questions qui nécessitent une compréhension et suscitent la réflexion plutôt qu'à un rappel de fait (adapté de Baroody et Coslick, 1998, p. 17-8). En utilisant des verbes comme expliquer, décrire, appliquer, relier, élaborer et justifier dans ses questions et ses interventions, l'enseignant ou l'enseignante incite davantage les élèves à communiquer leur raisonnement et leur compréhension.
- Faire appel à des questions qui exigent plus qu'un oui ou un non (adapté de Baroody et Coslick, 1998, p. 17-8). Des questions comme « Un carré a-t-il quatre côtés? » ou « Un angle de 120° est-il un angle obtus? » incitent l'élève à deviner plutôt qu'à raisonner pour trouver une solution. En revanche, des questions plus ouvertes telles que « Quelles sont les propriétés du carré? » ou « Quelle est la différence entre un angle aigu et un angle obtus? » incitent les élèves à faire appel à leur connaissance des concepts mathématiques.
- Faire appel à des questions dont la réponse n'est pas implicite (adapté de Baroody et Coslick, 1998, p. 17-8). Des questions telles que « Un carré n'a-t-il pas quatre côtés? » ou « Un angle obtus n'est-il pas plus grand que 90° et plus petit que 180° ? » donnent implicitement la réponse aux élèves sans leur permettre de faire appel à leur propre raisonnement.
- Faire appel à des questions qui se prêtent à un dialogue mathématique (adapté de Baroody et Coslick, 1998, p. 17-8). Le but du questionnement efficace ne se limite pas à donner une réponse à l'enseignant ou à l'enseignante. Il vise plutôt l'amorce d'un dialogue mathématique au sein de la classe. La manière dont les questions sont formulées aide les élèves à comprendre que les idées mathématiques doivent être discutées et analysées par l'ensemble des élèves et non pas seulement par l'enseignant ou l'enseignante.
- Formuler les questions sans les qualifier de faciles ou difficiles (adapté de Baroody et Coslick, 1998, p. 17-8). Les qualificatifs tels que facile ou difficile peuvent nuire à l'apprentissage de certains élèves. Des questions qualifiées de « difficiles » peuvent faire peur à certains tandis que celles qualifiées de « faciles » peuvent démotiver d'autres.
- Poser les questions sans donner d'indices verbaux et non verbaux (adapté de Baroody et Coslick, 1998, p. 17-8). Les indices verbaux et non verbaux tels que les expressions du visage, les gestes et le ton de voix peuvent nuire au processus

d'apprentissage. Les élèves saisissent des indices tels que l'accent mis sur certains mots, le mouvement des yeux, le raidissement du corps. Ces indices sont en fait des rétroactions immédiates qui incitent les élèves à rechercher la confirmation d'une bonne réponse sans avoir à faire un effort pour trouver une façon de résoudre le problème.

- Laisser un délai de réflexion entre la question et la réponse (adapté de Baroody et Coslick, 1998, p. 17-8). L'enseignant ou l'enseignante qui attend au moins trois secondes après avoir posé une question est le plus souvent récompensé par une quantité et une qualité accrue de réponses.

Un bon point de départ pour améliorer les habiletés de questionnement, c'est de poser régulièrement la question « Comment le sais-tu? » Cette question incite les élèves à réfléchir à leur réponse et au processus qu'ils ont suivi pour arriver à une solution.

Utiliser le modelage

L'enseignant ou l'enseignante peut aussi améliorer les stratégies de résolution de problèmes des élèves en modelant le processus à suivre. Par exemple, lorsqu'il ou elle essaie différentes stratégies pour résoudre un problème, il ou elle démontre aux élèves qu'il est normal d'essayer une nouvelle stratégie lorsque celle choisie ne mène nulle part et qu'il est important de persévérer.

En « pensant tout haut », l'enseignant ou l'enseignante verbalise le raisonnement et la prise de décision qui se produisent dans son esprit tout au long du processus de résolution du problème. Par exemple, il ou elle peut modeler comment reformuler le problème dans ses propres mots et comment réfléchir au choix de matériel de manipulation ou de matériel semi-concret qui leur permettrait de représenter la situation d'une manière visuelle ou concrète. Il ou elle peut ensuite énoncer les questions qu'il ou elle se poserait pour commencer à trouver la solution (p. ex., Par où dois-je commencer? Qu'est-ce que je devrais faire en premier? Comment est-ce que je peux organiser l'information? Qu'est-ce que cela me rappelle? Si j'utilise des nombres plus petits, est-ce que ça rend le problème plus facile à résoudre?).

Lors du modelage, il est essentiel de souligner l'importance de la réflexion à chaque étape du processus. Les élèves plus jeunes choisissent souvent spontanément la première stratégie qui leur vient à l'esprit. En observant et en écoutant l'enseignant ou l'enseignante jouer un scénario dans lequel il ou elle songe à une stratégie initiale et en évalue ensuite la pertinence, les élèves peuvent commencer à voir l'importance d'une telle réflexion. Le modelage les aidera à renforcer leur propre habileté de métacognition (la capacité de réfléchir à son propre processus mental).

À d'autres moments, l'enseignant ou l'enseignante peut penser tout haut aux différentes stratégies utilisées et expliquer pourquoi certaines ont mieux fonctionné que

d'autres. C'est aussi une occasion d'utiliser la terminologie mathématique appropriée reliée à la tâche en question afin que les élèves puissent adopter cette terminologie.

Enseignement pour la résolution de problèmes

L'enseignement pour la résolution de problèmes a pour objet de faire explorer et développer des stratégies et des processus de résolution de problèmes. Bien que les élèves résolvent certains problèmes de façon naturelle, ils ont besoin de conseils sur la manière d'organiser leur pensée et d'aborder de nouvelles situations de résolution de problèmes. L'enseignement pour la résolution de problèmes permet aux élèves et à l'enseignant ou à l'enseignante de collaborer pour créer des stratégies et de discuter, de manière formelle et informelle, des stratégies utilisées pour résoudre des problèmes.

Dans le cadre de l'enseignement pour la résolution de problèmes, l'enseignant ou l'enseignante donne aux élèves des occasions de résoudre des problèmes intéressants et stimulants. À toutes les étapes du processus de résolution de problèmes, l'enseignant ou l'enseignante et les élèves discutent de leur façon de penser, de leur raisonnement et des stratégies qu'ils ont utilisées pour arriver à une solution. L'enseignement pour la résolution de problèmes et l'enseignement par la résolution de problèmes ont souvent lieu simultanément, et il est souhaitable qu'il en soit ainsi. Pendant que les élèves résolvent un problème, l'enseignant ou l'enseignante devrait intégrer la discussion sur les processus et les stratégies à celle portant sur les concepts mathématiques.

Apprendre à mieux résoudre les problèmes est un processus de développement progressif qui exige de traiter des problèmes qui posent un défi et qui sont parfois frustrants. (Baroody et Coslick, 1998, p. 2-11, traduction libre)

Certains élèves ont cependant besoin d'occasions plus ciblées pour apprendre à résoudre des problèmes. Tout enseignement portant sur la résolution de problèmes doit sans cesse les inciter à développer leur propre manière de résoudre les problèmes. Ils apprennent de nouvelles stratégies en écoutant et en voyant les stratégies utilisées par les autres élèves, puis en ayant l'occasion de discuter du bien-fondé de ces stratégies.

L'enseignement pour la résolution de problèmes consiste à utiliser des problèmes variés, en reconnaissant le rôle et les limites du modèle de résolution de problèmes, en facilitant l'exploration et le partage des stratégies élaborées par les élèves et en trouvant des moyens de les amener à devenir capables d'énoncer eux-mêmes des problèmes.

GESTION DE CLASSE QUI FAVORISE LA RÉOLUTION DE PROBLÈMES

Un climat de classe agréable est essentiel au développement de la confiance des élèves en leur capacité à résoudre des problèmes. (Payne, 1990, p. 41, traduction libre)

Lorsque l'enseignement pour la résolution de problèmes est au premier plan, le modèle de résolution de problèmes et ses étapes sont clairement établis. Les possibilités de Guide d'enseignement efficace des mathématiques de la maternelle à la 6e année – Fascicule 2

problèmes vont au-delà du simple « problème de la semaine » et se présentent sous différentes formes, par exemple :

- Des défis quotidiens peuvent servir à inciter les élèves à résoudre régulièrement des problèmes. L'enseignant ou l'enseignante leur propose un problème intéressant à résoudre, soit à un moment précis de la journée, soit lorsque l'occasion se présente au cours de la journée. Certains présentent le défi au début de la journée, pour susciter l'intérêt des élèves dès leur arrivée en classe le matin.
- Un coin ou un babillard réservé à la résolution de problèmes est un endroit dans la classe où afficher des problèmes intéressants. L'enseignant ou l'enseignante doit allouer un temps aux élèves pendant la journée ou pendant la semaine pour visiter le coin et résoudre un problème. À un moment donné, la classe se rassemble pour discuter du problème, partager les stratégies, écouter et voir les stratégies utilisées par les autres élèves, évaluer les solutions et parfois résoudre le problème en groupe.
- Un centre d'activités peut être prévu dans le cadre d'une rotation de centres auxquels les élèves participent à l'étape de consolidation de l'unité d'apprentissage. L'enseignant ou l'enseignante propose aux élèves un problème à résoudre en équipe de deux ou plus. Pendant la séance de partage avec la classe à la fin de la journée, il ou elle demande au groupe qui était au centre de résolution de problèmes de faire part de ses stratégies. Il ou elle demande aux élèves qui ont déjà travaillé à ce centre d'établir des liens avec les stratégies qu'ils ont utilisées.
- Des « olympiades » en résolution de problèmes peuvent être organisées avec l'ensemble des classes de l'école. L'école peut organiser une journée ou une semaine mathématique pendant laquelle des défis mathématiques ou des compétitions entre classes ou équipes (p. ex., génies en herbe) se déroulent.

MODÈLE DE RÉOLUTION DE PROBLÈMES EN QUATRE ÉTAPES

L'une des raisons d'être de l'enseignement pour la résolution de problèmes est d'aider les élèves à acquérir un processus mental leur permettant de savoir comment aborder une tâche de résolution de problèmes et persévérer dans l'effort. Tout en ayant de bonnes connaissances des concepts mathématiques, les élèves peuvent encore avoir des difficultés à les appliquer aux activités de résolution de problèmes, faute d'avoir intériorisé un modèle qui les guide tout du long du processus à suivre. Le modèle de résolution de problèmes le plus couramment utilisé est le processus en quatre étapes de Polya : comprendre le problème, concevoir un plan, exécuter le plan et examiner la solution retenue.

Le modèle de Polya fournit un cadre qui aide les élèves à réfléchir à la question avant, pendant et après l'expérience de résolution de problèmes. Habituellement, ce modèle

Guide d'enseignement efficace des mathématiques de la maternelle à la 6e année – Fascicule 2

n'est pas enseigné avant la 3e année. Par contre, il n'est pas nécessaire de l'enseigner de façon formelle aux élèves du primaire, surtout parce qu'à cet âge ils auront tendance à focaliser davantage sur les modèles fournis plutôt que sur les concepts mathématiques ou sur la compréhension des données du problème. L'enseignant ou l'enseignante qui connaît le modèle de Polya peut donc s'en servir pour orienter ses questions et ses interventions pendant le processus de résolution de problèmes et offrir ainsi aux élèves une habileté importante applicable à d'autres situations de résolution de problèmes, en mathématiques comme dans d'autres matières.

Le modèle de Polya peut aussi être trompeur si on le suit au pied de la lettre. Sauf pour certains problèmes simples, il est rarement possible de suivre les étapes dans l'ordre indiqué. Les élèves qui croient pouvoir procéder une étape à la fois risquent d'être aussi décontenancés que s'ils n'avaient pas de modèle. (Reys et coll., 2001, p. 95, traduction libre)

À partir de la 3e année, l'enseignant ou l'enseignante présente ce modèle de façon plus explicite en utilisant les expériences et les connaissances antérieures des élèves. Au cycle moyen, les élèves devraient être en mesure d'utiliser ce modèle comme guide ou outil de référence lors de leur choix de stratégies et de procédures. Plus les problèmes deviennent complexes, plus ce choix est important. Les élèves doivent apprendre à évaluer l'efficacité de leur démarche et des étapes utilisées pour résoudre un problème.

Chacune des étapes du modèle de Polya ainsi que les implications pédagogiques qui s'y rattachent sont présentées dans le tableau ci-après. Les quatre étapes peuvent être affichées dans la classe afin que les élèves puissent s'y référer au besoin.

Modèle en quatre étapes de Polya

Étapes du modèle de Polya	Implications pédagogiques
Comprendre le problème Qu'est-ce que j'ai à faire ou à chercher?	Encourager les élèves à réfléchir, à parler du problème et à le reformuler dans leurs propres mots avant de travailler avec du matériel de manipulation ou de tenter une solution.
Concevoir un plan Comment vais-je procéder? Qu'est-ce que je peux utiliser?	Il faut aider les élèves à élaborer un plan. Ils doivent comprendre que tous les plans sont provisoires et peuvent être modifiés au cours du processus. Ils peuvent examiner les stratégies possibles. Leur suggérer, par exemple, de consulter les différentes stratégies affichées dans la classe peut être utile. Il n'est pas nécessaire que les élèves mettent le plan par écrit. Toutefois, il est important qu'ils soient capables de le verbaliser. Pour plusieurs élèves, cette étape se déroule de manière informelle.

Étapes du modèle de Polya	Implications pédagogiques
Exécuter le plan Quelles stratégies vais-je utiliser?	À cette étape, les élèves utilisent des stratégies afin de trouver une ou des solutions au problème, comme faire un dessin ou travailler avec du matériel de manipulation. Les interventions de l'enseignant ou de l'enseignante doivent à cette étape susciter une meilleure compréhension tout en évitant de « résoudre » le problème pour les élèves. Il faut encourager les élèves à persévérer en leur offrant des suggestions pour les aider à sortir d'une impasse (p. ex., « As-tu demandé à Catherine si elle a une idée? Regarde les différentes stratégies affichées dans la classe pour voir si tu pourrais t'y prendre autrement. Est-ce que tu connais un problème semblable à celui-ci? ») ou à utiliser leurs propres stratégies. Elles peuvent leur permettre de résoudre le problème et de mieux démontrer leur compréhension.
Examiner la solution retenue La stratégie utilisée est-elle appropriée? Comment puis-je vérifier l'exactitude ou la vraisemblance de ma réponse?	C'est l'étape de la mise en commun des idées. Grâce aux échanges, les élèves réalisent que diverses stratégies peuvent être utilisées et commencent à les évaluer de manière critique afin de déterminer celle qui serait la plus appropriée pour résoudre le problème (p. ex., la plus efficace, la plus facile à comprendre). L'enseignant ou l'enseignante doit inciter les élèves à vérifier la vraisemblance de leur réponse, l'efficacité de leur démarche et les aider à développer des stratégies pour ce faire.

Ces quatre étapes n'ont pas à être suivies de façon linéaire; elles sont interreliées et doivent plutôt être utilisées avec souplesse. L'enseignant ou l'enseignante devrait modeler diverses façons d'utiliser les étapes du modèle de Polya. Les élèves comprendront alors qu'il est possible, par exemple, d'élaborer un plan pour résoudre un problème et de s'apercevoir, en exécutant le plan ou à la fin du processus, qu'il faut recommencer et essayer autre chose. Il est très important de se rappeler que le but premier de la résolution de problèmes est davantage de donner un sens aux mathématiques que de maîtriser les étapes d'un processus ou un ensemble de stratégies.

De plus, ces étapes ne sont pas distinctes; il n'est pas nécessaire non plus de passer par chaque étape. (Reys et coll., 2001, p. 95, traduction libre)

Les élèves doivent prendre connaissance de nouvelles stratégies à mesure qu'ils en ont besoin et l'enseignant ou l'enseignante qui modèle une stratégie doit encourager les élèves à la prendre en note. Par exemple, lorsqu'un ou une élève partage une solution avec la classe en précisant comment il ou elle l'a trouvée, l'enseignant ou l'enseignante peut identifier la stratégie en disant : « On dirait que tu as trouvé la solution en faisant une liste ordonnée. Y a-t-il quelqu'un qui a résolu le problème d'une autre manière? » (National Council of Teachers of Mathematics, 2000, p. 57, traduction libre)

STRATÉGIES DE RÉOLUTION DE PROBLÈMES

Les stratégies de résolution de problèmes sont des méthodes particulières utilisées pour résoudre les problèmes. Il est important que l'enseignant ou l'enseignante les connaisse. Aux cycles préparatoire et primaire, il est préférable que les élèves explorent les stratégies incidemment dans le contexte de la résolution de problèmes au quotidien plutôt que dans le cadre d'enseignement formel des stratégies proprement dites. Un tel enseignement formel n'encourage pas nécessairement les élèves à bien résoudre les problèmes, à se montrer capables d'utiliser les stratégies de résolution de problèmes avec souplesse et à atteindre « le but ultime, qui est de résoudre des problèmes de manière indépendante ou autonome » (Baroody et Coslick, 1998, p. 2-15, traduction libre).

Les stratégies ne sont pas apprises à un moment précis ou au cours d'une seule leçon. Les enfants les utiliseront lorsqu'ils seront prêts. Nous structurons les situations qui favorisent cette utilisation tout en comprenant que l'enfant doit décider de les utiliser. (Trafton et Thiessen, 1999, p. 44, traduction libre)

La compétence des élèves en résolution de problèmes s'accroît au fur et à mesure qu'ils travaillent avec leurs camarades à résoudre des problèmes et à discuter des diverses stratégies utilisées. Au cycle moyen, les élèves construisent leurs apprentissages à partir de leurs connaissances antérieures; ils sont de plus en plus aptes à choisir les stratégies les plus appropriées ou à utiliser des stratégies personnelles efficaces pour résoudre un problème. Il est toutefois très important que ces stratégies soient présentées comme un outil pour apprendre les mathématiques et non comme un truc pour faciliter la tâche.

L'enseignant ou l'enseignante aide les élèves à acquérir un répertoire de stratégies qui leur serviront lors de nouvelles situations de résolution de problèmes. S'ils omettent de nommer une stratégie appropriée (p. ex., utilisation de matériel de manipulation) parmi celles qu'ils peuvent utiliser, il ou elle peut orienter la discussion en posant des questions telles que :

- Y a-t-il quelqu'un qui a utilisé du matériel de manipulation pour résoudre ce problème?
- Comment le matériel de manipulation pourrait-il nous aider?
- Quel genre de matériel de manipulation vous aiderait à résoudre le problème?

L'enseignant ou l'enseignante peut aussi modéliser les stratégies dans une situation d'apprentissage partagé en résolution de problèmes, que ce soit avant l'apprentissage ou après, lorsque les élèves discutent des stratégies utilisées. Par exemple, il ou elle peut modéliser l'utilisation d'un tableau comme moyen de représenter le problème à résoudre s'il ou elle réalise que les élèves n'ont pas utilisé cette stratégie. L'enseignant ou l'enseignante peut aussi présenter cette stratégie pendant l'objectivation qui suit la résolution de problèmes.

Les élèves doivent vivre de nombreuses situations de résolution de problèmes dans le cadre d'apprentissage guidé, partagé et autonome pour acquérir un répertoire de stratégies de résolution de problèmes.

Plusieurs stratégies de résolution de problèmes figurant dans le tableau ci-après sont présentées aux élèves de façon informelle. Ce sont les plus fréquentes parmi celles que les élèves découvrent ou que l'on peut inciter à découvrir. Cette liste n'est pas exhaustive et toutes ces stratégies ne sont pas utilisées chaque année et à toutes les années d'études. Les stratégies élaborées par les élèves sont très importantes, car elles sont formulées dans leurs propres mots et sont intimement liées à leur compréhension.

Au cycle moyen, les élèves devraient être en mesure de repérer la stratégie la plus appropriée pour résoudre un problème. Ils doivent apprendre à justifier leur choix de stratégie et à décrire les étapes de cette stratégie en employant la terminologie mathématique appropriée.

Stratégies de résolution de problèmes



Mimer ou jouer la situation



Simuler la situation à l'aide de matériel concret



Faire un dessin ou un modèle



Procéder par essais et erreurs



Utiliser la logique, procéder par élimination ou par déduction

nombre de poules	nombre d'œufs
1	2
2	4
3	–

Utiliser un tableau

1. _____
2. _____
3. _____

Faire une liste ordonnée



Résoudre un problème semblable



Rechercher une régularité

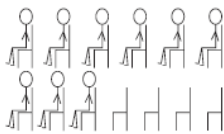
Résolution de problèmes : Stratégies diverses

Mimer ou jouer la situation

De nombreux problèmes se prêtent au mime ou à un jeu de rôle. Pour plusieurs élèves, mimer ou jouer une situation la rend plus authentique et facile à comprendre et à résoudre.

Exemple au cycle primaire (1^{re} à 3^e)

Plusieurs élèves prennent l'autobus scolaire pour se rendre à l'école. L'autobus fait 3 arrêts en tout. Au premier arrêt, 4 élèves montent dans l'autobus. Au prochain arrêt, 5 élèves y montent. À l'arrivée à l'école, il y a 13 élèves à bord de l'autobus. Combien d'élèves sont montés dans l'autobus au troisième arrêt?



Les élèves peuvent aligner 13 chaises pour représenter les sièges occupés dans l'autobus. Ensuite, ils miment la situation, c'est-à-dire que 4 élèves font semblant de monter à bord de l'autobus au premier arrêt et 5 au deuxième. Les élèves peuvent ensuite résoudre le problème en comptant les chaises vides.

Exemple au cycle moyen (4^e à 6^e)

Une girouette est un ornement de métal qui, en tournant autour d'un axe vertical fixé au sommet d'un édifice, indique la direction du vent par son orientation. On voit souvent des girouettes sur le toit des granges.



Albert a une girouette sur sa grange. Il dit à son fils qu'en quatre jours, la direction du vent a beaucoup changé. La girouette qui pointait vers le nord le lundi a fait de $\frac{3}{4}$ tour dans le sens des aiguilles d'une montre. Le mardi, elle a fait de $\frac{1}{4}$ tour dans le sens contraire des aiguilles d'une montre. Le mercredi, elle a fait de $\frac{1}{2}$ tour dans le sens des aiguilles d'une montre et le jeudi, elle a fait de $\frac{3}{4}$ tour dans le sens contraire des aiguilles d'une montre. Vers quel point cardinal la girouette pointait-elle après le mouvement du jeudi?

Les élèves peuvent mimer les rotations effectuées par la girouette avec leur corps. Ils font face au nord au début. En effectuant ensuite successivement chacune des quatre rotations, ils font face à l'ouest, puis au sud, puis au nord et enfin à l'est.

Simuler la situation à l'aide de matériel concret

Cette stratégie consiste à utiliser du matériel de manipulation pour se représenter concrètement le problème. Elle permet aux élèves de mieux comprendre le problème, ce qui les rend aussi plus aptes à le résoudre et à expliquer leur solution.

Exemple au cycle primaire (1^{re} à 3^e)

Mme Cadieux a 20 livres à partager entre 4 élèves. Combien de livres donnera-t-elle à chaque élève?

Les élèves utilisent du matériel de manipulation (p. ex., jetons, macaroni) pour représenter la situation. Ils partagent les objets un à la fois dans quatre piles et constatent à la fin que chaque élève aura 5 livres.

Exemple au cycle moyen (4^e à 6^e)

M. Legendre aide son fils à distribuer des journaux. Ils ont convenu que trois quarts des revenus iraient au fils. Si une distribution leur rapporte 24 \$, combien d'argent le fils aura-t-il?

Les élèves peuvent utiliser 24 jetons pour représenter les dollars. Ils peuvent ensuite les partager 4 à la fois dans deux piles, soit 3 jetons dans la pile du fils et 1 jeton dans la pile du père. Après avoir partagé les 24 jetons, ils pourront compter 18 jetons dans la pile du fils.

Faire un dessin ou un modèle

De nombreux types de problèmes incitent naturellement les élèves à faire un dessin pour trouver une solution. L'illustration du problème facilite la compréhension. Bien souvent, lorsque les élèves utilisent du matériel de manipulation pour résoudre un problème, ils poursuivent en faisant un dessin pour représenter cette utilisation. Au fur et à mesure qu'ils développent leur habileté à penser de façon abstraite, ils utilisent les dessins plus souvent que le matériel de manipulation.

Exemple au cycle primaire

Naja et sa famille se rendent à l'étang. Ils observent les grenouilles pendant un bon moment. Naja voit 3 grenouilles sur un nénuphar et 2 autres grenouilles sur un autre nénuphar. Deux autres grenouilles sautent sur le premier nénuphar. Combien de grenouilles y a-t-il en tout sur les nénuphars? Soudain, 4 grenouilles sautent à l'eau.



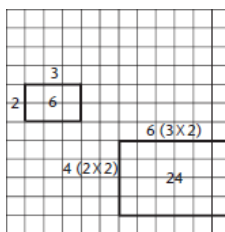
Combien de grenouilles y a-t-il encore sur les nénuphars?

Les élèves peuvent dessiner les 2 nénuphars. Ils dessinent d'abord 3 grenouilles sur un nénuphar et 2 grenouilles sur l'autre nénuphar. Ensuite, ils ajoutent 2 grenouilles sur le premier nénuphar. Pour trouver la réponse à la dernière question, ils rayent 4 grenouilles.

Exemple au cycle moyen (4^e à 6^e)

Détermine ce qui arrive à l'aire d'un rectangle, si on double la mesure de chacun de ses côtés.

Certains élèves peuvent croire que l'aire sera doublée. En utilisant du papier quadrillé comme ci-dessous, ils seront en mesure de conclure que l'aire du deuxième rectangle est 4 fois l'aire du premier.



Procéder par essais et erreurs

Cette stratégie consiste à tenter successivement différentes réponses qui semblent plausibles. Elle permet aux élèves de vérifier rapidement leur compréhension du problème. Il faut les encourager à se servir de leur intuition lors de leur premier essai et à utiliser les résultats pour améliorer leurs essais subséquents.

L'enseignant ou l'enseignante doit inciter les élèves à noter systématiquement chacun des essais et à les analyser pour dégager la solution au problème. Les élèves peuvent aussi utiliser du matériel de manipulation et faire un dessin pour montrer des traces de leurs essais.

Exemple au cycle primaire (1^{re} à 3^e)

J'ai un total de 0,48 \$ dans ma poche. J'ai deux fois plus de pièces de 1 ¢ que de pièces de 5 ¢ et deux fois plus de pièces de 5 ¢ que de pièces de 10 ¢. Décris les différentes pièces de monnaie que j'ai dans ma poche.

Extrait non disponible en raison de restrictions relatives aux droits d'auteur. Pour l'intégrale, voir la version imprimée.

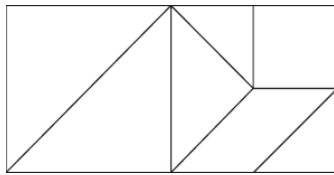
Un ou une élève peut deviner qu'il ou elle a une pièce de 10 ¢, donc 2 pièces de 5 ¢ et 4 pièces de 1 ¢ pour un total de 0,24 \$. Puisque c'est la moitié du total requis, il faut donc doubler chaque nombre, soit 2 pièces de 10 ¢, 4 pièces de 5 ¢ et 8 pièces de 1 ¢.

Il est primordial que les élèves réalisent que les essais infructueux font partie intégrante de la stratégie et permettent de se rapprocher de la solution. Les élèves peuvent aussi utiliser des tableaux ou du matériel de manipulation pour résoudre le problème.

Exemple au cycle moyen

Forme un trapèze en utilisant les sept pièces d'un jeu de tangram.

Les élèves peuvent tenter par essais et erreurs de former un trapèze. Chacun des essais permet de développer l'habileté de visualisation en ce qui a trait à la meilleure façon de juxtaposer les pièces. Les essais subséquents sont alors faits de façon moins aléatoire.



Solution possible

Utiliser la logique, procéder par élimination ou par déduction

Cette stratégie implique l'utilisation de la pensée logique pour résoudre des problèmes pour lesquels il faut analyser des données, repérer des indices et faire preuve de déduction pour arriver à une solution.

Les élèves trouveront souvent utile d'avoir aussi recours à du matériel de manipulation, à un dessin ou à un tableau.

Exemple au cycle primaire (1^{re} à 3^e)

Quatre élèves ont créé des affiches et les ont placées sur un babillard. L’affiche de Karim est à côté de celle de Sara. L’affiche de Benoît est complètement à gauche et celle de Hugues est complètement à droite tout en étant à côté de celle de Karim. Décris l’ordre, de gauche à droite, dans lequel les affiches sont placées.

Les élèves peuvent procéder de façon logique en repérant une information à utiliser comme point de départ (p. ex., l’affiche de Benoît est complètement à gauche) et en analysant les autres informations en fonction de celle-ci. Ils obtiendront alors l’ordre suivant : Benoît, Sara, Karim et Hugues.

Les élèves pourraient aussi trouver utile de mimer cette situation.

Exemple au cycle moyen (4^e à 6^e)

Dans un sac, il y a des billes bleues, jaunes, vertes et rouges. Il y a le même nombre de billes bleues et de billes vertes, mais 2 billes jaunes de plus que de billes bleues et 3 billes rouges de plus que de billes vertes.

S’il y a 57 billes en tout, combien de billes de chaque couleur y a-t-il?

Les élèves peuvent déduire qu’en enlevant les 2 billes jaunes et les 3 billes rouges de plus, il y a le même nombre de chaque couleur. Il faut donc partager également 52 billes ($57 - 5$) parmi 4 couleurs, ce qui donne 13 billes de chaque couleur. Il y a donc 13 billes bleues, 15 jaunes (2 de plus), 13 vertes et 16 rouges (3 de plus).

Utiliser un tableau

Cette stratégie permet à l’élève de recueillir des données et de les organiser, d’observer des régularités ou des liens entre les nombres. Les élèves s’en servent souvent avec d’autres stratégies (faire un dessin, utiliser du matériel de manipulation, simuler la situation). Pour les élèves plus jeunes, les tableaux sont très utiles et faciles à utiliser.

Exemple au cycle primaire (1^{re} à 3^e)

Le premier jour d’école, M. Dubois dépose 1 ¢ dans une tirelire. Le deuxième jour, il y dépose 2 ¢ et le troisième jour, 4 ¢. Chaque jour, M. Dubois dépose deux fois plus de cents que la journée précédente. Combien de cents y aura-t-il dans la tirelire le cinquième jour d’école?

Jour	Nombre de cents
1	1
2	2
3	4
4	-
5	-

Les élèves utilisent le tableau pour inscrire le nombre de cents déposés chaque jour. Ils peuvent ensuite faire le total pour conclure qu'après 5 jours, il y a 31 ¢ dans la tirelire.

Exemple au cycle moyen (4^e à 6^e)

Marie a 10 cartes de collection et Jean en a 3. Chaque jour, Marie achète 2 autres cartes et Jean en achète 3. À partir de quel jour Marie et Jean auront-ils le même nombre de cartes?

Les élèves peuvent construire un tableau dans lequel ils inscrivent le nombre de cartes que Marie et Jean ont chaque jour.

Jour	0	1	2	3	4	5	6	7	8
Marie	10	12	14	16	18	20	22	24	26
Jean	3	6	9	12	15	18	21	24	27

Selon le tableau, Marie et Jean auront tous les deux 24 cartes après 7 jours.

Faire une liste ordonnée

Cette stratégie implique de faire systématiquement une liste de tous les résultats possibles d'une situation donnée, soit pour déterminer le nombre total de possibilités, soit pour s'assurer qu'aucune possibilité n'a été oubliée.

Exemple au cycle primaire (1^{re} à 3^e)

Jojo aime manger de la crème glacée. Il préfère les crèmes glacées aux fraises, au chocolat et à la vanille.

Jojo veut une boule de chaque sorte dans chacun des cornets qu'il mange. Combien de combinaisons différentes des trois sortes de crème glacée Jojo peut-il faire?

Les élèves peuvent dresser une liste ordonnée des différents cornets (p. ex., fraise, chocolat, vanille; fraise, vanille, chocolat). Ils peuvent comparer leur liste avec celles de leurs camarades pour s'assurer qu'ils ont toutes les possibilités. Certains élèves voudront aussi utiliser du matériel concret ou faire un dessin pour résoudre ce problème. Ils doivent trouver une stratégie pour organiser la liste afin de trouver les 6 combinaisons possibles.

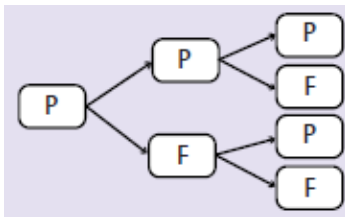


Exemple au cycle moyen (4^e à 6^e)

Alexandre propose à sa soeur Camille de jouer à un jeu de pile ou face. Le jeu consiste à lancer trois fois de suite une pièce de monnaie. S'il réussit à obtenir 2 piles de suite ou 2

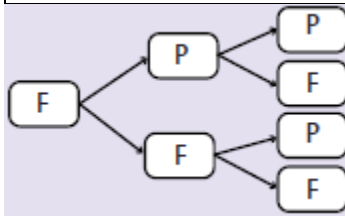
faces de suite (mais pas trois), il gagne. Sinon, c'est Camille qui gagne. Camille prétend que le jeu n'est pas juste. A-t-elle raison?

Les élèves peuvent dresser systématiquement la liste des 8 résultats possibles en utilisant des jetons bicolores, des lettres (p. ex., PPF), un diagramme en arbre... Ils seront alors en mesure de conclure que Camille a tort et que le jeu est juste puisqu'ils ont tous les deux 4 façons sur 8 de gagner.



Gagnant

PPP	Camille
PPF	Alexandre
PFP	Camille
PFF	Alexandre



Gagnant

FPP	Alexandre
FPF	Camille
FFP	Alexandre
FFF	Camille

Résoudre un problème semblable

Cette stratégie implique de résoudre un problème semblable à celui donné, mais dans un contexte plus simple (p. ex., en utilisant de plus petits nombres) afin de faciliter la compréhension, l'analyse et la résolution. Souvent, les nombres élevés intimident les élèves et ébranlent leur volonté de tenter une solution. En utilisant des nombres plus petits, ils se concentrent sur le processus à suivre et non sur les nombres. Ils peuvent ensuite reprendre ce processus en fonction des données originales.

Exemple au cycle primaire (1^{re} à 3^e)

Il y a 50 élèves qui veulent aller au cinéma, mais seulement 30 peuvent monter dans l'autobus. Combien d'élèves resteront à l'école?

Les élèves peuvent choisir de simplifier le problème en disant par exemple : « 10 élèves veulent aller au cinéma, mais seulement 5 peuvent monter dans l'autobus ». Ils peuvent

Guide d'enseignement efficace des mathématiques de la maternelle à la 6^e année – Fascicule 2

alors plus facilement déterminer qu'il est possible d'utiliser la soustraction pour résoudre ce problème et conclure que la soustraction ($50 - 30$) pourrait également servir à résoudre le problème initial.

Exemple au cycle moyen (4^e à 6^e)

On organise une fête à l'école. Pour l'occasion, on offrira un goûter incluant un contenant de jus de fruits à chacun des 500 élèves. Le jus de fruits est vendu dans des boîtes de 24 contenants. Combien de boîtes faudra-t-il acheter?

Plutôt que d'utiliser l'algorithme traditionnel de la division, les élèves peuvent choisir de travailler avec un nombre plus pratique comme 25. S'il y avait 25 contenants par boîte, il faudrait acheter 4 boîtes pour 100 élèves ou 20 boîtes pour 500 élèves. Puisqu'il n'y a que 24 contenants par boîte, il manquera 1 contenant par boîte ou 20 contenants en tout. Il faut donc acheter 1 boîte de plus, soit 21 boîtes.

Rechercher une régularité

Cette stratégie est fondée sur la recherche et l'utilisation d'une régularité pour résoudre le problème. La reconnaissance de régularités dans les nombres et les opérations est d'ailleurs essentielle à la maîtrise des opérations arithmétiques. Les élèves peuvent utiliser du matériel concret, des dessins ou un tableau pour appuyer leur recherche de régularités.

Exemple au cycle primaire (1^{re} à 3^e)

Combien de triangles faut-il pour prolonger la frise jusqu'à ce qu'il y ait sept carrés?

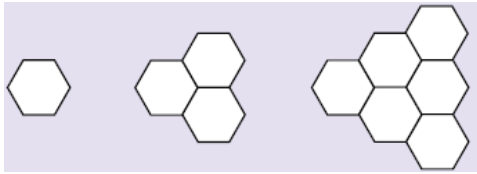


En utilisant le tableau et les dessins ci-dessous, un ou une élève a pu constater que le nombre de triangles était toujours le double du nombre de carrés, ce qui lui a permis de passer de 3 carrés, 6 triangles à 7 carrés, 14 triangles sans avoir à énumérer tous les autres cas.

1	□	△	2
2	□□	△△△	4
3	□□□	△△△△△	6
7	□□□□□	△△△△△△△△△△	14

Exemple au cycle moyen

La suite de figures suivantes illustre la construction d'un dallage à partir d'un hexagone régulier de périmètre 6 cm. Quel sera le périmètre de la dixième figure si la suite de figures poursuit la même régularité?



Les élèves peuvent construire un tableau pour inscrire le périmètre de chacune des figures données.

Numéro de la figure	Périmètre en cm
1	6
2	12
3	18

Une étude des régularités leur permet de constater que le périmètre de chaque figure correspond à 6 fois le numéro de la figure. Ils peuvent alors conclure que la 10e figure aura un périmètre de 60 cm.

On enseigne souvent aux élèves à surligner des mots clés comme stratégie de résolution de problèmes, afin de les aider à choisir l'opération à appliquer. Par exemple, les mots en tout et somme indiquent l'utilisation de l'addition pour résoudre le problème. Cette stratégie pousse souvent les élèves à chercher un truc pour trouver l'algorithme nécessaire pour résoudre le problème plutôt que d'essayer de le comprendre. Il est beaucoup plus pertinent et formateur de discuter des données et de ce qui est recherché.

Pour développer les habiletés qui leur permettront de réussir à résoudre des problèmes plus complexes dans les années supérieures, les élèves doivent s'habituer à analyser le problème dans son ensemble.

RÔLE DE L'ENSEIGNANT OU DE L'ENSEIGNANTE DANS L'ENSEIGNEMENT POUR LA RÉOLUTION DE PROBLÈMES

Aider à développer des stratégies

Les meilleurs modèles et stratégies de résolution de problèmes sont ceux que les élèves élaborent eux-mêmes ou qu'ils apprennent de leurs camarades. Le rôle de l'enseignant ou de l'enseignante est d'aider les élèves à les exprimer clairement, puis de les mettre à la disposition de toute la classe au fur et à mesure en les affichant à un endroit (p. ex., babillard, lexique) réservé à cette fin [pour plus de détails, voir le chapitre 7, Gestion de classe (fascicule 3)]. Il ou elle doit aussi leur fournir des occasions de discuter des diverses stratégies utilisées afin de leur permettre de développer une bonne compréhension des avantages de chacune.

Guide d'enseignement efficace des mathématiques de la maternelle à la 6e année – Fascicule 2

Aider les enfants à savoir résoudre des problèmes, c'est comme les aider à apprendre à faire de la bicyclette; les conseils peuvent être utiles, mais il est impossible de maîtriser le processus sans essayer. (Baroody et Coslick, 1998, p. 2-11, traduction libre)

L'enseignant ou l'enseignante guide les élèves tout au long du processus d'élaboration de stratégies :

- en leur proposant des situations de résolution de problèmes intéressantes qui nécessitent réellement l'utilisation de stratégies variées;
- en leur fournissant des occasions de discuter de ce qui est connu et ce qui est recherché dans des situations de résolution de problèmes;
- en les laissant choisir une stratégie qui a du sens pour eux plutôt que de prescrire une stratégie particulière;
- en leur fournissant des occasions de discuter des stratégies ou des étapes utilisées et du raisonnement suivi lors de la résolution d'un problème;
- en les encourageant à prendre des risques et à respecter ceux qui en prennent quand ils partagent leurs stratégies personnelles en petits groupes ou avec la classe;
- en les encourageant à persévérer dans leur recherche d'une stratégie efficace;
- en prévoyant suffisamment de temps et d'occasions de discussion afin de leur permettre de développer un sentiment de confiance en leur capacité de résoudre un problème;
- en les questionnant ou en leur donnant des indices ou des stratégies de dépannage pour les aider à sortir d'une impasse;
- en modelant des façons d'organiser les données (p. ex., diagrammes, tableaux), de représenter ces données (p. ex., avec du matériel de manipulation) et de les communiquer (oralement ou par écrit) dans le cadre de l'apprentissage partagé;
- en affichant, au fur et à mesure au « mur de stratégies », les stratégies enseignées et celles découvertes ou élaborées par les élèves;
- en les encourageant à essayer les stratégies élaborées par les autres et en leur demandant de discuter, de critiquer et d'évaluer l'efficacité des diverses stratégies.

Nous voulons que les enfants acquièrent de la confiance dans leur capacité de résoudre des problèmes parce que la conviction de pouvoir résoudre des problèmes influera sur leur rendement. (Payne, 1990, p. 41, traduction libre)

Choisir divers types de problèmes

Il importe de varier le type de problème présenté aux élèves afin de leur permettre d'explorer et d'utiliser différentes stratégies de résolution de problèmes.

On peut trouver une variété de bonnes situations de résolution de problèmes dans diverses ressources pédagogiques, dans Internet ou dans des manuels. À l'annexe 5-1, on retrouve des exemples de différents types de problèmes que l'on peut utiliser dans le cadre de l'enseignement pour la résolution de problèmes.

Afin de faire un lien avec le cours de français, il serait souhaitable d'inciter les élèves à lire d'abord la question ou la tâche avant de lire les informations données. À l'oral, il serait aussi préférable de présenter la question ou la tâche avant de donner les informations afin d'avoir une intention de lecture ou d'écoute (lecture et écoute sélective). On encourage ainsi le transfert des stratégies du cours de français au cours de mathématiques.

FORMULATION DE PROBLÈMES

On peut aider les élèves à acquérir une meilleure compréhension de la résolution de problèmes en les encourageant à formuler leurs propres questions ou problèmes, oralement ou par écrit. Pour être en mesure de formuler une question ou un problème, les élèves doivent connaître les concepts mathématiques ciblés et être capables de les appliquer dans une situation de résolution de problèmes. Souvent, les questions ou les problèmes formulés par les élèves révèlent davantage leur compréhension d'un concept que ne le fait leur manière de répondre à une question ou de résoudre un problème. Par exemple, un groupe d'élèves au cycle primaire (1^{re} à 3^e) qui semblaient avoir compris le concept de multiplication, ont suggéré le problème suivant comme problème de multiplication :

Chez moi, nous avons 3 chiens. Chez Ramiro, il y a 2 chats et chez Thomas, 1 oiseau. Combien d'animaux y a-t-il dans les 3 maisons?

Lors de la mise en commun, il sera possible de faire ressortir que le problème proposé est en réalité un problème d'addition.

De même, des élèves au cycle moyen (4^e à 6^e) éprouvent souvent des difficultés à rédiger des problèmes comportant des fractions. À titre d'exemple, un élève de 5^e année propose le problème suivant, croyant que la réponse est $\frac{1}{2}$:

Dans une recette, je dois mettre $\frac{1}{4}$ de tasse de farine et dans une autre, $\frac{2}{8}$ de cuillère à table de sucre. Combien ai-je besoin en tout?

La réponse démontre que l'élève n'a pas maîtrisé le concept de fraction.

Voici quelques suggestions pour inciter les élèves à formuler des questions ou des problèmes :

- Permettre aux élèves de poser des questions ou de proposer à la classe des problèmes à résoudre. Établir un horaire pour que chaque élève ait son tour.

- Demander aux élèves d'inventer un jeu-questionnaire ou un jeu de résolution de problèmes. Chaque élève rédige un problème au recto d'une fiche et inscrit la solution au verso. Les fiches sont ensuite mises à la disposition de toute la classe dans le centre d'activités de mathématiques. Lorsque les élèves s'y rendent, ils choisissent un problème, trouvent une solution et comparent leur stratégie à celle suggérée au verso de la fiche. Les élèves doivent être au moins deux pour jouer à ce jeu.
- L'enseignant ou l'enseignante remet à chaque élève une page de catalogue ou de circulaire de supermarché et leur demande de rédiger un problème. Par exemple : J'ai acheté 5 jouets pour moins de 100 \$. Qu'est-ce que j'ai pu acheter? J'ai dépensé plus de 50 \$ à l'épicerie. Qu'est-ce que j'ai pu acheter?

Chaque élève rédige son problème et inscrit une solution possible au dos de la feuille. Un ou une autre élève le résout et sa solution peut être différente. L'important, c'est que les calculs soient justes.

- Donner une réponse aux élèves et leur demander d'écrire une question qui a comme solution cette réponse. Par exemple, si l'enseignant ou l'enseignante dit : « Ma réponse est un parallélogramme », un ou une élève peut rédiger le problème suivant :
Une figure a 2 paires de côtés congrus et aucun angle droit. C'est un quadrilatère. De quelle figure géométrique s'agit-il?
- Utiliser un livre d'images comme élément déclencheur pour inciter les élèves à rédiger des problèmes sous forme d'histoires. Des ouvrages tels que Biscuits Fous, Fous, Fous (La Chenelière, 2002) leur fournissent un contexte pour pouvoir composer des problèmes.
- Les élèves peuvent partir d'un mot ou d'un nombre pour écrire une question ou un problème. Par exemple, demander aux élèves de rédiger un problème dans lequel le mot translation doit apparaître, soit dans le problème, soit dans la réponse.

La formulation de questions ou de problèmes est une façon d'aider les élèves à appliquer leurs habiletés, mais aussi de consolider leur compréhension des concepts mathématiques. Il est préférable de commencer par une activité de formulation de problèmes à l'oral avant de passer à la formulation écrite.

Observation et évaluation des élèves en situation de résolution de problèmes

Selon Baroody et Coslick (1998), de nombreuses caractéristiques ont une influence sur l'habileté des élèves à résoudre des problèmes. Regroupées en quatre catégories, il y a les caractéristiques :

- cognitives;
- affectives;
- métacognitives;
- liées à la flexibilité.

Dans le cadre de la résolution de problèmes, les pratiques d'évaluation qui tiennent compte de ces quatre catégories permettent à l'enseignant ou à l'enseignante de faire des observations et de recueillir des données qui le renseignent sur les habiletés de résolution de problèmes, l'attitude et les perceptions des élèves.

Les caractéristiques cognitives qui influent sur la résolution de problèmes sont :

- la capacité d'utiliser des connaissances acquises (p. ex., stratégies, processus) dans un nouveau contexte;
- l'habileté à comprendre un problème, à l'analyser et à le résoudre sans devoir faire appel uniquement à la mémoire, aux procédures et aux règles.

Les caractéristiques affectives qui influent sur la résolution de problèmes sont :

- une réaction émotionnelle positive envers les mathématiques et la résolution de problèmes;
- la confiance dans sa capacité de résoudre un problème;
- le fait de percevoir les mathématiques comme une matière intéressante qui permet d'en apprendre davantage sur le monde;
- la capacité de persévérer dans l'apprentissage des habiletés qui permettront de se tirer d'affaire devant un problème difficile;
- la capacité de prendre des risques et de savoir que la classe est un environnement sain où ses idées sont valorisées et où les autres ne vont pas ridiculiser ou critiquer sa pensée mathématique, ses idées ou ses stratégies;
- la conviction que les erreurs fournissent une occasion d'approfondir et d'améliorer sa compréhension.

Les caractéristiques métacognitives qui influent sur la résolution de problèmes sont :

- la capacité de réfléchir à son propre processus cognitif;
- la capacité de reconnaître qu'une solution est vraisemblable;
- la connaissance des stratégies permettant de savoir quoi faire quand on est dans une impasse;
- la capacité d'évaluer sa démarche tout au long du processus.

Les caractéristiques liées à la flexibilité qui influent sur la résolution de problèmes sont :

- la reconnaissance que la première stratégie utilisée n'est pas nécessairement la seule et qu'il faut souvent la modifier au cours du processus;

- la reconnaissance qu'il y a ordinairement plus d'une façon d'arriver à une solution;
- l'ouverture aux idées des autres;
- la volonté d'essayer de nouvelles approches ou stratégies;
- la reconnaissance qu'il y a plus d'une façon d'interpréter certains problèmes.

Il est donc essentiel d'évaluer aussi les perceptions, l'attitude et le processus de réflexion [. . .] (Payne, 1990, p. 59, traduction libre)

L'enseignant ou l'enseignante peut observer les caractéristiques qui influent sur la capacité des élèves à résoudre des problèmes afin de trouver des moyens de les aider et de prendre des décisions pédagogiques fondées sur ces observations. Par exemple, si les élèves ont des difficultés, il ou elle peut examiner les caractéristiques ci-dessus pour décider des mesures à prendre pour y remédier. En passant en revue les caractéristiques, il est possible de déterminer si les difficultés sont d'ordre cognitif (p. ex., incapacité d'appliquer une stratégie particulière ou de se référer à un concept connu dans le contexte du problème), d'ordre affectif (p. ex., manque de confiance en soi), d'ordre métacognitif (p. ex., incapacité de suivre sa propre démarche tout au long du processus) ou liées à la flexibilité (p. ex., pensée ou opinion trop rigide qui empêche de voir d'autres façons de résoudre le problème). Le tableau ci-après présente quelques mesures que l'enseignant ou l'enseignante peut prendre pour remédier à des comportements particuliers observés pendant le processus de résolution de problèmes.

La confiance en soi ou la conviction d'être capable de résoudre des problèmes peut se manifester dans des réactions comme désirer ou même avoir hâte d'essayer, persévérer lorsque les premiers efforts sont vains, représenter et résoudre certains problèmes de plusieurs façons et comprendre que certains problèmes peuvent avoir plus d'une réponse. (Payne, 1990, p. 59, traduction libre)

Suggestions pour l'étape suivante (1^{re} à 3^e)

Observations	Mesures à prendre
L'enseignant ou l'enseignante observe si l'élève a de la difficulté :	L'enseignant ou l'enseignante peut :
• à établir des liens conceptuels entre les idées mathématiques.	• encourager l'élève lorsqu'il ou elle commence à établir de tels liens; • • poser des questions incitatives en guise d'étayage pour appuyer le développement d'idées.
• à aborder les situations de résolution de problèmes avec confiance.	• éviter de diriger complètement la situation de résolution de problèmes; • allouer un temps de réflexion adéquat;

Observations	Mesures à prendre
	• permettre à l'élève de travailler avec un ou une partenaire pour accroître sa confiance en soi; • • conserver une attitude positive envers la résolution de problèmes.
• • à utiliser des stratégies d'autorégulation.	• aider l'élève à utiliser divers raisonnements pour l'amener à trouver une solution au problème (p. ex., l'encourager à utiliser ses connaissances antérieures, comme faire des groupes de 10 pour faciliter une addition).
• à faire preuve de flexibilité dans l'utilisation de stratégies et de processus.	• demander à plusieurs élèves de communiquer leurs stratégies de résolution de problèmes afin de montrer différentes possibilités; • afficher les stratégies personnelles des élèves; • rappeler à l'élève qu'il y a toujours plusieurs façons de résoudre les problèmes; • valoriser les différentes façons de penser.

On trouvera à l'annexe 5-2 un rapport anecdotique qui peut servir à noter les observations sur chaque élève et les mesures à prendre tout au long du semestre.

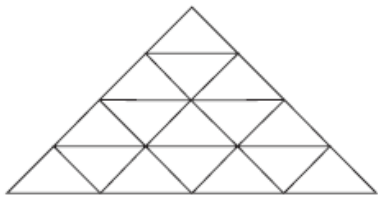
L'enseignement par la résolution de problèmes devrait débiter au cycle primaire et occuper un rôle central dans les classes de mathématiques. Lorsque les élèves explorent et développent des concepts, l'enseignant ou l'enseignante peut mettre l'accent sur les processus et les stratégies de résolution de problèmes. L'attitude et les perceptions des élèves, de l'enseignant ou de l'enseignante à propos de la résolution de problèmes sont des facteurs importants qui influent sur l'apprentissage. L'enseignant ou l'enseignante donne l'exemple en matière de résolution de problèmes en faisant preuve de flexibilité, en modelant des stratégies diverses et en encourageant les élèves à utiliser des stratégies qui ont du sens pour eux. L'influence la plus importante qu'il ou elle peut exercer sur les élèves est de les aider à développer une attitude positive à l'égard des mathématiques et la confiance en leur capacité de résoudre des problèmes.

Annexe 5-1 : Exemples de problèmes

Cycle primaire

PROBLÈME A

Observe cette illustration. Combien de triangles peux-tu y trouver?



Solution

Les élèves peuvent utiliser diverses stratégies pour résoudre ce problème. Ils peuvent choisir :

- de faire un dessin;
- d'utiliser du matériel de manipulation (p. ex., triangles verts dans les ensembles de mosaïques géométriques, triangles en papier);
- d'utiliser le pointage pour dénombrer les triangles.

Il y a 27 triangles dans cette illustration.

PROBLÈME B

En te servant de la grille de nombres de 1 à 100, trouve tous les nombres à deux chiffres dont la somme des deux chiffres est 10 (p. ex., 73 [$7 + 3 = 10$]). Décris la régularité que tu vois.

Solution

Les élèves peuvent noter leurs découvertes dans la grille de nombres de 1 à 100 ou utiliser des jetons. Il y a neuf possibilités. Ces nombres forment une ligne diagonale de la case 19 à la case 91. Certains élèves reconnaîtront les décompositions de 10 (9 et 1, 8 et 2, 7 et 3, 6 et 4, 5 et 5). La stratégie d'essais et erreurs sera probablement utilisée par la majorité des élèves pour vérifier si les nombres choisis répondent au critère ou non. Quelques élèves pourraient faire une liste ordonnée pour noter les résultats.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

PROBLÈME C

Danielle va nourrir les poules et les vaches sur sa ferme. Elle compte 20 pattes. Combien de poules et combien de vaches Danielle doit-elle nourrir? Explique comment tu as trouvé la réponse.

Solution

Les élèves peuvent utiliser une variété de stratégies pour résoudre ce problème (p. ex., mimer la situation, simuler la situation à l'aide de matériel concret ou de dessins). Certains élèves pourront combiner d'autres stratégies à ces dernières (p. ex., faire une liste ordonnée, procéder par essais et erreurs).

Il y a 4 combinaisons possibles d'animaux : 4 vaches et 2 poules; 3 vaches et 4 poules; 2 vaches et 6 poules; 1 vache et 8 poules.

PROBLÈME D

Maria aide son enseignante à placer une bordure décorative autour du tableau d'affichage. L'enseignante lui demande de colorier les vêtements des personnages de la bordure de couleur différente. Chaque personnage porte trois vêtements : un chapeau, un foulard et un manteau. Maria a un crayon feutre vert, un bleu et un rouge. De combien de façons différentes Maria pourra-t-elle colorier les vêtements?

Solution

Les élèves peuvent choisir d'utiliser du matériel de manipulation pour illustrer une solution (p. ex., jetons de couleur, cubes emboîtables, boutons). Ils représentent ensuite les combinaisons dans un tableau. Quelques élèves peuvent faire une liste ordonnée et y indiquer les combinaisons en couleur ou en écrivant la lettre initiale de chaque couleur. D'autres élèves utiliseront des connaissances acquises lors de la résolution d'un problème plus simple présenté en classe.

Voici un exemple de tableau représentant les six différentes possibilités.

Chapeau	Vert	Vert	Rouge	Rouge	Bleu	Bleu
Foulard	Bleu	Rouge	Vert	Bleu	Vert	Rouge
Manteau	Rouge	Bleu	Bleu	Vert	Rouge	Vert

PROBLÈME E

Tu dois mettre 20 pommes dans 8 paniers. Il doit y avoir au moins 2 pommes dans chaque panier, mais pas plus de 4.

Démontre et explique avec des images, des nombres et des mots, comment remplir les paniers en respectant les directives.

Solution

Les élèves peuvent choisir d'utiliser du matériel de manipulation (p. ex., cubes emboîtables, jetons de bingo, haricots secs) pour représenter ce problème et ensuite faire un dessin pour représenter leur raisonnement. Quelques élèves pourraient mimer la situation en essayant leurs solutions. D'autres feront une liste ordonnée pour noter les diverses possibilités.

Voici quelques solutions possibles :

Solution A



4 paniers de 2 pommes

4 paniers de 3 pommes

Solution B



2 paniers de 4 pommes

6 paniers de 2 pommes

Solution C



1 panier de 4 pommes

2 paniers de 3 pommes

5 paniers de 2 pommes

PROBLÈME F

Un magasin de vélos installe 6 réflecteurs et 2 rétroviseurs sur ses bicyclettes de modèle de luxe. Combien de bicyclettes de luxe peut-il fournir à un camp d'été s'il lui reste 55 réflecteurs et 19 rétroviseurs en réserve?

Solution

Louise compte mentalement 6, 12, 18, 24, 30, 36, 42, 48, 54 en touchant un de ses doigts à chaque nombre qu'elle énumère. Elle réalise que 9 bicyclettes peuvent être munies de 6 réflecteurs et qu'il reste 1 réflecteur. Elle note 9 sur une feuille de papier et multiplie 9 par 2 pour réaliser qu'il y a assez de rétroviseurs pour les 9 bicyclettes; il en restera même 1. Elle conclut que seulement 9 bicyclettes de luxe peuvent être fournies au camp d'été.

PROBLÈME G

Jean aligne 7 pièces de monnaie, comme ci-dessous.



Jean enlève la 3^e pièce de monnaie.

Il place ensuite la dernière pièce en deuxième place.

Jean enlève la 4^e pièce.

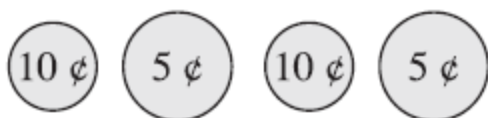
Il place ensuite la 5^e pièce en première place.

Puis, il retire la 2^e pièce.

Quelle est la valeur des pièces de monnaie qui sont maintenant alignées? Fais un dessin des pièces et indique la valeur totale des pièces alignées.

Solution

Ce problème se prête bien au développement de la pensée logique. Les élèves peuvent décider de le résoudre à l'aide de matériel de manipulation. Leur premier choix sera probablement d'utiliser des pièces de monnaie. Ils peuvent aussi donner, par exemple, une valeur monétaire à des cubes emboîtables ou à des jetons de couleurs différentes. Quelques élèves pourraient décider de travailler en équipe et de mimer la situation en désignant 7 élèves tenant des étiquettes de 5 ¢ ou de 10 ¢. D'autres élèves peuvent choisir de représenter le problème par écrit; ils déplaceront les pièces en les effaçant tout en suivant les directives. À la fin, il devrait rester 4 pièces de monnaie alignées ayant une valeur totale de 30 ¢.



PROBLÈME H

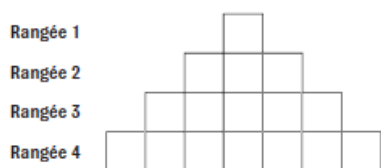
Mme Mayer planifie un repas de hot-dogs pour ses 22 élèves. Elle doit acheter des pains et des saucisses. Les saucisses se vendent en paquet de 12 et les pains en paquet de 8. Combien de paquets de saucisses et de pains doit-elle acheter si chaque élève mange 1 hot-dog?

Solution

Les élèves peuvent choisir de représenter ce problème en utilisant du matériel de manipulation ou en faisant un dessin pour illustrer leur raisonnement. Ils peuvent aussi comparer ce problème à d'autres plus simples, vus auparavant. Mme Mayer doit acheter 2 paquets de saucisses (2 saucisses en surplus) et 3 paquets de pains (2 pains en surplus).

PROBLÈME I

Line croit pouvoir prolonger cette régularité jusqu'à la 7^e rangée. Elle a 50 carrés à sa disposition. Peut-elle compléter les 7 rangées?

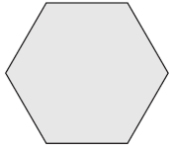


Solution

Les élèves peuvent choisir d'utiliser du matériel de manipulation (p. ex., carreaux algébriques, carrés en papier) ou du papier quadrillé pour garder des traces de leur démarche de résolution de problèmes. Quelques élèves peuvent créer un tableau et rechercher la régularité afin de déterminer si Line a assez de carrés pour compléter 7 rangées. En utilisant une table de valeurs, les élèves y inscrivent les données pour les 4 premières rangées, découvrent la régularité de +2 et la prolongent jusqu'à la 7^e rangée. En additionnant les nombres de carrés indiqués dans le tableau, ils réalisent qu'il faut 49 carrés pour compléter les 7 rangées et peuvent donc répondre à la question par l'affirmative.

PROBLÈME J

À l'aide de mosaïques géométriques, trouve différentes façons de créer une figure congruente à l'hexagone jaune. Illustre chaque possibilité en traçant le contour des mosaïques géométriques utilisées.



Solution

Les élèves peuvent représenter les diverses combinaisons de figures à l'aide de dessins, d'un tableau ou d'une liste ordonnée. Voici les solutions possibles :

- 2 trapèzes rouges
- 3 losanges bleus
- 6 triangles verts
- 1 trapèze rouge, 1 losange bleu, 1 triangle vert
- 1 trapèze rouge et 3 triangles verts
- 2 losanges bleus et 2 triangles verts
- 1 losange bleu et 4 triangles verts

PROBLÈME K

Pour une collecte de fonds au bénéfice d'organismes de charité dans leur communauté, la classe de Mme Surprenant vend des stylos et des crayons. Chaque stylo coûte 15 ¢ et chaque crayon, 10 ¢. Paul dépense 75 ¢ pour acheter des stylos et des crayons. Décris les diverses possibilités d'achats.

Solution

Les élèves peuvent faire des dessins pour présenter les diverses combinaisons de stylos et de crayons d'une valeur de 75 ¢. Ils peuvent aussi utiliser le raisonnement logique voulant que, compte tenu des données du problème, le nombre de stylos doit être impair puisque c'est la seule façon d'obtenir une somme dont le dernier chiffre est un 5. Il suffit alors d'essayer avec 1 stylo, 3 stylos, 5 stylos. Les combinaisons possibles sont : 1 stylo et 6 crayons; 3 stylos et 3 crayons.

Cycle moyen

PROBLÈME A

Un voyage éducatif est organisé pour les 3 classes de 5e année d'une école. La première classe compte 21 élèves, la deuxième en compte 15 et la troisième en compte 17. Il faut 3 adultes par classe pour que le voyage puisse avoir lieu. Un autobus peut transporter 31 passagers. Au moins 2 adultes doivent prendre place dans chaque autobus. Détermine le nombre d'autobus requis ainsi que les nombres d'élèves et d'adultes possibles dans chacun des autobus.

Solution

Les élèves peuvent d’abord décider de déterminer le nombre de personnes qui partiront en voyage éducatif (21 élèves + 15 élèves + 17 élèves + 9 adultes = 62 personnes).

Puisque chaque autobus peut transporter 31 passagers, ils concluent qu’il faudra 2 autobus ($2 \times 31 = 62$) et que les 2 autobus devront être remplis.

En tenant compte du fait qu’il faut au moins 2 adultes par autobus, ils peuvent déterminer 3 possibilités différentes et les résumer à l’aide d’un tableau.

Premier autobus	Deuxième autobus
2 adultes 29 élèves	7 adultes 24 élèves
3 adultes 28 élèves	6 adultes 25 élèves
4 adultes 27 élèves	5 adultes 26 élèves

PROBLÈME B

Combien de nombres à 3 chiffres peux-tu écrire en utilisant les chiffres 0, 1, 2, 3, si chaque chiffre ne peut apparaître plus d’une fois dans le nombre?

Solution

Certains élèves essaient différentes combinaisons aléatoires sans avoir une stratégie précise en tête.

D’autres font une liste ordonnée en débutant avec 1, ensuite 2 et enfin 3 (le 0 ne peut pas être utilisé comme premier chiffre).

102	201	301
103	203	302
120	210	310
123	213	312
130	230	320
132	231	321

Il y a 18 combinaisons possibles.

PROBLÈME C

Il faut les trois quarts d’un sac d’engrais pour traiter la pelouse de M. Yan. Combien de fois pourra-t-il traiter sa pelouse avec 9 sacs?

Solution

Luc et Maggie utilisent l’addition répétée.

$$\frac{3}{4} + \frac{3}{4} = \frac{6}{4} \text{ ou } 1 \frac{1}{2}$$

$$\frac{6}{4} + \frac{3}{4} = \frac{9}{4} \text{ ou } 2 \frac{1}{4}$$

Guide d'enseignement efficace des mathématiques de la maternelle à la 6e année – Fascicule 2

$$9/4 + 3/4 = 12/4 \text{ ou } 3$$

Ils dressent ensuite le tableau suivant :

Nombre de sacs	Nombre de traitements
3	4
6	8
9	12

Ils concluent que M. Yan pourra traiter sa pelouse 12 fois avec 9 sacs.

Marc et Julie utilisent la représentation symbolique suivante :

////	ooo		1 ^{er} traitement	////
////	ooo	**	2 ^e traitement	ooo
////		**	3 ^e traitement	
ooo		**	4 ^e traitement	**
1 ^{er} sac	2 ^e sac	3 ^e sac		

Ils concluent comme suit :

4 traitements avec 3 sacs

8 traitements avec 6 sacs

12 traitements avec 9 sacs

PROBLÈME D

Martine, Carlos et Julia ont 8 autocollants identiques à partager entre eux. Ils décident qu'ils ne doivent pas nécessairement avoir le même nombre d'autocollants, mais que chaque personne doit en avoir au moins 1. De combien de façons différentes peuvent-ils se partager les autocollants?

Solution

Il existe 21 différentes façons de partager les autocollants selon les critères énoncés. Les élèves peuvent choisir d'utiliser du matériel de manipulation ou de faire un dessin ou de construire 1 tableau pour représenter les différentes possibilités.

Martine	Carlos	Julia
1	1	6
1	2	5
1	3	4
1	4	3
1	5	2
1	6	1
2	1	5
2	2	4

Martine	Carlos	Julia
2	3	3
2	4	2
2	5	1
3	1	4
3	2	3
3	3	2
3	4	1
4	1	3
4	2	2
4	3	1
5	1	2
5	2	1
6	1	1

PROBLÈME E

La cour de récréation d'une nouvelle école doit être clôturée. Une clôture de 900 mètres a été achetée. Quelles dimensions la cour de récréation rectangulaire peut-elle avoir? Quelles dimensions offriraient la plus grande aire de jeu aux élèves?

Solution

Les élèves peuvent utiliser la stratégie essais et erreurs et dessiner un croquis pour s'aider.

La mise en commun permet de réaliser que l'aire de jeu la plus grande (50 625 m²) est obtenue avec un terrain mesurant 225 m sur 225 m. Les élèves pourraient être amenés à réaliser que l'aire la plus grande d'un rectangle de périmètre donné est celle correspondant à un carré.

1er essai



$$100 \text{ m} + 100 \text{ m} = 200 \text{ m}$$

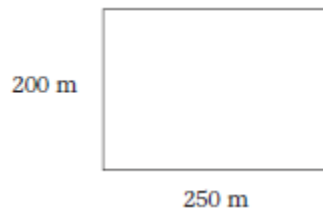
$$900 \text{ m} - 200 \text{ m} = 700 \text{ m}$$

$$700 \text{ m} \div 2 = 350 \text{ m}$$



$$\text{Aire de jeu} = 350 \text{ m} \times 100 \text{ m} = 35\,000 \text{ m}^2$$

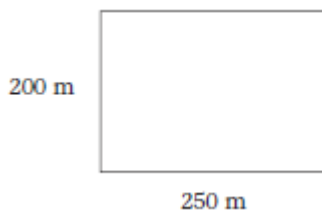
2e essai



$$200 \text{ m} + 200 \text{ m} = 400 \text{ m}$$

$$900 \text{ m} - 400 \text{ m} = 500 \text{ m}$$

$$500 \text{ m} \div 2 = 250 \text{ m}$$



$$\text{Aire de jeu} = 250 \text{ m} \times 200 \text{ m} = 50\,000 \text{ m}^2$$

La mise en commun permet de réaliser que l'aire de jeu la plus grande ($50\,625 \text{ m}^2$) est obtenue avec un terrain mesurant 225 m sur 225 m . Les élèves pourraient être amenés à réaliser que l'aire la plus grande d'un rectangle de périmètre donné est celle correspondant à un carré.

PROBLÈME F

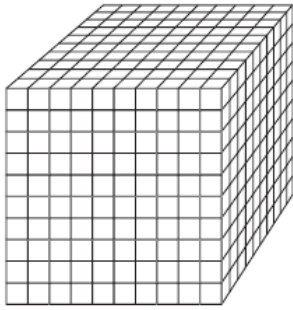
M. Lebrun travaille pour une entreprise qui vend et expédie du matériel de base dix aux écoles. Il veut convaincre son directeur que la boîte qu'il a conçue est la plus appropriée pour l'expédition de ce matériel. Sa boîte peut contenir 10 cubes de millier disposés bout à bout. Est-ce que sa boîte serait aussi la plus appropriée pour expédier de grandes quantités de cubes d'unité, de languettes et de planchettes?

Combien de pièces de chaque sorte pourrait-elle contenir? Conçois différentes boîtes dont les dimensions seraient les plus appropriées pour contenir les cubes d'unité, les languettes et les planchettes.

Solution

Ce problème permet aux élèves d'établir des relations entre les différentes composantes du matériel de base dix. Par exemple, il faut 10 composantes plus petites pour obtenir la composante suivante : 10 cubes d'unité équivalent à une languette, 10 languettes équivalent à une planchette, 10 planchettes équivalent à un cube de millier. Il leur permet aussi de découvrir qu'en multipliant le cube d'unité par 10, ils obtiennent

une languette, par 100, une planchette et par 1000, un cube de millier, découverte qui les aidera à concevoir les boîtes.



Cube de millier

PROBLÈME G

Ton école organise une vente de livres. Il y a 150 livres à vendre. On te demande de les répartir également sur 5 tables à la bibliothèque. Combien de livres mettras-tu sur chaque table? Un peu plus tard, on te demande de les répartir plutôt par groupe de 5. Combien de groupes de livres dois-tu faire? Que remarques-tu au sujet de tes deux réponses? Peux-tu expliquer pourquoi?

Solution

Dans la première réponse, il est question du nombre de livres sur chaque table (30) tandis que dans la deuxième, il s'agit du nombre total de groupes de livres (30). Dans ce genre de problème, les élèves explorent la relation partie d'un tout qui est importante pour comprendre les concepts de division et de multiplication.

PROBLÈME H

Conrad veut délimiter une partie d'un grand champ sur sa ferme pour cultiver des légumes. Il a 240 mètres de clôture. Serait-il mieux de clôturer un enclos de forme rectangulaire ou carrée? Lequel lui donnera une plus grande surface pour cultiver des légumes? Explique en laissant des traces de ta réflexion.

Solution

En premier lieu, les élèves détermineront probablement les dimensions d'un carré de 240 m de périmètre ($60\text{ m} + 60\text{ m} + 60\text{ m} + 60\text{ m}$) ayant une aire de 3600 m^2 . Ensuite, ils tenteront de déterminer les dimensions de divers rectangles de même périmètre, par exemple : $100\text{ m} + 20\text{ m} + 100\text{ m} + 20\text{ m}$ (aire de 2000 m^2); $80\text{ m} + 40\text{ m} + 80\text{ m} + 40\text{ m}$ (aire de 3200 m^2). Ils constateront finalement que l'enclos de forme carrée a une plus grande aire.

Annexe 5-2 : Rapport anecdotique

Nom de l'élève : _____

Situations	Observations	Mesures à prendre
Caractéristiques cognitives		
Caractéristiques affectives		
Caractéristiques métacognitives		
Caractéristiques liées à la flexibilité		

Annexe 5-3 : Évaluation de mon attitude à l'égard de la résolution de problèmes

La confiance en soi

1. Je m'estime capable de répondre à une question ou de réaliser une tâche.
2. Avant de lire une question, je devine, je prévois ce que j'aurai à faire.
3. J'aime chercher une solution sans aide.
4. J'aime vérifier ma solution sans aide et je n'attends pas qu'on me le demande pour le faire.
5. Je demande facilement de l'aide lorsque je ne suis plus capable de poursuivre ma recherche.
6. Je réfléchis avant d'effectuer une activité ou de procéder à une solution possible.

L'esprit d'ouverture

1. Je n'ai pas peur de raconter ma façon de procéder à une autre personne.
2. J'aime dire ce que j'ai appris.
3. Je suis capable d'exprimer comment j'ai vécu une situation et ce que j'ai ressenti.
4. J'aime travailler en équipe.
5. En équipe, j'aime raconter et expliquer ma démarche; j'aime aussi la comparer avec celle des autres.
6. En équipe, j'aime expliquer ma solution et la comparer avec celle des autres.
7. En équipe, j'observe et j'écoute les autres pour connaître leurs façons de procéder.
8. En équipe, j'exprime aux autres ce que j'aime dans leurs façons de travailler.
9. En équipe, j'aide les autres à trouver une solution.
10. Dans mon équipe, on m'écoute et on m'aide à trouver une solution.

La persévérance

1. Je cherche toujours une hypothèse de solution à toutes les questions.
2. J'accepte que mon hypothèse de solution ne soit pas toujours juste.
3. J'accepte de me tromper, de faire des erreurs.
4. Je me donne toutes les chances de trouver une solution en utilisant différentes stratégies.
5. Je ne me décourage pas lorsque je cherche une solution.
6. J'aime résoudre des problèmes difficiles.
7. J'essaie différentes façons de procéder pour résoudre un problème.

La rigueur

1. Je travaille proprement.
2. Je communique ma solution avec précision.

3. J'explique ou je justifie ma solution et ma façon de procéder.
4. J'aime poser des questions.
5. J'aime discuter de mes façons de procéder ou des façons de procéder des autres.
6. Je laisse des traces de mes façons de procéder pour trouver une solution.
7. Je cherche à connaître les causes de mes erreurs.

Annexe 5-4 : Évaluation des stratégies de résolution de problèmes

Quoi faire pour comprendre ce que j'ai à faire?

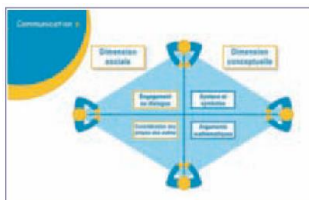
1. Je lis deux fois la question.
2. Je dis dans mes mots la question à laquelle je dois répondre ou ce qu'on me demande de faire.
3. Je compare avec une autre personne ma compréhension de la question ou de la tâche.
4. Quand j'ai une démarche à suivre, je lis toutes les étapes avant de réaliser la tâche.
5. J'identifie les mots ou les symboles que je ne connais pas.
6. J'observe les illustrations, les pictogrammes; je relis les mots ou les symboles importants avant de répondre à la question.
7. Je fais un dessin ou je mime la situation pour expliquer ma compréhension de ce que j'ai à faire.
8. J'identifie les informations qui me manquent pour répondre à la question.
9. Je me fais une image dans ma tête de ce que j'ai à faire.
10. Lorsqu'il y a un long texte, j'identifie d'abord la question, c'est-à-dire la phrase qui se termine par un point d'interrogation, avant de lire tout le texte.
11. Je me rappelle ce que je sais et je l'exprime à une autre personne.
12. Je consulte les affiches ou je pose des questions à une autre personne lorsque je ne sais pas quoi faire.

Comment faire pour chercher une solution et la vérifier?

1. Je réfléchis à une solution possible avant de l'écrire.
2. Je réfléchis à une façon de procéder et la communique à une autre personne avant de l'exécuter.
3. Je me rappelle ce que je sais et je l'exprime à une autre personne.
4. Je consulte les affiches ou je pose des questions à une autre personne lorsque je ne sais pas comment faire.
5. J'utilise du matériel pour chercher ou vérifier une solution.
6. J'écris une phrase mathématique (une opération, une équation, une égalité) afin d'expliquer ma solution.
7. Je cherche plus d'une solution à certains problèmes.
8. Après avoir trouvé une hypothèse de solution, je redis dans mes mots ce que j'avais à faire.
9. J'essaie de trouver une autre façon de procéder pour vérifier ma solution.
10. Je compare ma solution avec celles des autres.

6. Communication

Dans la vie de tous les jours, la communication nous permet d'entrer en relation avec les autres et de mieux comprendre le monde qui nous entoure. C'est ainsi que « L'école est un milieu d'apprentissage qui vise le succès personnel et la réussite scolaire des élèves par : le développement de la compétence à communiquer en français à l'oral et à l'écrit; l'enseignement en français des savoirs dans toutes les disciplines [...] au palier élémentaire [...]; l'adoption d'une perspective qui situe l'apprentissage tout au long de la vie au coeur de l'activité scolaire; la mise en oeuvre du curriculum dans une perspective d'amélioration du rendement des élèves; le développement des compétences qui aideront les élèves à faire des choix judicieux tout au long de leur vie. » (Ministère de l'Éducation de l'Ontario, 2004c, p. 8). Laplante (1998) indique qu'apprendre en mathématiques, c'est apprendre à parler le langage mathématique. On doit, dit-il, « donner à l'élève des occasions de lire, d'étudier, d'explorer, d'écrire, d'écouter, de discuter et d'expliquer des idées dans un langage mathématique qui lui est propre ».



La communication joue un rôle déterminant dans l'enseignement et dans l'apprentissage des mathématiques. La communication c'est au départ l'utilisation de symboles et de vocabulaire mathématiques pour s'approprier les concepts. Les élèves ont besoin de parler, de poser des questions, d'émettre des hypothèses, de les vérifier, de présenter leurs stratégies et d'expliquer leur raisonnement tant à l'oral qu'à l'écrit pour clarifier leurs idées et mathématiser le monde qui les entoure. Par l'utilisation d'un vocabulaire de relations causales, les élèves pourront démontrer leur raisonnement. L'utilisation d'arguments mathématiques justes, clairs et suffisants rendra la communication efficace. C'est ce que Radford et Demers (2004) appellent la dimension conceptuelle de la communication. Cependant, la communication ne se fait pas en vase clos; elle implique une dimension sociale. Le dialogue avec d'autres débute par une écoute active suivie d'une rétroaction aux propos des autres, et ce, dans un climat de respect d'autrui où le discours de chacun et chacune est considéré comme ayant de la valeur et étant important d'être partagé. La communication apparaît donc « comme une occasion d'établir des échanges à l'intérieur desquels les élèves s'approprient [...] un savoir mathématique spécialisé ». (Radford et Demers, 2004, p. 50)

La base d'un enseignement efficace en mathématiques repose sur l'habileté de l'enseignant ou de l'enseignante à créer un environnement propice à la communication

et à utiliser l'information qui ressort du partage des réflexions mathématiques des élèves. Ces réflexions permettent à l'enseignant ou l'enseignante :

- de jauger l'attitude des élèves envers les mathématiques;
- de saisir leur niveau de compréhension et d'ajuster ses stratégies d'enseignement en conséquence;
- de déceler leurs méprises ou leurs fausses conceptions;
- de juger du niveau et de la cohérence de leur raisonnement mathématique.

La communication repose en fait non pas uniquement sur des habiletés discursives ou cognitives relatives aux mathématiques, mais aussi sur des habiletés sociales de travail en groupe. (Radford et Demers, 2004, p. 44)

Explorer la pensée mathématique des élèves très jeunes peut parfois s'avérer difficile étant donné leurs habiletés restreintes en communication orale et écrite. Cependant, ces difficultés s'amenuisent vers la fin du cycle primaire au fur et à mesure que les élèves acquièrent un éventail plus large de moyens de démontrer leur apprentissage.

Le rôle de l'enseignant ou de l'enseignante est donc d'utiliser des stratégies d'enseignement qui incitent les élèves à parler de mathématiques. Il lui revient aussi d'alimenter ce dialogue en posant des questions précises pour mettre en évidence tel élément de procédure, pour clarifier tel point de discussion ou pour aider les élèves à exprimer ou à justifier leur point de vue. Par exemple, une question particulièrement utile est : « Comment le sais-tu? » Pour y répondre, les élèves doivent expliquer leur pensée et le raisonnement mathématique qui sous-tendent la solution trouvée ou la stratégie utilisée. Ces situations de communication sont aussi des moments opportuns pour déterminer le niveau de compréhension des élèves.

D'autres stratégies de communication orale pour aider les élèves ayant des besoins particuliers sont présentées au chapitre 7 dans le document intitulé : L'éducation pour tous : Rapport de la Table ronde des experts pour l'enseignement en matière de littératie et de numératie pour les élèves ayant des besoins particuliers de la maternelle à la 6e année. (Ministère de l'Éducation de l'Ontario, 2005c, p. 85-90)

Afin d'aider les élèves à développer leur pensée mathématique et à acquérir des habiletés langagières pour exprimer cette pensée, tant à l'oral qu'à l'écrit, l'enseignant ou l'enseignante doit leur proposer une variété d'expériences riches axées sur la résolution de problèmes, qui serviront de fondement à la discussion et à l'écriture. Il faut aussi offrir aux élèves de nombreuses occasions de communiquer leur pensée mathématique. Les activités qui misent sur un échange d'idées entre les élèves les amènent à parler de mathématiques, à expliquer leur raisonnement, à décrire leurs stratégies et surtout à comparer leurs représentations avec celles des autres et à les réviser au besoin. En effet, c'est en examinant les stratégies et les idées proposées par

d'autres que les élèves développent une pensée critique et parviennent à reconnaître et à dégager les forces et les limites d'un argument mathématique. Ce faisant, ils peuvent aussi apprécier la valeur d'un langage mathématique clair, juste et efficace.

La participation des élèves aux discussions dépend à la fois de leur niveau de socialisation et de leur perception du climat qui règne dans la classe et qui les incite à s'engager ou non dans les discussions. Il faut aider les élèves à acquérir les habiletés sociales liées au travail en groupe et établir un climat de classe où les élèves se sentent à l'aise de communiquer spontanément leur pensée. Une ambiance détendue, où la parole de chaque élève compte et est écoutée, favorise l'établissement d'un tel climat. La complicité qui s'installe alors facilite grandement la communication.

Extrait non disponible en raison de restrictions relatives aux droits d'auteur. Pour l'intégrale, voir la version imprimée.

Pour développer la compétence langagière des élèves dans la classe de mathématiques, l'enseignant ou l'enseignante devrait :

- présenter des activités mathématiques qui suscitent la discussion;
- modeler la pensée mathématique à haute voix et démontrer divers moyens de partager ses réflexions, oralement ou par écrit, à l'aide de dessins, de tableaux ou de diagrammes;
- encourager les échanges d'idées à chacune des étapes d'une résolution de problèmes;
- utiliser un vocabulaire et un langage mathématiques justes;
- poser des questions précises et encourager les élèves à se questionner;
- poser des questions ouvertes qui font appel aux concepts à l'étude;
- encourager les élèves à poser des questions et à demander des précisions, si nécessaire;
- présenter différents modèles de réponses à une question;
- initier les élèves à l'objectivation et à la métacognition, c'est-à-dire à faire un retour sur leur démarche pour mieux comprendre les concepts;
- encourager les élèves à utiliser le vocabulaire de relations causales (p. ex., donc, parce que, si... alors);
- donner une rétroaction immédiate lorsque les élèves posent une question ou fournissent une explication;
- poser des questions du genre: « Comment le sais-tu? »;
- encourager les élèves à étoffer leur réponse en faisant des remarques du genre : « Peux-tu ajouter autre chose? »;
- demander s'il y a plus d'une solution, plus d'une stratégie ou plus d'une explication possible;

- offrir un temps de réflexion suffisamment long pour permettre aux élèves de formuler leurs réponses.

Objectifs de la communication

La compétence en communication est composée de plusieurs sous-compétences qui sont interdépendantes. Dans le cadre d'une recherche-action, Radford et Demers (2004) ont identifié certaines de ces sous-compétences et cerné les années d'études au cours desquelles les élèves pourraient les acquérir (voir le tableau ci-dessous). L'enseignant ou l'enseignante peut s'y référer pour identifier lesquelles cibler au cours de l'année et choisir les stratégies d'enseignement et les activités qui favoriseront leur développement.

Créer des liens est un processus au coeur des mathématiques. Le défi est de communiquer ces relations mathématiques aux autres. La créativité est au coeur du travail des mathématiciens. (Fosnot & Dolt, 2001, p. 60, traduction libre)

Quelques objectifs clés de la communication*

Cycle préparatoire	Cycle primaire	Cycle moyen
Apprendre quelques conventions mathématiques	Apprendre quelques conventions mathématiques	Utiliser les conventions mathématiques correspondantes au cycle moyen
Apprendre à écouter les autres élèves	Apprendre à écouter les autres élèves	Écouter les propos mathématiques de ses camarades
		Interpréter les arguments mathématiques de ses camarades
		Évaluer de façon critique les arguments des autres
Apprendre à tenir des arguments mathématiques	Apprendre à tenir des arguments mathématiques	Exprimer des arguments des propos mathématiques appropriés à la situation mathématique donnée
		Présenter des justifications des arguments mathématiques qu'il ou elle avance
		Améliorer sa connaissance de ce qu'est un argument exact, clair et suffisant
		Organiser avec logique et efficacité la présentation d'un résultat d'une activité mathématique

*Adaptation du document de Luis Radford et Serge Demers, Communication et apprentissage, 2004.

Communication orale

Les élèves qui communiquent et écoutent les autres discuter de concepts mathématiques s'enrichissent et acquièrent de l'expérience en matière de réflexion, de raisonnement et de développement d'un langage mathématique précis. La communication orale est une façon très efficace de leur permettre de démontrer et d'approfondir leur compréhension des concepts. Il faut donc fournir aux élèves diverses occasions de développer ces habiletés en classe, c'est-à-dire des occasions où ils doivent discuter, écouter, questionner, expliquer, définir ou justifier.

« Pour maximiser les chances de succès de l'élève en milieu minoritaire, la maîtrise de l'oral devrait être au coeur de toutes les activités pédagogiques, et ce, dès le préscolaire. L'enjeu est d'amener les jeunes non seulement à étudier en français, mais aussi à vouloir le parler, le plus souvent possible, dans toutes les situations de la vie courante. L'école devrait, par sa programmation et ses services, convaincre l'élève de la pertinence d'un tel apprentissage. » (Ministère de l'Éducation de l'Ontario, 2004c, p. 37). Au cycle préparatoire, la communication orale permet un échange limité de points de vue étant donné que les élèves commencent à apprendre à travailler en groupe et à en saisir la dimension sociale.

Au cycle primaire, la communication orale occupe une place importante en mathématiques étant donné que les élèves commencent à apprendre à lire et à écrire. Elle aide l'enseignant ou l'enseignante à identifier ce que les élèves comprennent et leurs méprises mathématiques, s'il y a lieu. L'enseignant ou l'enseignante pourra aider les plus jeunes élèves à développer leurs habiletés en communication orale en appuyant ses explications avec des illustrations, des dessins et du matériel concret et en encourageant les élèves à faire de même. Il ou elle devrait aussi les aider à articuler, à l'aide de mots justes et précis, les idées mathématiques représentées par ces dessins ou ces objets.

Au cycle primaire, les élèves doivent développer davantage l'habileté à écouter les autres et l'habileté à s'engager dans un vrai dialogue. Ils peuvent aussi commencer à élaborer un argument mathématique et à utiliser les liens logiques de causalité (p. ex., c'est un triangle parce qu'il a trois côtés).

Pendant les discussions, il faut permettre aux élèves d'utiliser leur langage habituel pour définir des termes mathématiques afin qu'ils puissent établir un lien entre le langage familier et le langage mathématique. Il faut les encourager à écouter les autres et à réagir en posant des questions sur les stratégies employées ou les résultats obtenus et en demandant des clarifications au besoin.

Extrait non disponible en raison de restrictions relatives aux droits d'auteur. Pour l'intégrale, voir la version imprimée.

Au cycle moyen, les élèves ont généralement acquis les habiletés sociales liées à la communication dans le cadre d'un travail de groupe et peuvent exprimer et justifier logiquement un argument mathématique (p. ex., tous les carrés sont des losanges car leurs côtés sont congrus, mais tous les losanges ne sont pas nécessairement des carrés car ils peuvent ne pas avoir d'angle droit). Par contre, certains élèves ont tendance à se laisser intimider par les arguments des autres et à se retirer du dialogue. Il importe donc de créer dans la classe un climat de confiance et de respect où tous les élèves sont encouragés à participer et où tous leurs propos sont valorisés.

COMMUNICATION EN MATHÉMATIQUES ET PROGRAMME D'ACTUALISATION LINGUISTIQUE EN FRANÇAIS

Le programme d'actualisation linguistique en français (ALF) de la 1re à la 8e année s'adresse à l'élève qui a une connaissance limitée ou très limitée du français et « [...] vise l'acquisition d'une connaissance suffisante de la langue pour communiquer et apprendre de même que le développement des compétences langagières connexes indispensables à la poursuite des études ». (Ministère de l'Éducation de l'Ontario, 2002, p. 4)

Étant donné l'importance de la communication dans l'apprentissage des mathématiques, il faut veiller à ce que la classe soit un milieu sécurisant sur le plan de l'expression et offrir une variété d'activités qui favorisent le développement des compétences langagières. Selon Bauersfeld (1994), on n'apprend pas à parler une langue en apprenant une théorie formulée explicitement, on l'apprend par la pratique.

Les élèves inscrits au programme ALF verbalisent difficilement leur pensée mathématique sans l'appui de l'enseignant ou de l'enseignante. Ce soutien leur est indispensable pour leur permettre de développer leur confiance en soi et de participer aux activités. L'enseignant ou l'enseignante devrait présenter à ces élèves des activités favorisant l'écoute active. En effet, c'est en écoutant parler correctement qu'ils apprennent à le faire à leur tour, et c'est en se familiarisant avec des mots, des symboles, des expressions et des textes traduisant fidèlement la pensée mathématique qu'ils apprennent à verbaliser la leur et à la traduire fidèlement à l'écrit.

COMMUNICATION EN MATHÉMATIQUES ET PROGRAMME DE PERFECTIONNEMENT DU FRANÇAIS

Le programme de perfectionnement du français (PDF) de la 1re à la 8e année « [...] qui s'adresse à l'élève parlant français et nouvellement arrivé au pays dont les antécédents scolaires rendent difficile sa participation au programme ordinaire s'articule en deux volets distincts : le volet scolarisation et le volet acculturation ». (Ministère de l'Éducation de l'Ontario, 2002, p. 46)

Lorsque les élèves inscrits au programme PDF parlent une variété de français très différent du français standard, il devient indispensable de mettre l'accent sur la

Guide d'enseignement efficace des mathématiques de la maternelle à la 6e année – Fascicule 2

communication orale pour faciliter l'apprentissage du vocabulaire mathématique. Il est important de créer des situations de communication valorisantes qui les encouragent à faire des liens avec leurs connaissances et leurs expériences passées et qui les aident à développer leur compréhension du français.

PROMOUVOIR LA COMMUNICATION ORALE

L'enseignement du vocabulaire est une composante importante du développement de la communication en mathématiques. Les élèves doivent posséder suffisamment de vocabulaire mathématique pour construire le sens des mots rencontrés en situation de résolution de problèmes, pour exprimer leur pensée et pour expliciter leur démarche. L'utilisation, par l'enseignant ou l'enseignante, d'un langage mathématique juste et rigoureux incite les élèves à utiliser ce même langage. Il n'est pas plus difficile d'apprendre un terme juste qu'un terme familier (p. ex., axe de symétrie au lieu de droite de symétrie, cube au lieu de boîte, sphère au lieu de boule ou ballon).

Enseigner le vocabulaire mathématique se fait :

- En étant un bon modèle. Comme pour l'apprentissage d'une langue maternelle, le modèle de communication est déterminant en mathématiques. L'enseignant ou l'enseignante est ce modèle lorsqu'il ou elle utilise correctement le langage mathématique en classe pour amener ses élèves à le parler, à le lire et à l'écrire correctement à leur tour. Il faut particulièrement faire preuve de vigilance en ce qui concerne l'emploi de la bonne terminologie mathématique. Il peut être nécessaire de définir les termes ou de faire des liens avec les termes familiers que les élèves connaissent pour s'assurer que la terminologie est bien comprise. Notons aussi que le même langage mathématique devrait être véhiculé au niveau de l'école, du conseil et de la province.
- En le contextualisant. Les élèves plus jeunes possèdent déjà des mots familiers pour s'exprimer en mathématiques; ils parlent, par exemple, de coin plutôt que de sommet, de boule plutôt que de sphère. Il est important d'intervenir lorsque les élèves utilisent un mot familier pour désigner une notion ou un concept mathématique. L'intervention consiste à expliquer qu'il existe un terme mathématique plus précis pour dire la même chose, puis à présenter et à définir le terme en question. L'intervention étant contextualisée, les élèves établissent un lien direct entre le terme mathématique et leurs connaissances antérieures. Au cycle moyen, il demeure important de présenter les nouveaux concepts en utilisant le bon vocabulaire mathématique. Par exemple, il est préférable d'utiliser le terme translation plutôt que glissement.
- En établissant des liens entre les mots de même racine. Travailler la sémantique lexicale est une stratégie très efficace au niveau de la compréhension. Lorsque les élèves apprennent à reconnaître des mots de même racine (p. ex., trois/triangle, quatre/quadrilatère), ils comprennent mieux les divers concepts,

les relient plus aisément à leurs connaissances antérieures et organisent mieux leur pensée. Les élèves retiennent donc mieux les concepts, ce qui favorise du même coup le transfert des connaissances lexicales dans de nouvelles applications.

STRATÉGIES FAVORISANT LA COMMUNICATION ORALE

Au cycle préparatoire, il faut que l'enseignant ou l'enseignante accorde une importance particulière à la compréhension et à l'utilisation du vocabulaire et des expressions mathématiques. Par la suite, il ou elle devrait mettre l'accent sur la compréhension, la répétition ou même la reformulation des idées articulées lors des échanges ou des discussions de classe. Les élèves des cycles primaire et moyen devraient être en mesure d'utiliser leur capacité d'analyse critique et d'exprimer leur accord ou leur désaccord avec les propos de leurs camarades de classe. Ils doivent apprendre à écouter et à communiquer dans un contexte de travail d'équipe et lors des échanges d'idées qui s'ensuivent.

Plusieurs stratégies permettent de développer la communication orale en mathématiques. Afin de susciter l'intérêt des élèves pour cette forme de communication, l'enseignant ou l'enseignante devrait utiliser une variété de stratégies. En voici quelques-unes accompagnées d'une brève description.

Remue-méninges (M/J, 1^{re} à 3^e, 4^e à 6^e)

Quoi?

Le remue-méninges est une technique de réflexion, de création et de recherche collective fondée sur la mise en commun du plus grand nombre d'idées et de suggestions possible des membres d'un groupe, sans opposition ni critique à l'égard des idées ou suggestions exprimées. Le remue-méninges favorise l'expression spontanée et laisse libre cours à la pensée divergente.

Quand?

Cette stratégie peut être utilisée :

- avant la réalisation d'une tâche, pour activer les connaissances antérieures des élèves sur les concepts ou le vocabulaire mathématique à l'étude;
- pendant la résolution d'un problème, pour amorcer la discussion et tirer du groupe d'élèves diverses suggestions de stratégies à essayer pour résoudre le problème.

Comment?

L'enseignant ou l'enseignante :

- pose une question ouverte ou énonce un problème mathématique qui suscite la curiosité des élèves;
- invite tous les élèves à contribuer à la séance de remue-méninges en y apportant le plus d'idées possible, à écouter et à respecter toutes les idées émises;
- anime le remue-méninges en posant d'autres questions (p. ex., « Que savez-vous des polygones? ») ou en émettant quelques idées;
- recueille les idées émises et les transcrit au tableau en les regroupant par concept ou en les organisant à l'aide d'un schéma simple.

Pourquoi?

Le remue-méninges :

- favorise l'interaction entre les élèves;
- facilite l'expression spontanée (p. ex., les élèves expriment leurs connaissances en faisant part de leurs expériences personnelles);
- permet de faire le point sur les connaissances antérieures des élèves;
- fournit des pistes qui aident les élèves à organiser et à articuler leur pensée et qui facilitent les apprentissages ultérieurs.

Recommandations pour les élèves des programmes ALF et PDF

L'enseignant ou l'enseignante apporte un soutien aux élèves des programmes ALF et PDF pendant le remue-méninges en leur donnant, par exemple, le mot français qui leur manque pour exprimer une idée ou en saisissant un moment opportun pour enseigner le terme mathématique précis correspondant au mot familier qu'ils ont utilisé au cours de leur intervention.

Objectivation* (1^{re} à 3^e, 4^e à 6^e)

*Adaptation d'un extrait du document intitulé *Projet stratège*, élaboré par les trois conseils scolaires de l'Est ontarien avec la participation des services consultatifs (CFORP, 2002a).

Quoi?

L'objectivation consiste à prendre conscience de ce que l'on est en train de faire ou de vivre, et à faire de cette prise de conscience un objet de raisonnement et de métacognition. La pratique soutenue de cet exercice en mathématiques permet de développer de façon graduelle et continue sa capacité de résoudre des problèmes et d'éviter de refaire les mêmes erreurs.

Quand?

Cette stratégie peut être utilisée :

- avant la réalisation d'une tâche, pour les amener à reconnaître l'objet de l'apprentissage et à établir des liens avec leurs connaissances antérieures;
- pendant la réalisation d'une tâche, pour les amener à analyser leur démarche et à la réviser au besoin ou pour faire un retour sur leur connaissance des stratégies et des procédures à appliquer;
- après la réalisation d'une tâche, pour les amener à faire le point sur leurs connaissances, leurs forces et leurs difficultés ou pour transférer leurs nouvelles connaissances dans une autre situation d'apprentissage.

Comment?

L'enseignant ou l'enseignante privilégie la pratique de l'objectivation en équipes de deux, en petits groupes ou avec toute la classe en formulant des questions ouvertes, comme :

- « Lisez le problème. Quels indices peuvent vous aider à le résoudre? »
- « Que pouvez-vous faire pour résoudre le problème? »
- « À quoi vous fait penser ce concept? »
- « Que comprenez-vous de ce problème? »
- « Comment avez-vous fait pour trouver la solution? »
- « Quel outil avez-vous utilisé? Comment l'avez-vous utilisé? »
- « Vous êtes-vous entraides? Comment? »
- « Avez-vous coopéré avec les membres de votre équipe? »
- Comment? »
- « Qui a éprouvé des difficultés? Lesquelles? Est-ce que vous vous êtes découragés? Qu'est-ce qui vous a mis mal à l'aise? »
- « Qu'avez-vous appris de nouveau? »
- « Que comprenez-vous de ce concept maintenant? »

Extrait non disponible en raison de restrictions relatives aux droits d'auteur. Pour l'intégrale, voir la version imprimée.

Pourquoi?

L'enseignant ou l'enseignante fait objectiver ses élèves oralement ou par écrit pour :

- reconnaître les diverses stratégies qu'ils utilisent pour réaliser une tâche (p. ex., résoudre un problème);
- déterminer leurs forces et leurs difficultés en ce qui a trait aux compétences évaluées en mathématiques (p. ex., compréhension des concepts mathématiques, utilisation du vocabulaire et du langage mathématique).

Les élèves pratiquent l'objectivation en mathématiques pour :

- prendre conscience de leurs apprentissages dans cette matière;
- utiliser leurs connaissances antérieures dans de nouvelles situations d'apprentissage;
- augmenter leurs capacités métacognitives;
- développer leurs habiletés de communication en mathématiques (p. ex., parler, lire et écrire en utilisant la terminologie mathématique appropriée);
- prendre connaissance de leurs progrès en mathématiques et de leur cheminement personnel au-delà de leurs connaissances et de leurs habiletés.

Recommandations pour les élèves des programmes ALF et PDF

L'enseignant ou l'enseignante intervient de diverses façons auprès des élèves. Il ou elle :

- les oriente en leur expliquant la façon de répondre aux questions ou de formuler les phrases;
- prépare des activités intéressantes et à leur portée (p. ex., activités de closure, de manipulation);
- a recours à différents regroupements pour favoriser la participation de ces élèves au sein des équipes de travail.

Rencontre* (M/J, 1^{re} à 3^e, 4^e à 6^e)

*Adaptation d'un extrait du document intitulé *Projet stratégie*, élaboré par les trois conseils scolaires de l'Est ontarien avec la participation des services consultatifs (CFORP, 2002a).

Quoi?

L'enseignant ou l'enseignante rencontre un ou une élève, ou un petit groupe d'élèves présentant des besoins semblables, afin de répondre à leurs besoins spécifiques.

Quand?

Cette stratégie peut être utilisée :

- avant la réalisation d'une tâche, pour guider l'élève dans l'organisation d'une tâche ou pour l'aider à comprendre le vocabulaire mathématique;
- pendant la réalisation d'une tâche, pour donner à l'élève une rétroaction immédiate;
- après la réalisation d'une tâche, pour faire objectiver l'élève en lui demandant d'expliquer la démarche qu'il ou elle a suivie ou de parler de ses connaissances nouvellement acquises.

Comment?

L'enseignant ou l'enseignante :

- détermine la forme et la composition du groupe de rencontre, le moment où elle aura lieu, la raison de sa tenue et son but;
- présente ses réactions à titre d'interlocutrice ou d'interlocuteur engagé;
- discute avec l'élève de ses apprentissages actuels en l'incitant à y réfléchir en profondeur et à y réagir de façon constructive;
- observe les points forts et les difficultés de l'élève et en prend note afin de mieux planifier ses interventions (p. ex., activités de consolidation du vocabulaire ou de compréhension de concepts).

Pourquoi?

La rencontre :

- permet d'adresser une question particulière ou un apprentissage précis (p. ex., acquisition d'un concept étudié en classe);
- fournit l'occasion de préciser les besoins de l'élève, de lui apporter un soutien individualisé grâce à la rétroaction et d'assurer un meilleur suivi;
- favorise le développement de la compétence en communication, puisqu'en communiquant, l'élève structure sa pensée.

Recommandations pour les élèves des programmes ALF et PDF

L'enseignant ou l'enseignante rencontre les élèves des programmes ALF et PDF pour leur apporter une aide précise, par exemple, en parlant avec eux de la démarche à suivre pour résoudre un problème donné avant de passer à l'étape de l'écrit, en s'assurant qu'ils possèdent bien la terminologie mathématique nécessaire pour comprendre une tâche, la réaliser et communiquer leur pensée correctement.

Apprentissage coopératif (1^{re} à 3^e, 4^e à 6^e)

Quoi?

L'apprentissage coopératif est un mode d'apprentissage où les élèves travaillent en équipes de deux ou en petits groupes autour d'un même objet d'études ou d'un projet. Axée sur le travail d'équipe, cette stratégie leur permet entre autres de développer des habiletés sociales et linguistiques.

Quand?

Cette stratégie peut être utilisée :

- avant la réalisation d'une tâche, pour faire un rappel des connaissances acquises d'un concept;
- lors de la résolution d'un problème, pour envisager différentes stratégies de résolution du problème, pour mettre en commun les connaissances et pour enrichir les échanges;
- après la réalisation d'une tâche, pour favoriser le développement des capacités métacognitives des élèves en associant des mots à leurs actions.

Comment?

L'enseignant ou l'enseignante propose aux élèves une tâche ou un projet nécessitant un travail d'équipe (c.-à-d., pouvant difficilement être accompli individuellement) et leur en présente les modalités :

- formation des équipes selon des regroupements informels ou prédéterminés;

Guide d'enseignement efficace des mathématiques de la maternelle à la 6^e année – Fascicule 2

- partage équitable des tâches favorisant la responsabilisation mutuelle;
- participation de tous les membres de l'équipe (chaque élève assume son rôle au sein de l'équipe et apporte l'aide nécessaire pour mener la tâche ou le projet à bien).

Il ou elle observe les élèves et guide chaque équipe selon ses besoins (p. ex., en les amenant à réfléchir sur la dynamique de leur équipe et à travailler à améliorer les habiletés interpersonnelles telles la communication, l'écoute, l'entraide, l'exploitation des forces de chacun et chacune).

Pourquoi?

L'apprentissage coopératif :

- favorise la découverte, le questionnement, la recherche et la résolution de problèmes;
- expose les élèves à diverses façons d'envisager et de parler d'un même problème, les amène à différencier les stratégies de résolution de problèmes et à reconnaître les plus efficaces dans une situation donnée;
- favorise l'apprentissage de la terminologie mathématique appropriée;
- amène les élèves à se concentrer sur l'objet d'étude et les idées connexes émises au cours des échanges, ce qui approfondit leur compréhension de la matière et leurs capacités de réflexion;
- renforce la motivation (intérêt et attitude), car les élèves, trouvant un soutien dans leur groupe de travail, acquièrent de la confiance en soi;
- donne aux élèves la chance de participer activement à leur apprentissage;
- développe chez les élèves des habiletés sociales telles que l'écoute et l'entraide;
- fournit aux élèves l'occasion d'exprimer leur opinion, de la faire valoir et de la défendre au besoin.

Extrait non disponible en raison de restrictions relatives aux droits d'auteur. Pour l'intégrale, voir la version imprimée.

Recommandations pour les élèves des programmes ALF et PDF

L'enseignant ou l'enseignante peut regrouper les élèves des programmes ALF et PDF dans une même équipe ou former plusieurs équipes afin de leur fournir un soutien adéquat en ce qui a trait à la communication et aux échanges (p. ex., en leur rappelant les mots clés dont ils ont besoin pour désigner des concepts, en leur donnant la tournure ou le modèle de phrase qui convient pour exprimer une idée précise).

Modelage (M/J, 1^{re} à 3^e, 4^e à 6^e)

Quoi?

Le modelage est une technique d'enseignement combinant la démonstration d'une tâche à accomplir et l'explication des diverses actions physiques ou cognitives qui permettent de l'accomplir. La démonstration peut prendre la forme d'une action, d'un processus ou d'un comportement et doit s'inscrire dans un contexte significatif. La personne qui modèle rend observable l'action, le processus ou la stratégie en question en réfléchissant à haute voix.

Quand?

Cette stratégie peut être utilisée :

- chaque fois que l'on veut approfondir un concept mathématique complexe, présenter une stratégie ou développer une habileté;
- en tout temps, pour aider les élèves qui éprouvent des difficultés à réaliser une tâche.

Dans ce cas, on privilégie le modelage par les camarades. L'enseignant ou l'enseignante fournit l'amorce de ce modelage en posant une question (p. ex., « Qui peut nous montrer une autre façon de procéder pour résoudre le problème? Comment faut-il utiliser le matériel? »).

Comment?

L'enseignant ou l'enseignante :

- démontre explicitement ce qui se passe dans sa tête dans une situation d'apprentissage donnée en présentant à haute voix chacun des éléments de l'action, du processus ou du comportement faisant l'objet du modelage;
- démontre aux élèves comment il ou elle détermine la stratégie la plus appropriée à utiliser;
- incite les élèves à porter leur attention sur le processus plutôt que sur la réponse;
- suit une démarche claire et précise;
- n'admet ni question ni interaction pendant le modelage afin de pouvoir compléter sa démonstration ou son explication sans interruption. Il ou elle répond aux questions par la suite (il en va de même pour le modelage par les camarades);
- limite la durée du modelage à cinq ou dix minutes au maximum;
- peut utiliser le tableau ou le rétroprojecteur pour effectuer sa démonstration.

Pourquoi?

Le modelage :

- permet de clarifier ou d’approfondir la compréhension des raisons d’être d’une action, d’un processus ou d’une stratégie;
- aide les élèves à assimiler diverses stratégies cognitives et métacognitives nécessaires à l’exécution d’une variété de tâches;
- favorise le transfert des connaissances.

Recommandations pour les élèves des programmes ALF et PDF

L’enseignant ou l’enseignante recourt fréquemment au modelage. Cette stratégie aide les élèves des programmes ALF et PDF à organiser leur pensée et permet de leur enseigner les mots dont ils ont besoin pour communiquer en mathématiques.

Questionnement (M/J, 1^{re} à 3^e, 4^e à 6^e)

Quoi?

Poser des questions est une stratégie d’enseignement permettant d’amener les élèves à s’engager dans une tâche et, graduellement, à réfléchir de façon autonome.

Quand?

Le questionnement peut être utilisé à toutes les étapes du processus d’apprentissage :

- avant la réalisation d’une tâche, pour susciter l’intérêt par rapport à un concept;
- pendant la réalisation d’une tâche, pour rechercher et choisir des stratégies possibles lors de résolutions de problèmes;
- après la réalisation d’une tâche, pour faire un retour sur les apprentissages et pour favoriser ce transfert dans de nouvelles applications.

Comment?

L’enseignant ou l’enseignante :

- détermine l’objectif du questionnement (p. ex., aider les élèves à raconter leurs expériences, à prédire un résultat, à inventer et à résoudre un problème);
- formule et soulève des questions précises et pertinentes en utilisant le vocabulaire mathématique approprié et en tenant compte du contexte et des destinataires (p. ex., groupe classe, petit groupe d’élèves ayant des besoins particuliers).

Pourquoi?

Le questionnement :

- permet de traiter une question particulière sous tous ses aspects, ce qui rehausse le niveau de compréhension des élèves;
- facilite les applications mathématiques;

Guide d’enseignement efficace des mathématiques de la maternelle à la 6^e année – Fascicule 2

- engage à la réflexion et à la discussion;
- permet d'exposer les élèves à différentes façons de communiquer un raisonnement;
- favorise l'acquisition de la terminologie mathématique appropriée.

Recommandations pour les élèves des programmes ALF et PDF

L'enseignant ou l'enseignante veille à ce que les élèves des programmes ALF et PDF développent leurs habiletés de communication afin qu'ils parviennent à démontrer leur niveau de compréhension en mathématiques. Par exemple, il ou elle guide leur raisonnement en leur suggérant les mots et les structures de phrases appropriés qui les aideront à exprimer leur pensée.

Communication écrite

L'écrit est un outil précieux sur le plan de l'apprentissage et de l'évaluation. « Le savoir-écrire repose sur un ensemble de stratégies qui permet de rédiger des textes à des fins scolaires ou dans différents contextes de la vie quotidienne. [...] Écrire est aussi une forme d'expression de soi qui, dans le contexte scolaire, sert à vérifier ce qui a été appris et compris. » (Ministère de l'Éducation de l'Ontario, 2004c. p. 38). En laissant des traces tangibles de leur travail en mathématiques, les élèves rendent observable leur compréhension de la matière et permettent ainsi à l'enseignant ou à l'enseignante d'adapter ses stratégies d'enseignement selon les besoins.

L'écrit peut révéler une bonne partie de ce que les élèves ont appris et maîtrisé. Toutefois, la composante écrite ne doit pas nécessairement faire partie de toutes les tâches mathématiques. Les élèves des cycles préparatoire et primaire ont besoin d'occasions d'exprimer verbalement ce qu'ils ont retenu ou découvert, sans avoir à songer à une tâche d'écriture supplémentaire. Même si les élèves du cycle moyen sont davantage en mesure d'exprimer leur raisonnement par écrit, il importe de leur donner d'abord l'occasion de le faire oralement. Par contre, certains élèves continuent à éprouver des difficultés en communication écrite tout au long de leur scolarité. L'enseignant ou l'enseignante devrait donc leur donner l'occasion d'utiliser aussi la communication orale pour démontrer leurs apprentissages.

Écrire en mathématiques porte les élèves à réfléchir sur ce qu'ils connaissent et à traduire leur raisonnement, à justifier et à présenter leur solution sous une forme ou une autre. Pour les amener à réaliser une communication écrite en mathématiques, il faut avant tout leur donner la possibilité d'exprimer tout haut ce qu'ils comprennent et d'écouter les idées de leurs camarades. Rappelons que la communication orale est un préalable à la communication écrite. La qualité des productions écrites en mathématiques s'améliore considérablement lorsqu'on accorde d'abord une place aux échanges entre élèves. Ces échanges leur permettent de discuter de la tâche à accomplir et de suggérer des éléments de solutions possibles avant de consigner le tout par écrit.

Guide d'enseignement efficace des mathématiques de la maternelle à la 6e année – Fascicule 2

De la maternelle à la 3e année, les élèves expriment souvent leur pensée mathématique par le dessin. Ils ajoutent des mots, des expressions et des phrases à mesure que leurs habiletés en écriture se développent. La quantité et la qualité des écrits varient considérablement d'une année d'études à l'autre. Ainsi, les élèves de la maternelle ou de la 1re année utilisent surtout le dessin, avec ou sans texte, et l'accompagnent volontiers d'une explication verbale. Ils ont aussi recours à des objets ou à des symboles pour traduire plus facilement leur compréhension d'un concept. L'enseignant ou l'enseignante peut écrire pour eux afin de les aider à faire le lien entre leurs dessins ou leurs représentations et l'écrit. Les diverses représentations permettent de communiquer plus concrètement une solution et aident les élèves à réfléchir à leur travail.

Au cycle moyen, les élèves ont un niveau de compétence en écriture plus élevé, qui leur permet de communiquer leur compréhension d'un sujet mathématique donné de plusieurs façons. Ils ont plus aisément recours à la communication écrite pour structurer leurs idées en utilisant la terminologie mathématique, les chiffres et les diagrammes appropriés. Cette activité leur permet de développer un argument mathématique rigoureux qu'ils pourront ensuite défendre lors des discussions avec le reste de la classe.

PROMOUVOIR LA COMMUNICATION ÉCRITE

Pour amener les élèves à communiquer correctement par écrit leur raisonnement mathématique, il faut leur offrir de nombreuses occasions de le faire en classe, leur donner un modèle et les guider. Il revient à l'enseignant ou à l'enseignante de varier et d'adapter au besoin ses stratégies d'enseignement pour faire de la communication du raisonnement mathématique une priorité dans sa classe.

L'écrit en mathématiques devrait être contextualisé et mettre en évidence les représentations conceptuelles et les démarches des élèves. Le but de la communication écrite est avant tout d'utiliser le langage symbolique (p. ex., nombres, dessins, diagrammes) pour démontrer sa compréhension, son raisonnement et ses habiletés en résolution de problèmes. Les directives de l'enseignant ou de l'enseignante doivent être claires et précises tout en laissant aux élèves la liberté d'utiliser leur créativité (p. ex., « Démontre et explique les étapes de ton raisonnement »).

L'enseignant ou l'enseignante favorise la communication écrite en mathématiques :

- en familiarisant les élèves avec les outils organisationnels, les stratégies, les démarches et le langage mathématique grâce auxquels ils pourront articuler et traduire leur pensée mathématique;
- en modelant les différentes étapes du processus d'écriture en situation d'apprentissage guidé;
- en questionnant les élèves pour vérifier leur raisonnement et en clarifiant les méprises;

- en offrant une rétroaction continue lors des apprentissages en mathématiques;
- en soulignant les idées intéressantes ou innovatrices;
- en favorisant le questionnement chez les élèves;
- en demandant des explications supplémentaires au besoin;
- en posant des questions telles que: « Comment le sais-tu? », « Comment peux-tu rendre ton argument plus clair? »;
- en donnant le temps nécessaire à la révision des travaux.

Les élèves prennent d’abord modèle sur leur enseignant ou leur enseignante. Il importe donc qu’il ou elle fasse preuve de rigueur dans le tracé de figures géométriques, de tableaux, de diagrammes, de grilles, etc. L’enseignant ou l’enseignante devrait, par exemple, utiliser une règle pour tracer des segments de droite, des polygones ou des polyèdres. S’il ou elle trace un triangle à main levée par exemple, les élèves pourraient avoir l’impression que les côtés du triangle ne sont pas nécessairement formés de segments de droite.

Certaines règles de base doivent donc être respectées. Il est impératif de présenter des tracés justes et précis si l’on veut que, dans leur communication écrite, les élèves le fassent aussi. L’utilisation de stencils, de formes en carton, de papier quadrillé, de papier à points et d’une règle facilite le développement de cette rigueur indispensable en mathématiques.

STRATÉGIES FAVORISANT LA COMMUNICATION ÉCRITE

De nombreuses stratégies permettent de favoriser la communication écrite dans un contexte mathématique. Il est essentiel de recourir à une variété de stratégies pour aider les élèves à développer leurs habiletés à communiquer par écrit leur raisonnement mathématique.

Les stratégies énumérées ci-dessous sont présentées dans les pages qui suivent.

- Utilisation d’outils organisationnels
- Tenue d’un journal de mathématiques
- Apprentissage par l’exemple
- Réflexion, échange et écrit
- Présentation sur transparent
- Utilisation d’un napperon
- Travail de groupe et échanges
- Conception de livres d’images mathématiques
- Conception d’affiches
- Formulation de problèmes
- Activités d’écriture créative en mathématiques
- Création d’un mur de mots
- Création d’un mur de stratégies

Utilisation d'outils organisationnels* (1^{re} à 3^e, 4^e à 6^e)

*Adaptation d'un extrait du document intitulé *Projet stratégique*, élaboré par les trois conseils scolaires de l'Est ontarien avec la participation des services consultatifs (CFORP, 2002a).

Quoi?

Les outils organisationnels servent à représenter visuellement les éléments de l'information qui constituent l'essentiel d'une communication écrite ou orale. Ces éléments peuvent être représentés à l'aide de mots, d'images ou de symboles.

Quand?

Cette stratégie peut être utilisée à toutes les étapes du processus d'apprentissage :

- avant la réalisation d'une tâche, pour présenter l'objet d'apprentissage;
- pendant la réalisation d'une tâche, pour faciliter la recherche d'hypothèses et organiser les éléments d'information;
- après la réalisation d'une tâche, pour structurer l'échange mathématique.

Comment?

L'enseignant ou l'enseignante :

- modèle l'utilisation d'outils organisationnels dans diverses situations;
- utilise des signes (p. ex., cercles, flèches, symboles) pour mettre en évidence les relations qui existent entre les différents éléments de l'information;
- encourage les élèves à utiliser régulièrement les divers outils organisationnels pour schématiser leurs réflexions.

Exemples d'outils organisationnels (4^e à 6^e)

La carte d'exploration pour établir des liens entre les idées reliées au concept à l'étude.

Example



Le tableau pour organiser des données, faciliter la consultation ou trouver une régularité. (4^e à 6^e)

Examples

Aire de carrés

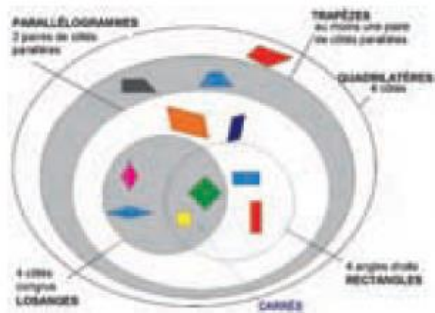
Mesure d'un côté du carré en cm ²	Aire du carré en cm ²
1	1
2	4
3	9
4	16
5	25

Résultat de vingt lancers d'un dé

Résultat	1	2	3	4	5	6
Fréquence	5	3	4	2	3	3

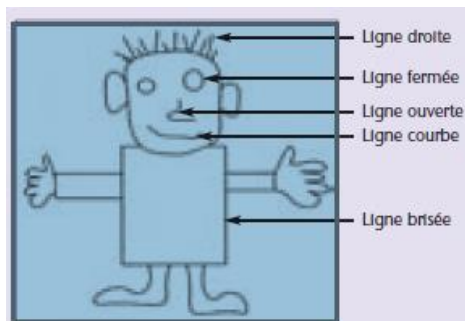
Le diagramme de Venn, pour mettre en évidence les relations d'inclusion et d'exclusion.
(4^e à 6^e)

Exemple



Le visuel explicite, pour illustrer la terminologie mathématique.

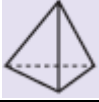
Exemple (1^{re} à 3^e)



Tiré de CECLFE, Les mathématiques... un peu, beaucoup, à la folie!, Guide pédagogique, Géométrie et sens de l'espace, 1^{re} année, 2002b, p. 72.

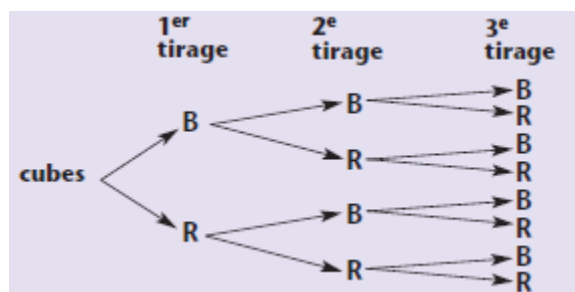
La représentation d'un concept par le dessin, les mots et les associations d'idées, pour regrouper et synthétiser ses connaissances. (1^{re} à 3^e, 4^e à 6^e)

Exemple

Mot de vocabulaire	Représentation visuelle
Pyramide	
Définition Solide dont la base est un polygone et dont les faces triangulaires se rencontrent en un sommet remarquable appelé apex.	Association d'idées 

Le diagramme en arbre, pour dénombrer les résultats possibles d'un événement et déterminer des probabilités. (1^{re} à 3^e, 4^e à 6^e)

Exemple



Légende

B : représente un cube bleu

R : représente un cube rouge

Pourquoi?

Les outils organisationnels :

- aident les élèves à structurer leur message;
- permettent de visualiser des concepts ou des idées, et d'établir les liens qui les unissent;
- aident les élèves à développer un sens de la structure et de l'organisation des idées (p. ex., séquence d'événements, organisation de l'information) et facilitent la distinction entre des idées connexes;
- favorisent l'acquisition des habiletés de base essentielles au développement de la compétence à communiquer en mathématiques.

Guide d'enseignement efficace des mathématiques de la maternelle à la 6e année – Fascicule 2

Recommandations pour les élèves des programmes ALF et PDF

L'enseignant ou l'enseignante a recours systématiquement aux outils organisationnels en classe pour exploiter pleinement la capacité de réflexion des élèves des programmes ALF et PDF et les amener à communiquer explicitement leur pensée en se servant par eux-mêmes de ces modèles de communication en situation d'apprentissage.

Tenue d'un journal de mathématiques (1^{re} à 3^e, 4^e à 6^e)

Quoi?

Le journal de mathématiques est un cahier dans lequel les élèves rapportent chronologiquement leurs apprentissages et commentent leurs expériences. Il peut aussi servir de glossaire mathématique que les élèves peuvent consulter au besoin.

Quand?

Le journal de mathématiques devrait être tenu ponctuellement, normalement à la suite d'un apprentissage signifiant en mathématiques.

Comment?

Le journal peut être construit et tenu de façon collective en 1^{re} et 2^e année et de façon individuelle à partir de la 3^e année avec l'aide de l'enseignant ou de l'enseignante. Au cycle moyen, au fur et à mesure que les élèves acquièrent une plus grande habileté en écriture, le journal peut davantage être tenu sans l'aide de l'enseignant ou de l'enseignante.

Dans tous les cas, l'enseignant ou l'enseignante :

- explique aux élèves l'objectif et l'utilité du journal de mathématiques et les exigences se rattachant à sa tenue;
- présente aux élèves l'objet de la rédaction (p. ex., définir un concept, décrire les stratégies à utiliser pour résoudre un problème donné, exprimer ce qu'ils ont ressenti pendant la réalisation d'une tâche);
- fournit le temps, les indications et le matériel d'appui nécessaires pour mener à bien la production de chaque entrée;
- organise des discussions au sujet de l'apprentissage à illustrer;
- encourage et apporte un soutien aux élèves, selon leurs besoins respectifs, pour les aider à réaliser une communication écrite de qualité (p. ex., suggère des éléments de réponse aux questions qu'un ou une élève se pose, lui demande d'expliquer oralement ce qu'il ou elle a voulu dire si le message n'est pas clair);
- rencontre les élèves après avoir lu leur journal pour y réagir et discuter de leur apprentissage personnel.

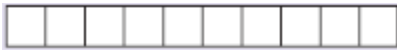
Exemple de journal collectif au cycle primaire (1^{re} à 3^e)

Guide d'enseignement efficace des mathématiques de la maternelle à la 6^e année – Fascicule 2

En 1re année, en guise d'objectivation, l'enseignant ou l'enseignante transcrit sur un grand carton les idées formulées par les élèves en indiquant le nom de son auteur. Par exemple :



- Je sais que chaque bloc est égal à 1 unité. (Lyne)
- Je sais qu'une languette représente une dizaine. (Jean)



- Je sais que deux languettes représentent deux dizaines. (Nathalie)



Exemples de réflexions dans le journal de mathématiques de l'élève du cycle moyen (4^e à 6^e)

Ma réflexion : Les fractions

Une fraction est un pourcentage de combien quelque chose est utilisé ou occupé. C'est aussi une partie d'un groupe.

Une fraction s'écrit avec deux nombres séparés par une ligne. Le chiffre en haut de la ligne est la quantité utilisée : c'est le numérateur.

Le chiffre en bas de la ligne est combien il y en a en tout : c'est le dénominateur.

J'ai aimé utiliser les réglettes pour comparer différentes fractions :



Pourquoi?

Le journal de mathématiques :

- favorise la communication écrite en mathématiques;
- est un compte rendu des apprentissages et fournit une occasion supplémentaire de vérifier la compréhension de la matière enseignée (p. ex., concepts, stratégies) et de suivre le cheminement de chaque élève;
- favorise la réflexion, car les élèves sont amenés à considérer successivement chaque apprentissage se rattachant à une unité d'apprentissage ou à un sujet particulier;
- sert de référence aux élèves, car ils y notent des exemples et y transcrivent des modèles réalisés en classe;

Guide d'enseignement efficace des mathématiques de la maternelle à la 6e année – Fascicule 2

- permet d'évaluer l'apprentissage et l'attitude de chaque élève à l'égard des mathématiques;
- permet aux parents de constater le cheminement de leur enfant.

Recommandations pour les élèves des programmes ALF et PDF

L'enseignant ou l'enseignante anime un remue-méninges collectif au terme duquel il ou elle fournit toute l'information dont les élèves des programmes ALF et PDF ont besoin pour produire une entrée dans leur journal (p. ex., mots et phrases modèles qui accompagneront leurs représentations).

Apprentissage par l'exemple (1^{re} à 3^e, 4^e à 6^e)

Quoi?

Cette stratégie consiste à fournir aux élèves des exemples de communication écrite sur lesquels ils peuvent prendre modèle.

Comment?

L'enseignant ou l'enseignante :

- choisit une production écrite exemplaire d'un ou d'une élève (p. ex., résolution de problèmes, extrait d'un journal de mathématiques, algorithme différent);
- projette le travail au rétroprojecteur ou le transcrit au tableau et demande aux élèves de discuter des qualités de la communication écrite;
- invite les élèves à reprendre et à décrire verbalement la procédure ou le raisonnement que l'élève a suivi (p. ex., pour résoudre un problème, pour répondre à une question);
- met l'accent sur le contenu mathématique de la production écrite et non sur le style ou les conventions d'écriture;
- pose des questions d'approfondissement pour enrichir la compréhension des élèves.

Réflexion, échange et écrit (1^{re} à 3^e, 4^e à 6^e)

Quoi?

Cette stratégie consiste à donner aux élèves l'occasion de réfléchir et d'exprimer verbalement ce qu'ils comprennent d'une question et d'en discuter avant d'écrire.

Comment?

L'enseignant ou l'enseignante :

- soumet un problème ou pose une question aux élèves, par exemple :

- « Déterminez les ressemblances entre un cube et un prisme à base rectangulaire. »
- « Qu'est-ce qu'une division? »
- « Comment trouve-t-on le périmètre d'un carré? »
- « Quelles régularités trouve-t-on dans la classe? »
- invite les élèves à réfléchir seuls au problème ou à la question pendant un moment afin de leur permettre de rassembler leurs idées;
- divise la classe en plusieurs groupes et demande aux élèves de partager le fruit de leur réflexion;
- demande aux élèves, une fois la discussion terminée, de communiquer individuellement par écrit la solution au problème ou la réponse à la question dans leurs propres mots.

Présentation sur transparent (1^{re} à 3^e, 4^e à 6^e)

Quoi?

Cette stratégie consiste à demander aux élèves d'utiliser le rétroprojecteur pour présenter leur pensée ou leur raisonnement mathématique.

Comment?

L'enseignant ou l'enseignante :

- invite un ou une élève à se servir du rétroprojecteur pour expliquer à toute la classe sa façon de résoudre un problème mathématique ou ce qu'il ou elle comprend d'un concept;
- lui demande de faire sa démonstration sur le transparent en utilisant des mots, des symboles ou une représentation et en commentant son travail (p. ex., en expliquant son raisonnement, en décrivant le concept);
- invite le reste de la classe à réagir en posant des questions après la présentation;
- réagit de façon constructive à la démonstration de l'élève et lui demande au besoin des précisions.

Utilisation d'un napperon (1^{re} à 3^e, 4^e à 6^e)

Quoi?

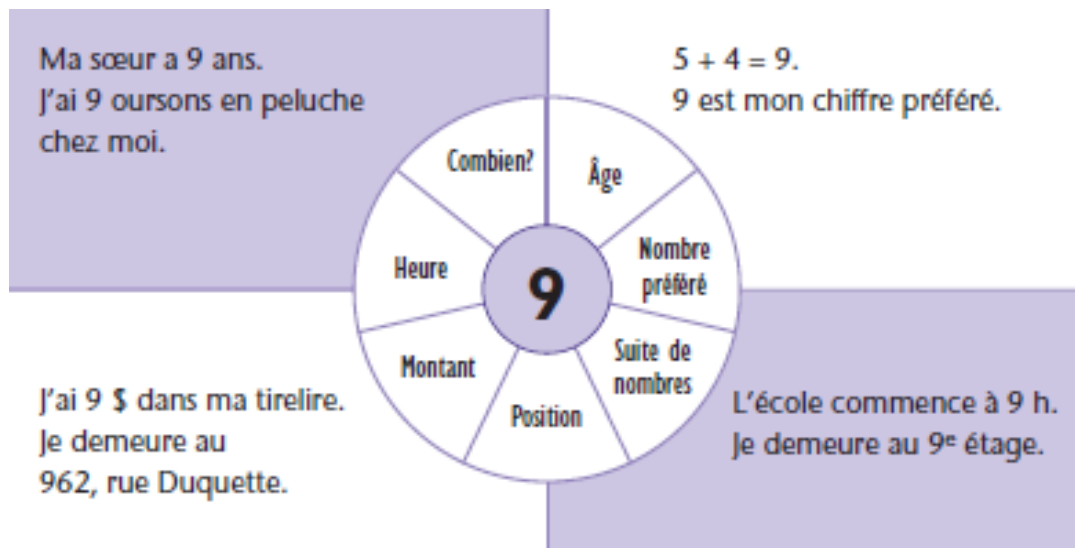
Cette stratégie consiste à exposer les élèves à diverses façons d'envisager un problème, de cerner une question mathématique.

Comment?

L'enseignant ou l'enseignante :

- présente aux élèves la tâche à réaliser : réagir à un problème, construire un scénario ou composer une histoire à l'aide d'un napperon conçu à cet effet (une grande feuille de papier divisée en quatre avec un cercle au centre);
- regroupe les élèves en équipes de quatre et remet un napperon à chacun;
- leur demande de réfléchir d'abord individuellement à la question, puis d'inscrire leur réponse (à l'aide de dessins ou de mots) dans un des quadrants du napperon;
- les invite ensuite à partager leurs réponses avec les autres membres de l'équipe;
- demande à chaque équipe de faire une synthèse des réponses obtenues, de l'inscrire dans le cercle au centre et de remettre le napperon complété;
- anime une mise en commun de toutes les synthèses.

Exemple de napperon – Tout ce que nous savons sur le chiffre 9.



Travail de groupe et échanges (1^{re} à 3^e, 4^e à 6^e)

Quoi?

Cette stratégie consiste à faire travailler les élèves en équipe pour résoudre un problème riche qui suscite la discussion. Les étapes de la résolution du problème sont

consignées par écrit puis les productions écrites sont échangées avec celles d'une autre équipe pour en discuter.

Comment?

Lecture du problème

L'enseignant ou l'enseignante :

- lit le problème avec les élèves pour s'assurer qu'ils comprennent bien ce qu'on attend d'eux;
- note au tableau ou sur un transparent, les idées et les suggestions émises par les élèves au cours d'une discussion portant sur le problème ou sur un concept qui s'y rattache;
- commente à haute voix les idées proposées;
- demande aux élèves de se regrouper en équipe pour résoudre le problème.

Résolution

Les élèves :

- se mettent d'accord et écrivent leurs idées, les étapes de la résolution et la solution au problème (la clarté et la précision de leurs arguments mathématiques dépendront de leur année d'études);
- ajoutent, si nécessaire, un dessin, un tableau, un diagramme ou une expression mathématique pour illustrer leurs idées.

L'enseignant ou l'enseignante :

- intervient au besoin afin d'assurer la participation de tous les élèves;
- crée une culture d'échange et d'ouverture qui déculpabilise l'erreur et valorise les discussions qui s'ensuivent.

Partage entre deux équipes

Les équipes se rencontrent deux à deux pour :

- échanger leurs solutions écrites (au cycle préparatoire, puisque les habiletés en écriture des élèves sont limitées, les équipes discutent de leurs solutions);
- discuter des étapes de la solution de l'autre équipe;
- commenter, de façon constructive, les arguments de l'autre équipe;
- résumer et organiser leur solution et leurs arguments pour l'échange mathématique.

Échange mathématique

L'enseignant ou l'enseignante :

Guide d'enseignement efficace des mathématiques de la maternelle à la 6e année – Fascicule 2

- place les élèves en demi-cercle pour discuter du problème;
- invite les groupes à présenter leur solution au problème selon un ordre qui répond à un objectif spécifique (p. ex., complexité des stratégies, efficacité des stratégies, clarté des arguments utilisés pour appuyer la stratégie);
- fait en sorte que tous les élèves écoutent respectueusement les idées des autres et prennent part à la discussion;
- anime une discussion sur la pertinence des arguments mathématiques présentés (p. ex., en demandant si les arguments sont clairs, justes et suffisants).

Conception de livres d'images mathématiques (M/J, 1^{re} à 3^e, 4^e à 6^e)

Quoi?

Cette stratégie consiste à réaliser individuellement, en équipe ou en groupe classe un livre d'images pour illustrer ou expliquer des concepts mathématiques (p. ex., addition, unité de mesure, solide).

Comment?

L'enseignant ou l'enseignante :

- peut fournir un modèle de littérature pour enfants ou un livre d'images créé antérieurement pour leur présenter cette tâche et les aider à la réaliser.

Conception d'affiches (1^{re} à 3^e, 4^e à 6^e)

Quoi?

Cette stratégie consiste à amener les élèves à illustrer et à expliquer, sur une affiche, les résultats d'une recherche effectuée sur un concept ou sur une idée mathématique, ainsi que le rapprochement entre ce concept ou cette idée et le monde qui les entoure.

Comment?

L'enseignant ou l'enseignante :

- demande aux élèves de se regrouper pour effectuer une recherche sur un concept ou une idée;
- leur demande ensuite de concevoir une affiche pour présenter, à l'aide de mots clés ou de courtes phrases, les résultats de leur recherche;
- leur demande aussi d'illustrer les liens qui existent entre le monde réel et le concept ou l'idée mathématique en question.

Extrait non disponible en raison de restrictions relatives aux droits d'auteur. Pour l'intégrale, voir la version imprimée.

La plupart des concepts mathématiques de base peuvent faire l'objet d'une affiche de ce type. Le sujet de l'affiche peut ainsi avoir trait à la mesure (p. ex., montage photo illustrant la capacité de différents contenants, la masse d'objets familiers), à la géométrie et au sens de l'espace (p. ex., dessins d'objets à trois dimensions que l'on retrouve à la maison telles des boîtes de céréales, des boîtes de conserve) ou encore à la modélisation et à l'algèbre (p. ex., collage illustrant différentes suites non numériques ou numériques).

Formulation de problèmes (4^e à 6^e)

Quoi?

Cette stratégie consiste à amener les élèves à reconnaître et à réfléchir aux problèmes mathématiques éprouvés dans la vie quotidienne.

Comment?

L'enseignant ou l'enseignante :

- demande aux élèves de rédiger leurs propres problèmes mathématiques en vue de les partager avec les autres (pour plus de détails sur la formation de problèmes, voir le chapitre 5, Résolution de problèmes, de ce fascicule).

Activités d'écriture créative en mathématiques (M/J, 1^{re} à 3^e, 4^e à 6^e)

Quoi?

Cette stratégie consiste à laisser les élèves exprimer de façon créative leur vision ou leur compréhension d'un concept mathématique.

Comment?

L'enseignant ou l'enseignante :

- présente aux élèves une question ou un concept mathématique;
- les invite à écrire un poème, une histoire ou un texte sur ce thème;
- déclenche l'activité à l'aide d'un début de phrase (p. ex., « Les mathématiques, c'est comme. . . ») ou leur présente un texte de closure qu'ils complèteront selon leurs goûts et leurs champs d'intérêt (p. ex., « Dix petits _____ sont allés à _____. _____ les ont quittés. Il y en a maintenant _____. »).

Création d'un mur de mots (M/J, 1^{re} à 3^e, 4^e à 6^e)

Quoi?

Cette stratégie consiste à afficher au mur les nouveaux mots de vocabulaire mathématique étudiés, accompagnés d'illustrations ou d'explications.

Guide d'enseignement efficace des mathématiques de la maternelle à la 6^e année – Fascicule 2

Comment?

L'enseignant ou l'enseignante :

- demande aux élèves de consulter le mur de mots pour formuler leurs réponses orales ou écrites lors de situations de résolution de problèmes [pour plus de détails sur le mur de mots mathématiques, voir le chapitre 7, Gestion de classe (fascicule 3)].

Création d'un mur de stratégies (1^{re} à 3^e, 4^e à 6^e)

Quoi?

Cette stratégie consiste à décrire et à illustrer explicitement les stratégies mathématiques récemment étudiées à l'aide d'un dessin, d'un tableau ou de toute autre représentation graphique appropriée.

Comment?

L'enseignant ou l'enseignante :

- affiche les stratégies sur un mur de la classe au fur et à mesure qu'elles sont enseignées;
- ajoute des stratégies élaborées par des élèves lorsqu'elles sont efficaces et peuvent aider d'autres élèves;
- peut aussi réunir les stratégies dans un grand livre et le mettre à la disposition des élèves;
- encourage les élèves à consulter le mur de stratégies de résolution de problèmes.

Questions et pistes de réflexion pour promouvoir la communication

L'enseignant ou l'enseignante formule des questions et des pistes de réflexion en fonction de l'intention poursuivie. Ces questions et ces pistes de réflexion ont pour but d'amener les élèves :

- à rapporter leurs expériences;
- à participer activement aux échanges d'idées ou de stratégies;
- à prédire un résultat;
- à inventer ou à résoudre un problème;
- à établir des liens;
- à créer et à partager leurs représentations mathématiques;
- à objectiver;
- à partager leurs sentiments, leur attitude et leurs opinions à l'égard des mathématiques.

Les questions et les pistes de réflexion regroupées dans des cadres aux pages suivantes peuvent contribuer à promouvoir la communication en classe. Le recours à ces questions ou à ces pistes de réflexion en situation de résolution de problèmes peut aider l'enseignant ou l'enseignante à déterminer précisément ce que savent et ce que comprennent les élèves, à mieux planifier les interventions qui les aideront à progresser dans leur apprentissage et à recueillir des données utiles à des fins d'évaluation. Ces questions peuvent aussi être utilisées pour déclencher un remue-méninges ou pour faciliter la rédaction d'une entrée dans le journal de mathématiques.

L'enseignant ou l'enseignante devrait garder une copie de ces questions et de ces pistes de réflexion sur une planchette à pince qu'il ou elle pourra consulter en circulant parmi les élèves qui s'adonnent à la résolution de problèmes. Ce faisant, il lui sera plus aisé d'initier une communication avec un ou une élève, de concentrer son attention sur le problème à résoudre et de mieux comprendre sa démarche et sa pensée mathématique.

Questions et pistes de réflexion pour amener les élèves à rapporter leurs expériences

Questions (1^{re} à 3^e, 4^e à 6^e)

- Comment as-tu résolu le problème?
- Qu'est-ce que tu as fait?
- Quelle stratégie as-tu utilisée?
- Quels mots mathématiques as-tu utilisés ou appris?
- Quelles étapes as-tu suivies?
- Ta stratégie a-t-elle fonctionné?
- Qu'as-tu appris aujourd'hui?
- Que signifie pour toi le/la _____ ?

Pistes de réflexion pour les élèves

- J'ai résolu le problème en. . .
- Les mots que j'ai utilisés sont. . .
- J'ai suivi les étapes suivantes. . .
- Ma stratégie a fonctionné parce que. . .
- La symétrie (ou tout autre concept), c'est. . .
- À un petit enfant, je lui expliquerais que. . .
- Je peux représenter la situation par. . .

Ces questions et ces pistes de réflexion aident les élèves à raconter, faire des listes, choisir, réciter, nommer, trouver, décrire, expliquer, illustrer et résumer.

Questions et pistes de réflexion pour amener les élèves à participer activement aux échanges d'idées ou de stratégies en mathématiques

Questions (1^{re} à 3^e, 4^e à 6^e)

- Peux-tu répéter ou reformuler ce que _____ a dit?
- Es-tu d'accord avec cette idée? Pourquoi?
- Quelle est ton idée au sujet de...?
- Lequel de ces deux arguments te semble le plus convaincant? Pourquoi?
- La solution présentée est-elle claire?
- Penses-tu que ce que tu suggères est toujours vrai? Pourquoi?

Pistes de réflexion pour les élèves

- Je pense que...
- Je ne suis pas d'accord avec cette idée parce que. . .
- Cet argument est meilleur parce que. . .
- Ce que je comprends de _____ , c'est que. . .

Ces questions et ces pistes de réflexion aident les élèves à expliquer, défendre, participer, partager et justifier.

Guide d'enseignement efficace des mathématiques de la maternelle à la 6^e année – Fascicule 2

Questions et pistes de réflexion pour amener les élèves à prédire un résultat, à inventer ou à résoudre un problème

Questions (1^{re} à 3^e, 4^e à 6^e)

- Qu'arriverait-il si. . . ?
- Quelles décisions peux-tu prendre d'après la régularité que tu as découverte?
- De quelle autre manière peux-tu résoudre le problème?
- Est-ce que ce serait la même chose si on utilisait des nombres différents?
- Quels objets dans la classe ont la même forme?
- Quel est le point commun entre cette régularité et l'addition?
- Avec quel instrument mesurerais-tu cela? Pourquoi?
- Quelles sont les ressemblances entre l'addition et la multiplication?
- Comment pourrais-tu nous convaincre que. . . ?

Pistes de réflexion pour les élèves

- D'après la régularité, je pense que. . .
- Avec cet instrument, je pourrais. . .
- Un _____ ressemble à un _____ parce que. . .

Ces questions et ces pistes de réflexion aident les élèves à créer, planifier, concevoir, prédire, imaginer, élaborer, décider, justifier, défendre, résoudre, formuler, explorer et débattre.

Questions et pistes de réflexion pour amener les élèves à établir des liens

Questions (1^{re} à 3^e, 4^e à 6^e)

- À quoi cela te fait-il penser?
- Peux-tu relier cela à d'autres idées mathématiques?
- Quand as-tu utilisé cette opération mathématique chez toi? à l'école? ailleurs?
- Où vois-tu _____ à l'école? chez toi? à l'extérieur?
- En quoi cela ressemble-t-il à quelque chose que tu as déjà fait auparavant?

Pistes de réflexion

- Cette nouvelle idée mathématique ressemble à. . .
- J'ai pensé à. . .
- J'ai déjà fait quelque chose comme cela avant quand. . .
- Nous faisons cela chez moi quand nous. . .
- Je me rappelle quand nous. . .

Ces questions et ces pistes de réflexion aident les élèves à établir des liens, relier des idées ou des faits, imaginer, décrire, identifier, ordonner, formuler et comparer.

Questions et pistes de réflexion pour amener les élèves à créer et à partager leurs représentations mathématiques

Questions (M/J, 1^{re} à 3^e, 4^e à 6^e)

- Comment as-tu représenté ta réflexion (p. ex., à l'aide d'un dessin, d'un modèle, d'une expression numérique)?
- Quelle est la meilleure façon (p. ex., dessin, modèle, phrase mathématique) de représenter ce que tu sais?
- Quelle stratégie (p. ex, dessin, rime) as-tu utilisée?
- Comment vas-tu faire pour t'en souvenir la prochaine fois?
- Quels mots mathématiques as-tu utilisés pour décrire ton expérience?
- Comment as-tu fait pour le montrer?

Pistes de réflexion pour les élèves

- J'ai décidé d'utiliser un(e). . .
- Un(e) _____ est la meilleure façon de représenter la situation parce que. . .
- Je pourrais rendre cela plus clair en utilisant. . .
- Je peux m'en souvenir en. . .
- Les mots mathématiques qui peuvent aider les autres à comprendre ce que j'ai fait sont. . .

Ces questions et ces pistes de réflexion aident les élèves à partager, montrer, décrire, démontrer et représenter.

Questions et pistes de réflexion pour amener les élèves à objectiver

Questions (1^{re} à 3^e, 4^e à 6^e)

- Sur quelles opérations mathématiques portait ta recherche?
- Quelles questions t'es-tu posées pendant le travail?
- Qu'est-ce que tu as ressenti pendant le travail?
- Pourquoi as-tu pris cette décision ou choisi cette stratégie pour résoudre le problème?
- Quelles modifications as-tu faites pour résoudre le problème?
- Quelle était la partie la plus difficile de la tâche?
- Comment le sais-tu?

Pistes de réflexion pour les élèves

- Je me suis demandé. . .
- Je me sentais vraiment. . .
- Quand j'ai décidé de _____, je pensais. . .
- J'ai trouvé difficile de _____ parce que. . .

Guide d'enseignement efficace des mathématiques de la maternelle à la 6e année – Fascicule 2

Ces questions et ces pistes de réflexion aident les élèves à analyser, comparer, opposer, tester, sonder, classer, trier, montrer, utiliser, appliquer et montrer par l'exemple.

Questions et pistes de réflexion pour amener les élèves à partager leurs sentiments, leur attitude et leurs opinions à l'égard des mathématiques

Questions (M/J, 1^{re} à 3^e, 4^e à 6^e)

- Qu'est-ce que tu aimerais savoir sur. . . ?
- Qu'est-ce que tu penses des mathématiques?
- Que penses-tu de _____?
- À quoi te font penser les mathématiques?
- Comment décrirais-tu les mathématiques?

Pistes de réflexion pour les élèves

- Si les mathématiques étaient un animal, ce serait. . .
- Ce que j'aime le plus dans les mathématiques, c'est. . .
- La partie la plus difficile de cette unité sur _____ est. . .
- J'ai besoin d'aide pour _____ parce que. . .
- J'écris à un ami ou à une amie ce que je ressens à l'égard de ce que nous faisons.
- Les mathématiques, c'est comme _____ parce que. . .
- Aujourd'hui, je me suis senti(e). . .
- Je me sens bien quand. . .

Ces questions et ces pistes de réflexion aident les élèves à partager, réfléchir, décrire, comparer et raconter.

Références

ADAMS, Linda, Judi WATERS, Nancy CHAPPLE et Barry ONSLOW. 2002. *Eso family math*, London (ON), Eso Family Math Centre, University of Western Ontario, p. i, ii.

BAROODY, Arthur J., et Ronald T. COSLICK. 1998. *Fostering Children's Mathematical Power: An Investigative Approach to K-8 Mathematics Instruction*, Mahwah (NJ), Lawrence Erlbaum Associates, p. 2-1, 2-11, 2-15, 17-8.

BAROODY, Arthur J. 2004. « The Developmental Bases For Early Childhood Number and Operations Standards », dans Douglas H. Clements, Julie Sarama et Anne-Marie DiBiase (Éd.), *Engaging Young Children in Mathematics: Standards for Early Childhood Mathematic Education*, Mahwah (NJ), Lawrence Erlbaum Associates, p. 173-220.

BASKWILL, Jane. 1992. « Ask me about: A newsletter with a difference », *Teaching Pre-8*, vol. 22, n° 3, p. 44-48.

BAUERSFELD, Heinrich. 1994. « Réflexions sur la formation des maîtres et sur l'enseignement des mathématiques au primaire », *Revue des sciences de l'éducation*, vol. 1, p. 175-198.

BEAVERS, Debra. 2001. « Professional development. Outside the workshop box ». *Principal leadership*, vol. 1, n° 9, p. 43-46.

BISSONNETTE, Steve, et Mario RICHARD. 2001. *Comment construire des compétences en classe*, Montréal, Éditions de la Chenelière/McGraw-Hill, 138 p.

BURNS, Marilyn. 1992. *Math and literature (K-3)*, Sausalito (CA), Math Solutions Publications, p. 31.

BURNS, Marilyn. 2000. *About teaching mathematics: A K-8 resource*, 2e éd., Sausalito (CA), Math solutions Publications, p. 29, 157.

BURNS, Marilyn, et Robyn SILBEY. 2000. *So you have to teach math? Sound advice for K-6 teachers*, Sausalito (CA), Math Solutions Publications, p. 93.

CAMBOURNE, Brian. 1988. *Whole Story: Natural Learning and the Acquisition of Literacy in the classroom*, New York, Ashton-Scholastic.

CARON, Jacqueline. 1994. *Quand revient septembre... : Guide sur la gestion de classe participative*, vol. 1, Montréal, Les Éditions de la Chenelière, p. 349.

CARON, Jacqueline. 1997. *Quand revient septembre... : Recueil d'outils organisationnels*, vol. 2, Montréal, Les Éditions de la Chenelière, 437 p.

CARPENTER, Thomas P., et coll. 1989. « Using knowledge of children's mathematics thinking in classroom teaching: An experimental study », *American Education Research Journal*, vol. 26, p. 499–531.

CARPENTER, Thomas. P., et coll. 1998. « A longitudinal study of invention and understanding of children's multidigit addition and subtraction », *Journal for Research in Mathematics Education*, vol. 29, n° 1, p. 3-20.

CATHCART, W. George, Yvonne M. POTHIER et James H. VANCE. 1997. *Learning Mathematics in Elementary and Middle School*, 2e éd., Scarborough (ON), Prentice-Hall Canada.

CENTRE FRANCO-ONTARIEN DE RESSOURCES PÉDAGOGIQUES (CFORP). 2002a. *Projet stratégie : Programme ALF*, Ottawa, CFORP, 170 p.

CENTRE FRANCO-ONTARIEN DE RESSOURCES PÉDAGOGIQUES (CFORP). 2002b. *Tableau des processus des programmes-cadres de l'Ontario (Le) – version publique : La gestion, l'amélioration, la profession*, Ottawa, CFORP, p. 32.

CHAMPLAIN, Denis de, Pierre MATHIEU et Hélène TESSIER. 1999. *Petit lexique mathématique*, Mont-Royal (QC), Modulo Éditeur, 383 p.

CHAMPLAIN, Denis de, Pierre MATHIEU, Paul PATENAUDE et Hélène TESSIER. 1996. *Lexique mathématique enseignement secondaire*, Beauport (QC), Les Éditions du Triangle d'Or, 1136 p.

CHARRETTE, Réal. 1998. *Pédagogie, performance et professionnalisme*, Vanier (ON), CFORP, p. 90.

CLEMENTS, Douglas H., Julie SARAMA et Anne-Marie DIBIASE. 2004. *Engaging Young Children in Mathematics: Standards for Early Childhood Mathematic Education*, Mahwah (NJ), Lawrence Erlbaum Associates, 474 p.

COBB, Paul, T. WOOD et Erna YACKEL. 1991. « Assessment of a problem-centered second grade mathematics project », *Journal for Research in Education*, vol. 1, n° 22, p. 3-29.

CONSEIL DES ÉCOLES CATHOLIQUES DE LANGUE FRANÇAISE DU CENTRE EST (CECLFCE), et coll. 2002a. *Les mathématiques... un peu, beaucoup, à la folie!*, Guide pédagogique, Géométrie et sens de l'espace, 1re année, Ottawa, CFORP, p. 72.

CONSEIL DES ÉCOLES CATHOLIQUES DE LANGUE FRANÇAISE DU CENTREEST (CECLFCE), et coll. 2002b. *Les mathématiques... un peu, beaucoup, à la folie!*, Guide pédagogique, Géométrie et sens de l'espace, 4e année, Ottawa, CFORP, p. 291-307.

COPLEY, Juanita V. 2000. The young child and mathematics, Washington (DC), National Association for the Education of Young Children, p. 24, 25, 29.

CÔTÉ, Charles. 1993. Partenariat école-communauté : Manuel, méthode, outils, Montréal, Guérin, p. 42.

EAKER, Robert, Richard DUFOUR et Rebecca DUFOUR. 2004. Premiers pas : transformation culturelle de l'école en communauté d'apprentissage professionnelle, Bloomington (IN), National Education Service, p. 14, 28.

FOSNOT, Catherine Twomey, et Maarten DOLK. 2001. Young mathematicians at work: Constructing number sense, addition, and subtraction, Portsmouth (NH), Heinemann, 193 p.

FULLAN, Michael. 1992. Successful school improvement, Toronto (ON), OISE Press, p. 96.

FULLAN, Michael. 2003. The moral imperative of school leadership, Thousand Oaks (CA), Corwin Press, p. 41.

GARDNER, Howard. 1993. Multiple Intelligences: The Theory in Practice, New York, Basic Books.

GINSBERG, Herbert P., Noriyuki INOUE et K. Kyoung-Hye. SEO. 1999. « Young children doing mathematics : Observations of everyday activities », dans J. V. Copley (Éd.), Mathematics in the early years, Reston (VA), NCTM, p. 88-99.

GLANFIELD, Florence, William S. BUSH et Jean Kerr STENMARK. 2003. Mathematics Assessment: A Practical Handbook for Grades K-2, Reston (VA), NCTM, p. 52, 53, 69.

GOUPIL, Georgette. 1997. Communications et relations entre l'école et la famille, Montréal, Éditions de la Chenelière/McGraw-Hill, p. 14-15.

GREENES, Carole. 1999. « Ready to Learn: Developing Young Children's Mathematical Powers », dans J. V. Copley (Éd.), Mathematics in the early years, Reston (VA), NCTM, p. 147, 399-447.

HALTON DISTRICT SCHOOL BOARD NUMERACY TEAM. 2001. Home connections: Primary Grades, Burlington (ON), chez l'auteur.

HANNON, Peter. 1995. Literacy, Home and School: Research and Practice in Teaching Literacy with Parents, London, Falmer.

HARCOURT, Lalie, et Ricki WORTZMAN. 2002. Biscuits, fous, fous, fous, éd. française, coll. « Domino », Montréal, Les Éditions de la Chenelière, 16 p.

- HIEBERT, James, et Thomas P. CARPENTER. 1992. « Learning and teaching with understanding » dans D. Grouws (Éd.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning*, New York, Macmillan, p. 65-97.
- HILL, Peter W., et Carmel A. CRÉVOLA. Novembre 1997. « The literacy challenge in Australian primary schools », *IARTV Seminar Series*, n° 69, p. 3.
- JASMIN, Danielle. 1993. *Le conseil de coopération : Un outil de gestion pédagogique de la vie de classe*, Montréal, Éditions de la Chenelière/McGraw-Hill, 132 p.
- JENSEN, Eric. 2005. *Teaching with the brain in mind*, 2e éd., Alexandria (VA), *Supervision and Curriculum Development*.
- KAMII, Constance. 1985. *Young children reinvent arithmetic: Implications of Piaget's theory*, New York, Teachers College Press, Columbia University.
- KILPATRICK, Jeremy, Jane SWAFFORD et Bradford FINDELL. 2001. *Adding It Up: Helping Children Learn Mathematics*, Washington (DC), National Academy Press, p. 103.
- KILPATRICK, Jeremy, et Jane SWAFFORD. 2002. *Helping Children Learn Mathematics*, Washington (DC), National Academy Press.
- LAPLANTE, Bernard. Février 1998. *Apprendre en mathématiques, c'est apprendre à parler mathématiques*, communication présentée à la Yellowknife Educators' Conference, Yellowknife (T.N.-O.).
- LEGENDRE, Renald. 1993. *Dictionnaire actuel de l'éducation*, 2e éd., Montréal, Guérin, 1500 p.
- LINCHEVSKI, Liora, et Bilha KUTSCHER. 1998. « Tell me with whom you're learning, and I'll tell you how much you've learned: Mixed-ability versus same-ability grouping in mathematics », *Journal for Research in Mathematics Education*, vol. 5, n° 29, p. 533-554.
- LITTON, Nancy. 1998. *Getting Your Math Message Out to Parents: A K-6 Resource*, Sausalito (CA), Math Solutions Publications, p. 35, 49, 91, 134.
- MA, Liping. 1999. *Knowing and teaching elementary mathematics*, Mahwah (NJ), Erlbaum, p. 136.
- MCCAIN, Margaret, et Fraser MUSTARD. 1999. *Reversing the Real Brain Drain: Early years study. Final report*. Toronto, Publications Ontario.
- MERTTENS, Ruth. 1994. *The IMPACT Project in Haringey: Raising Standards in Inner City Schools (Report to the DFEE)*, London, University of North London.

- MOKROS, Jan. 1996. Beyond Facts and Flashcards: Exploring Math with Your Kids, Portsmouth (NH), Heinemann.
- MORROW, Lorna J., et Margaret J. KENNEY (ÉDS.). 1998. The Teaching and Learning of Algorithms in School Mathematic, Reston (VA), NCTM, 280 p.
- NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS (NCTM). Novembre 1999. Teaching Children Mathematics, vol. 6, n° 3, Reston (VA), NCTM, p. 137.
- NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS (NCTM). 2000. Principles and Standards for School Mathematics, Reston (VA), NCTM, p. 16, 52, 57.
- NATIONAL RESEARCH COUNCIL. 1989. Everybody counts: A report to the nation on the future of mathematics education, Washington (DC), National Academy Press, p. 44.
- NATIONAL RESEARCH COUNCIL. 2001. Adding it up: Helping Children Learn Mathematics, Washington (DC), National Academy Press, 454 p.
- NAULT, Thérèse. 1998. L'enseignement et la gestion de classe, Montréal, Les Éditions Logiques.
- ONTARIO. MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION ET DE LA FORMATION. 1997. Le curriculum de l'Ontario, de la 1^{re} à la 8^e année – Mathématiques, Toronto, le Ministère, p. 66, 68.
- ONTARIO. MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION ET DE LA FORMATION. 1998. Jardin d'enfants, Toronto, le Ministère, p. 4, 7, 8.
- ONTARIO. MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION. 2001a. Lecture au primaire : Un guide pour l'établissement des cibles relatives au rendement des élèves, Toronto, le Ministère, 23 p.
- ONTARIO. MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION. 2002. Le curriculum de l'Ontario, de la 1^{re} à la 8^e année – Actualisation linguistique en français et Perfectionnement du français, Toronto, le Ministère, p. 4, 46.
- ONTARIO. MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION. 2003a. Guide d'enseignement efficace des mathématiques, de la maternelle à la 3^e année – Géométrie et sens de l'espace, Toronto, le Ministère, 263 p.
- ONTARIO. MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION. 2003b. Pour aider votre enfant à apprendre les mathématiques : Un guide à l'intention des parents, Toronto, le Ministère, 16 p.
- ONTARIO. MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION. 2003c. Stratégies de lecture au primaire : Rapport de la Table ronde des experts en lecture, Toronto, le Ministère, 101 p.
- ONTARIO. MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION. 2003d. Stratégie de mathématiques au primaire : Rapport de la Table ronde des experts en mathématiques, Toronto, le Ministère, 90 p.
- Guide d'enseignement efficace des mathématiques de la maternelle à la 6^e année – Fascicule 2

ONTARIO. MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION. 2004a. Enseigner et apprendre les mathématiques : Rapport de la Table ronde des experts en mathématiques de la 4e à la 6e année, Toronto, le Ministère, 79 p.

ONTARIO. MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION. 2004b. La littératie au service de l'apprentissage : Rapport de la Table ronde des experts en littératie de la 4e à la 6e année, Toronto, le Ministère, 147 p.

ONTARIO. MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION. 2004c. Politique d'aménagement linguistique de l'Ontario pour l'éducation en langue française, Toronto, le Ministère, p. 2, 4, 8, 37, 38, 51 et 64.

ONTARIO. MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION. 2005a. Guide d'enseignement efficace des mathématiques, de la maternelle à la 3e année – Numération et sens du nombre, Toronto, le Ministère, 283 p.

ONTARIO. MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION. 2005b. Le curriculum de l'Ontario de la 1re à la 8e année – Mathématiques, Révisé, Toronto, le Ministère, 101 p.

ONTARIO. MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION. 2005c. L'éducation pour tous. Rapport de la Table ronde des experts pour l'enseignement en matière de littératie et de numératie pour les élèves ayant des besoins particuliers de la maternelle à la 6e année, Toronto, le Ministère, p. 5, 38, 75, 80, 85-90.

PAYNE, Joseph. N. 1990. Mathematics for the young child, Reston (VA), NCTM, p. 41, 59.

RADFORD, Luis, et Serge DEMERS. 2004. Communication et apprentissage : Repères conceptuels et pratiques pour la salle de classe de mathématiques, Toronto, le ministère de l'Éducation de l'Ontario, 206 p.

REYS, Robert E., Mary M. LINDQUIST, Diana V. LAMBDIN, Marilyn. N. SUYDAM et Nancy L. SMITH. 2001. Helping children learn mathematics, 6e éd., New York, Wiley, p. 95.

ROSS, John A., Anne HOGABOAM-GRAY, Douglass MCDOUGALL et Cathy BRUCE. Avril 2002. The contribution of technology to mathematics education reform, mémoire présenté au congrès de l'American Educational Research Association, Nouvelle-Orléans (LA).

SCHIFTER, Deborah, et Catherine Twomey FOSNOT. 1993. Reconstructing mathematics education: stories of teachers meeting the challenge of reform, New York, Teachers College Press, p. 9.

SCHIFTER, Deborah. 1999. « Learning Geometry: Some Insights Drawn from Teacher Writing », Teaching Children Mathematics, vol. 5, n° 6, Reston (VA), NCTM, p. 360-366.

- SCHÖN, Donald A. 1996. Le tournant réflexif. Pratiques éducatives et études de cas, traduit et adapté de l'anglais par Jacques Heynemand et Dolorès Gagnon, Montréal, Éditions Logiques, p. 89.
- SKEMP, Richard R. 1978. « Relational understanding and instrumental understanding », *Arithmetic Teacher*, vol. 34, n° 26, p. 9-15.
- STEEN, L. A. 1990. « Numeracy », *Daedalus*, vol. 2, n° 119, p. 211-231. STENMARK, Jean Kerr, et William S. BUSH (Éd.). 2001. *Mathematics assessment: A practical handbook*, Reston (VA), NCTM, p. 4, 62, 70.
- STIGGINS, Richard J. 2001. *Student-involved classroom assessment*, Upper Saddle River, (NJ), Prentice-Hall, p. 48.
- SUTTON, John, et Alice KRUEGER (Éd.). 2002. *EDThoughts: What we know about mathematics teaching and learning*, Aurora (CO), Mid-continent Research for Education and Learning, p. 95.
- TARDIF, Jacques. 1992. *Pour un enseignement stratégique. L'apport de la psychologie cognitive*, Montréal, Éditions Logiques, 474 p.
- TORONTO DISTRICT SCHOOL BOARD. 2002. *Kindergarten documents*. Toronto, chez l'auteur.
- TRAFTON, P. R., et D. THIESSEN. 1999. *Learning through problems*, Portsmouth (NH), Heinemann, p. 44.
- VAN DE WALLE, John A., et Sandra FOLK. 2005. *Elementary and Middle School Mathematics: Teaching Developmentally*, éd. canadienne, Toronto, Pearson Education Canada, p. 99, 139, 152, 156, 191, 193, 196, 200.
- VYGOTSKY, Lev. 1980. *Mind in society: The development of higher psychological processes*, Cambridge (MA), Harvard University, p. 86.
- VYGOTSKY, Lev. 1987. *Pensée et langage*, Paris, Éditions sociales.
- WATERLOO COUNTY DISTRICT BOARD OF EDUCATION. 1992. *Addition and Subtraction of Whole Numbers: The formative years*, Waterloo (ON), chez l'auteur, p. 23, 25.
- WATERLOO COUNTY DISTRICT BOARD OF EDUCATION. 1993. *Multiplication and division of whole numbers*, Waterloo (ON), chez l'auteur, p. 28-31.
- WEEKS, Ronald C. 1997. *The child's world of science and technology: A book for teachers. Teaching and learning science and technology in the elementary school*, Scarborough (ON) Prentice-Hall Allyn and Bacon Canada.

Le ministère de l'Éducation tient à remercier toutes les personnes, tous les groupes et tous les organismes qui ont participé à l'élaboration et à la révision de ce document.

Ministère de l'Éducation

Imprimé sur du papier recyclé

ISBN 0-7794-8525-4 (collection)

ISBN 0-7794-9352-4 (version imprimée, fasc. 2)

06-020

© Imprimeur de la Reine pour l'Ontario, 2006