Задача о коллективной (без)ответственности

А.В. Савватеев, д.ф.-м.н.

Университет Дмитрия Пожарского, ректор;
профессор МФТИ; в.н.с. ЦЭМИ РАН

Москва, 7 апреля 2017 года

Нобелевская премия по экономике 2016 года I

Лауреаты:

британский экономист Оливер Харт, профессор Гарвардского университета (США), и финский экономист Бенгт Хольмстрём, профессор Массачусетского технологического института (США).

Нобелевская премия по экономике 2016 года II

Номинация

За проработку теории контрактов в неоклассической экономике. Неоклассическое направление предполагает рациональность экономических агентов, широко использует теорию экономического равновесия и теорию игр.

Примеры

1. пешеходный переход на Физтехе
2. разведение крыс
3. аукцион в Англии и Швейцарии (CDMI частоты)
4. ЕГЭ, наукометрика
5. налоговая политика

Вывод: правила стоят много денег, времени и т.д.

Mechanism Design

Задача (проблема): Как организовать процесс правильно?

Аналогия с походом

Ближе к теме: разработка правил контроля и механизмов наказания

Исследовательский вопрос

ЖАТВЫ МНОГО, А ДЕЛАТЕЛЕЙ МАЛО (Мф. 9:36-38)

О чём этот доклад?

Доклад о том, как решать задачу контроля в условиях малого числа проверяющих

Такая проблема возникает достаточно часто, и её пытались решать (ученые, милиционеры, правители). Часто получалось хуже, чем было!

Иллюстративный пример

ТУРНИКЕТЫ И НАРУШИТЕЛИ (два равновесия Нэша)

1. Охранник гарантированно может схватить любого человека, но только одного
2. Существуют два равновесия Нэша

Джон Нэш и его равновесие I

1. фильм „Игры разума“
2. Нобелевская премия по экономике 1994 г.
3. Абелевская премия по математике 2015 г.

Джон Нэш и его равновесие II

Примеры:

1. деньги (вера в их стоимость)
2. правостороннее и левостороннее движение
3. сравнительная сила разных вузов

К задаче о турникетах I

Как убрать „плохое“ равновесие?

К задаче о турникетах II

Ответ:

пофамильный принцип упорядочения людей

$\longrightarrow$ в игре будет сильное равновесие Нэша

А если так нельзя?

Задача об инспекторах

$x_1, \ldots, x_n \in [0, 1]$ – уровни коррупции (известны, но недоказуемы: экспертные оценки и т.д.), n – количество отраслей.

Задача об инспекторах: проблема контроля

Условие: возможна только одна проверка, **но** вероятности ее проведения можно поставить в зависимость от вектора x и объявить:

$$p_1(x), \ldots, p_n(x), \ \sum p_j(x) \leq 1,$$

При некоторых x можно обещать ничего не проверять, тогда $\sum p_j(x) < 1$.

Выигрыш какой?

Имеем игру $p : [0,1]^n \longrightarrow \Delta_n$
Пусть $b_1, \dots, b_n$ – "взяткоёмкости" отраслей, T – размер штрафа. Тогда

$$u_i(x_i, x_{-i}) = b_i x_i - T p_i(x_1, \dots, x_n) x_i,$$

где $x_{-i} = x_1, \dots, x_{i-1}, x_{i+1}, \dots, x_n$,
сленг теоретико-игровиков.

Игра

Получается игра, $\forall p \in {\Delta_n}^{[0,1]^n}$

Концепция равновесия?

НЭШ $\Longrightarrow$ наказать „самого наглого“!

Но Нэш не работает!!!

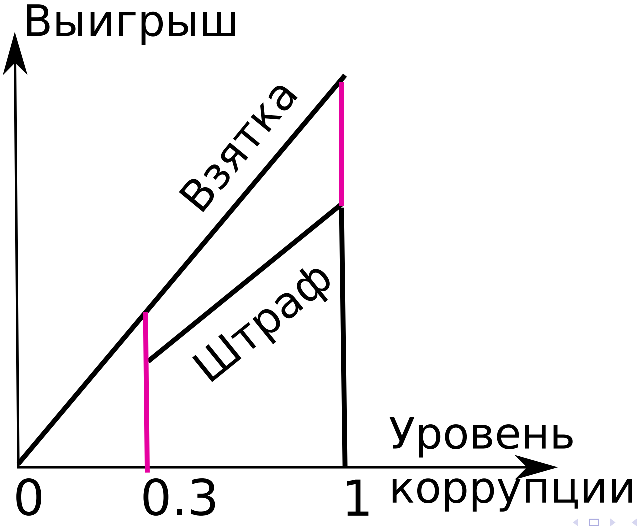
Первый наводящий пример

Индивидуальная ответственность

Пусть, например, $b = 4T/3$.

Ступенчатая стратегия наказания:

Иллюстрация



Ступенчатая стратегия наказания

снизит уровень коррупции более, чем втрое!

„Не по чину берёшь!“

(Гоголь Н.В., „Ревизор“).

Второй наводящий пример

Коллективная ответственность

$T = 1;\ \ b_1 = 0.2,\ \ b_2 = 0.3,\ \ b_3 = 0.4,\ \ b_4 = 0.9$

$$u_i = b_i x_i - p_i(x_1, x_2, x_3, x_4) x_i$$

Первый: $(0,2 - 0,25)x_1$

Второй: $(0,3 - 0,33)x_2$

Третий: $(0,4 - 0,5)x_3$

Четвертый: $(0,9 - 1)x_4$

Многоступенчатая стратегия I

$$0 \leq z_1 < z_2 < \ldots < z_k < 1 = z_{k+1},$$

$$\lambda_1, \ldots, \lambda_k : \sum \lambda_l = 1.$$

Напомним, что $u_i(x_i, x_{-i}) = b_i x_i - T p_i(x_1, \ldots, x_n) x_i$.

Тогда ...

Многоступенчатая стратегия II

$$\frac{\lambda_1}{\#\{j : x_j > z_1\}} + \frac{\lambda_2}{\#\{j : x_j > z_2\}} + \ldots$$

$$+\frac{\lambda_k}{\#\{j : x_j > z_k,\}}$$

или кратко

$$p_i(x_i, x_{-i}) = \sum_{l=1}^{m:z_m < x_i \leq z_{m+1}} \frac{\lambda_l}{\#\{j : x_j > z_l\}}.$$

Основная теорема

В кандидатской диссертации я доказал, что

1. при любых наборах z и λ такая стратегия реализуется через сильное равновесие Нэша
2. соответствующее равновесие эффективно вычисляется простейщей процедурой
3. достаточно рассматривать $n-$ступенчатые стратегии, где n – число отраслей.

Выводы

1. экономия – аукционы, турникеты, налоги
2. экономия времени – пробки, правила дорожного движения
3. нетривиальная математика – возникает из жизненных постановок
4. социальное взаимодействие – это коллективная ответственность
5. нужно внимательно думать об организации социальных процессов!

СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ!

Информация и контакты:

Видеолекции, интервью, выступления

USDP.RU/SAVVA.HTML

e-mail: hibiny@mail.ru