

## WYBUCHAJĄCE KROPKI ROZDZIAŁ 1

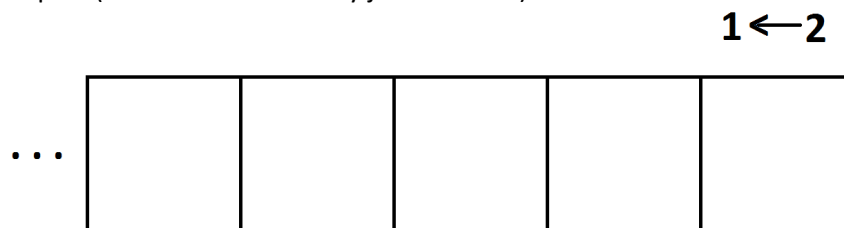
### MASZYNY

Witaj w podróży.

Jest to podróż matematyczna oparta na historii mojej, Jamesa, która jednak nie wydarzyła się naprawdę.

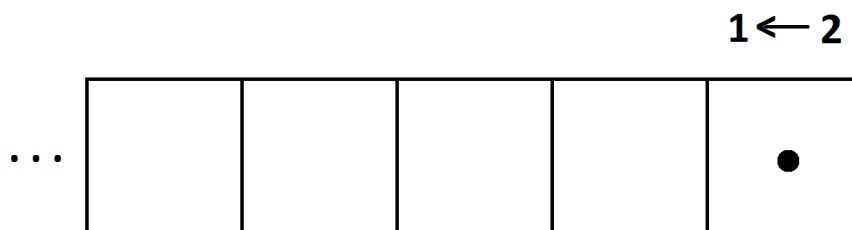
Kiedy byłem dzieckiem, wynalazłem maszynę - nie taką prawdziwą - a ta maszyna to nic więcej jak rząd pudełek, który rozciąga się tak daleko w lewą stronę, jak tylko zechcę.

Dałem tej maszynie moje imię. Nazywałem ją "maszyną jeden-dwa", co zarówno pisało się jak i czytało w zabawny sposób wspak. (Nie widziałem różnicy jako dziecko.)



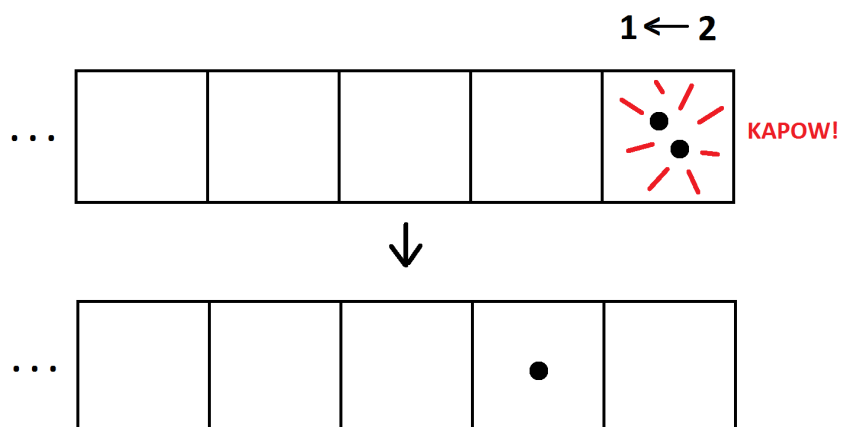
A co można było zrobić z tą maszyną? Umieszczasz w niej kropki. Kropki zawsze lądują w pudełku najbardziej na prawo.

Wsadzasz jedną kropkę i... nic się nie dzieje: siedzi tam po prostu jedna kropka. Nuuuuda...



Ale wsadź tam drugą kropkę - zawsze do pudełka najbardziej po prawej stronie - i wtedy stanie się coś fascynującego.

*Kiedy tylko w pudełku znajdują się dwie kropki, to wybuchają i znikają - BUM! - i zostają zastąpione przez jedną kropkę, w kolejnym pudełku na lewo.*



(Teraz rozumiesz czemu nazwa to “maszyna  $1 \leftarrow 2$ ”, zapisana w ten zabawny sposób?)

Widać, że dwie kropki umieszczone w maszynie prowadzą do jednej kropki, po której jest zero kropek.

Umieszczając w niej trzecią kropkę - zawsze najbardziej na prawo - dostaniesz rysunek z jedną kropką, po której będzie jednak kropka.

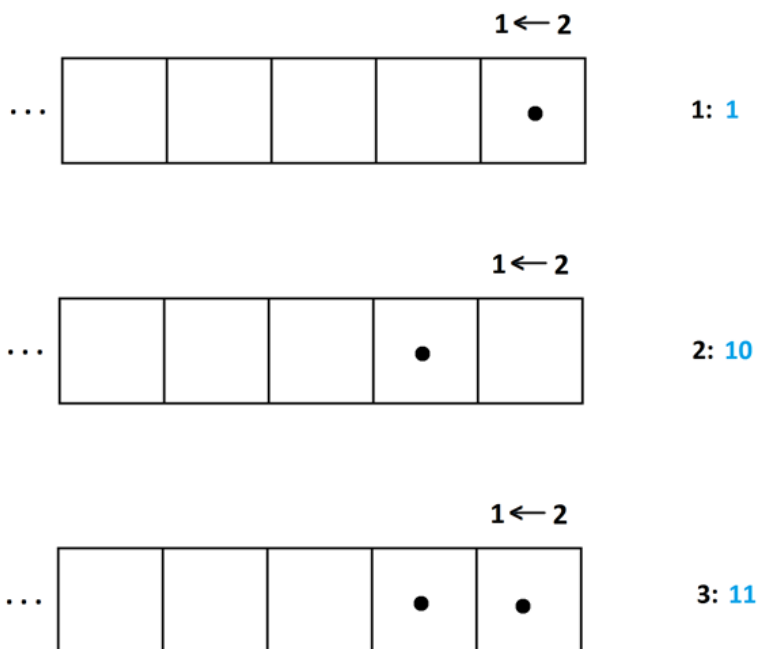


Zrozumiałem, że ta maszyna, w tej mojej bajce, tworzyła kod dla liczb.

Jedna kropka umieszczona w maszynie pozostaje jedną kropką. Powiedzmy, że kod maszyny  $1 \leftarrow 2$  dla liczby jeden to 1.

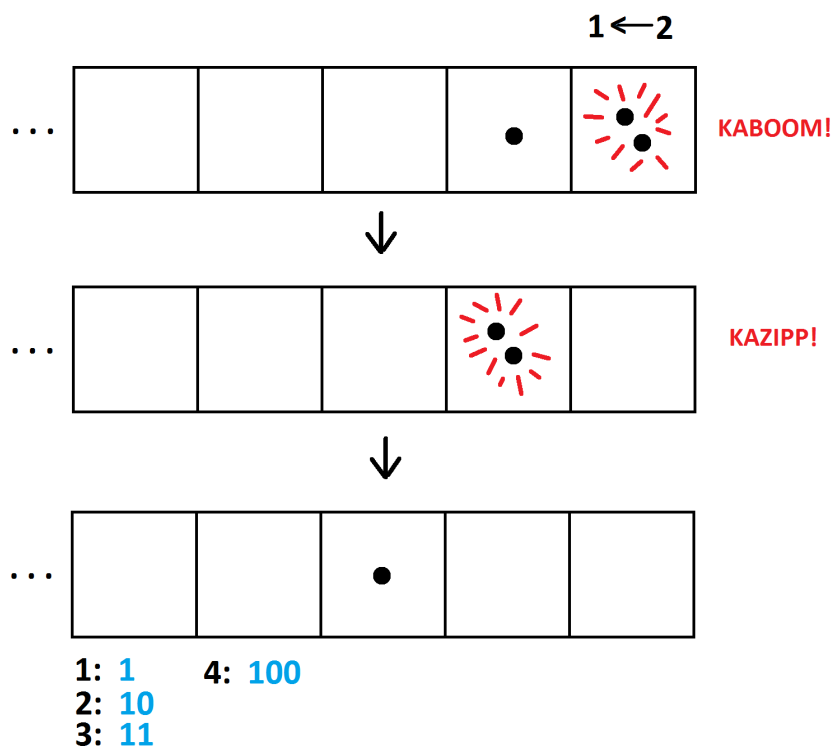
Dwie kropki umieszczone w maszynie, jedna po drugiej, dały jedną kropkę w kolejnym pudełku, po której jest zero kropek. Widzimy, że kod maszyny  $1 \leftarrow 2$  dla liczby dwa to  $10$ .

Umieszczenie trzeciej kropki w maszynie daje kod  $11$  dla trójki.



Jaki będzie kod maszyny  $1 \leftarrow 2$  dla czwórki?

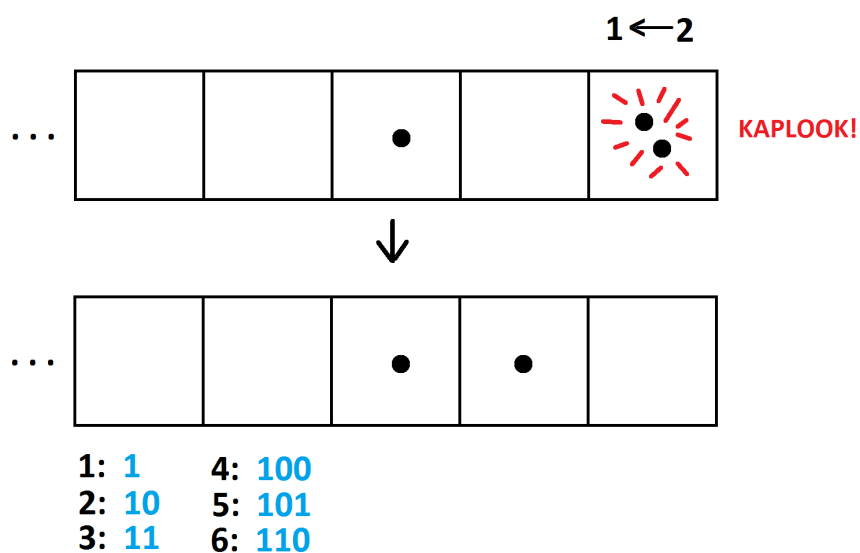
Umieszczenie czwartej kropki w maszynie jest bardzo ciekawe: dostajemy wielokrotne eksplozje!



Kod  $1 \leftarrow 2$  dla czwórki to  $100$ .

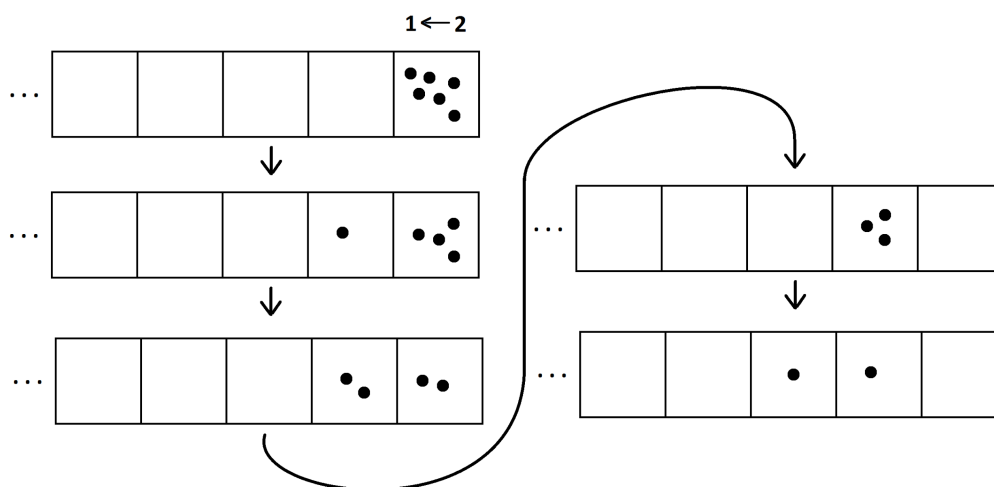
Jaki będzie kod dla piątki? Dostrzegasz, że będzie to  $101$ ?

A dla szóstki? Dodanie jeszcze jednej kropki dla piątki daje nam  $110$  dla szóstki.



Właściwie możemy też dostać kod dla szóstki resetując maszynę i umieszczając w niej sześć kropek jednocześnie. Pary kropek wybuchną, i każdy taki wybuch wyprodukuje jedną kropkę w kolejnym pudełku po lewo.

Oto jedna z możliwych serii wybuchów. Odgłosy wybuchów pominiemy!



Czy dostaniesz ten sam kod końcowy  $110$  jeśli wykonasz wybuchy w innej kolejności? (Spróbuj!)

Mam kilka pytań, na które być może będziesz chciał poznać (lub nie) odpowiedzi. Moje rozwiązania dla nich znajdują się na końcu tego rozdziału.

1. a) Jaki jest kod maszyny  $1 \leftarrow 2$  dla liczby trzynastcie?  
(Okazuje się, że jest to  $1101$ . Czy umiesz dojść do tej odpowiedzi?)
  - b) Jaki będzie kod tej maszyny dla pięćdziesięciu? (Ooo!)
2. Czy liczba może kiedykolwiek mieć kod  $100211$  w maszynie  $1 \leftarrow 2$ , zakładając, że zawsze wybieramy wybuch kropek, jeśli tylko możemy?
3. Jaka liczba ma kod  $10011$  w maszynie  $1 \leftarrow 2$ ?

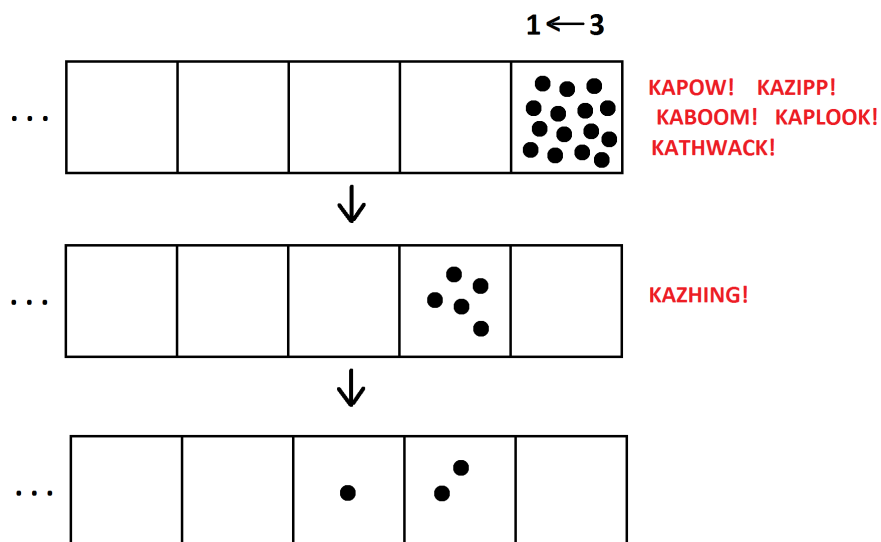
Godzinami bawiłem się z kodami maszyny  $1 \leftarrow 2$ .

Ale pewnego dnia spotkał mnie zadziwiający przebłysk zrozumienia!

## INNE MASZYNY

Zamiast zabawy z maszyną  $1 \leftarrow 2$  mógłbym się przecież bawić z maszyną  $1 \leftarrow 3$  (ponownie zapisywaną i odczytywaną wspak, jako maszyna "trzy-jeden"). Teraz za każdym razem, kiedy w pudełku będą trzy kropki, to wybuchną, i zostaną zastąpione przez jedną kropkę, w kolejnym pudełku po lewej stronie.

Oto co się stanie z piętnastoma kropkami w maszynie  $1 \leftarrow 3$ .



Najpierw nastąpi pięć wybuchów w pierwszym pudełku, a każdy z tych wybuchów spowoduje pojawienie się kropki w kolejnym pudełku po lewo. Następnie trzy z tych kropek wybuchną. Zostaną nam dwie kropki i nowa kropka w kolejnym pudełku po lewo. Będziemy więc mieli kod  $120$  dla piętnastu w maszynie  $1 \leftarrow 3$ .

Oto kilka kolejnych pytań, w których możesz spróbować się zmierzyć.

4. a) Pokaż, że kod dla czwórki w maszynie  $1 \leftarrow 3$  to 11.  
b) Pokaż, że kod dla trzynastu w maszynie  $1 \leftarrow 3$  to 111.  
c) Pokaż, że kod dla dwudziestu w maszynie  $1 \leftarrow 3$  to 202.
5. Czy w maszynie  $1 \leftarrow 3$  liczba może mieć kod  $2041$ ? Jeśli tak, to czy ten kod będzie "stabilny"?
6. Która liczba ma kod  $1022$  w maszynie  $1 \leftarrow 3$ ?

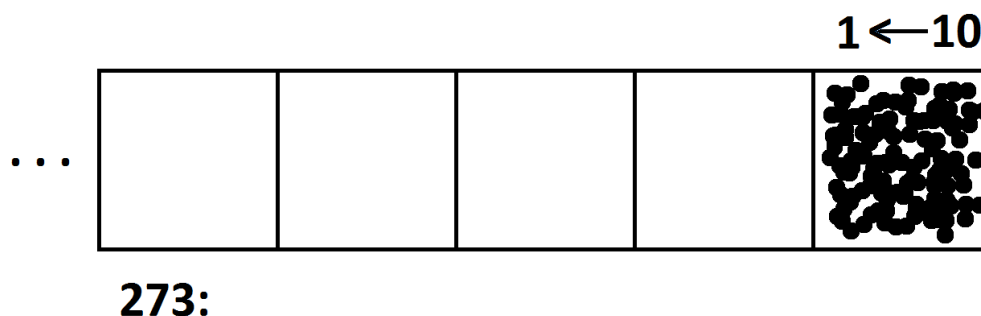
Możemy tak dalej!

7. Jaka będzie reguła dla maszyny  $1 \leftarrow 4$ ?  
Jaki będzie kod maszyny  $1 \leftarrow 4$  dla liczby trzynaście?
8. Jaki będzie kod maszyny  $1 \leftarrow 5$  dla liczby trzynaście?
9. Ok. A teraz zaszalejmy.
- 10.
11. Przejdźmy aż do maszyny  $1 \leftarrow 10$  i umieśćmy w niej  $273$  kropki!
12. Jaki będzie kod maszyny  $1 \leftarrow 9$  dla liczby trzynaście?

13. Jaki będzie kod maszyny  $1 \leftarrow 5$  dla liczby dwanaście?

14. Jaki będzie kod maszyny  $1 \leftarrow 9$  dla liczby dwadzieścia?

Jaki jest sekretny kod maszyny  $1 \leftarrow 10$  dla liczby  $273$ ?



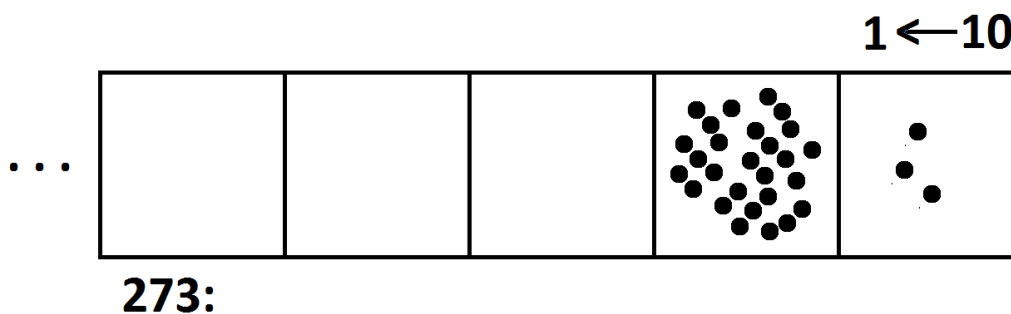
Przeszedłem przez to zadając sobie kilka pytań.

*Czy będą jakieś wybuchy? Czy mam jakieś grupy po dziesięć, które wybuchną? Oczywiście!*

*Ile wybuchów będzie na początku? Dwadzieścia siedem.*

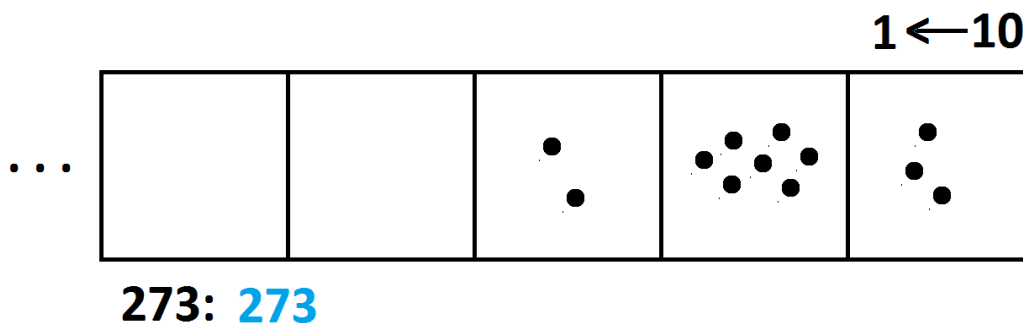
*Czy zostaną jakieś kropki? Tak. Trzy.*

Ok. Więc mamy dwadzieścia siedem wybuchów, każdy z nich tworzy jedną kropkę w pudełku po lewej stronie, w pierwszym pudełku zostaną trzy kropki.



*Czy będą jeszcze jakieś wybuchy? Tak. Jeszcze dwa.*

*Czy zostały jakieś kropki po tych wybuchach? Zostało siedem kropek.*



Kod  $1 \leftarrow 10$  dla liczby dwieście siedemdziesiąt trzy to... 273. Wow!

15. a) Jaki będzie kod  $1 \leftarrow 10$  dla liczby trzynaście?  
 b) Jaki będzie kod  $1 \leftarrow 10$  dla liczby trzydzieści siedem?  
 c) Jaki będzie kod  $1 \leftarrow 10$  dla liczby 5846?

Dzieje się coś ciekawego!

A jakie ważne pytanie należałoby teraz zadać?





## SWOBODNE POSZUKIWANIA

Tutaj znajdziesz parę “ważnych pytań” - analiz, które może zechcesz zbadać, lub tylko przemyśleć. Wszystkie staną się jasne w kolejnych rozdziałach bajki, jednak ciekawie będzie porozmyślać nad nimi już teraz.

### ANALIZA 1: CO WŁAŚCIWIE ROBIĄ TE MASZYNY?

Czy możesz powiedzieć, co właściwie robią te maszyny?

Dlaczego kod dla dwieście siedemdziesiąt trzy w maszynie  $1 \leftarrow 10$  to “273”? Czy na pewno wszystkie kody w maszynie  $1 \leftarrow 10$  są identyczne jak sposób, w jaki normalnie zapisujemy liczby?

Jeśli możesz odpowiedzieć na to pytanie, to czy możesz również wyjaśnić wszystkie kody maszyny  $1 \leftarrow 2$ ? Co oznacza kod  $1101$  dla liczby trzynaście?

**Komentarz:** Rozdział 2 odpowiada na te pytania.

### ANALIZA 2: CZY KOLEJNOŚĆ, W JAKIEJ KROPKI WYBUCHAJĄ, MOŻE MIEĆ ZNACZENIE?

Umieść dziewiętnaście kropek w pudełku najbardziej po prawo w maszynie  $1 \leftarrow 2$  i niech pary kropek wybuchną nie po kolei: najpierw niech wybuchnie kilka par w pudełku najbardziej po prawo, potem w drugim pudełku, i potem znowu kilka w pudełku najbardziej po prawo, a potem znowu w drugim pudełku, i tak dalej. Zrób to ponownie, tym razem zmieniając kolejność, w jakiej wykonujesz wybuchy. A potem znowu!

Czy ten sam końcowy kod  $10011$  pojawia się za każdym razem?

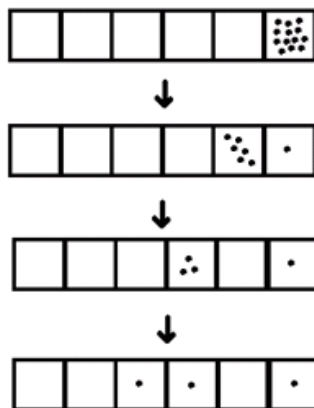


## ROZWIĄZANIA

Tak jak obiecałam, oto moje rozwiązania na zadane ci pytania.

1.

a) W taki sposób kod  $1101$  pojawia się z trzynastu kropek.



b) Liczba pięćdziesiąt ma kod  $110010$ .

2. Zakładając, że umówimy się, że kropki zawsze będą wybuchać jeśli tylko będzie to możliwe, to kod  $100211$  nie jest kompletny: dwie kropki w trzecim pudełku od końca mogą wybuchnąć, żeby ujawnić nam końcowy kod  $101011$ .

3. Jest to kod dla liczby dziewiętnaście. (Zobaczymy w następnej lekcji szybki sposób, żeby się o tym przekonać.)

4. a) Zrób to! b) I to też! c) Dobrze ci idzie. Zrób też to trzecie!

5. Ponownie, jeśli zgadzamy się zrobić tyle wybuchów, ile tylko się da, to ten kod nie jest ukończony: trzy kropki w drugim pudełku od końca wybuchną, dając nam  $2111$ .

6. Ten kod ma liczba trzydzieści pięć.

7. "Cztery kropki w każdym pudełku wybuchają i są zastępowane przez jedną kropkę w kolejnym pudełku po lewo." Kod liczby trzynaście w maszynie  $1 \leftarrow 4$  to  $31$ .

8. 23

9. 14

10. 22

11. 22 (Taki sam kod jak w poprzedniej odpowiedzi - ale oczywiście interpretacja kodu jest inna.)

12. a) 13 b) 37 c) 5846 (Są to właśnie kody, których używamy dla liczb w codziennym życiu!)



Fundacja Aviva  
To dla mnie ważne



**edukacja  
przyszłości**